Volks-Naturlehre

für

Schule und Haus,

mit besonderer Rücksicht auf Gewerbe, Künste und die Bedürfnisse des bürgerlichen Lebens.

Von

Ludwig Blum,

Oberreallehrer, Hauptlehrer an der Königl. Realanstalt zu Stuttgart.

Zweites Buch:

Mechanik der festen Körper.

Mit 109 Holzschnitten.

Stuttgart.

Verlag von J. B. Müller.

1854.

Druck von Blum und Vogel in Stuttgart.

Inhalts-Verzeichniß.

Seite

Einleitende Bemerkungen und Eintheilung der Mechanik 1

Statik fester Körper.

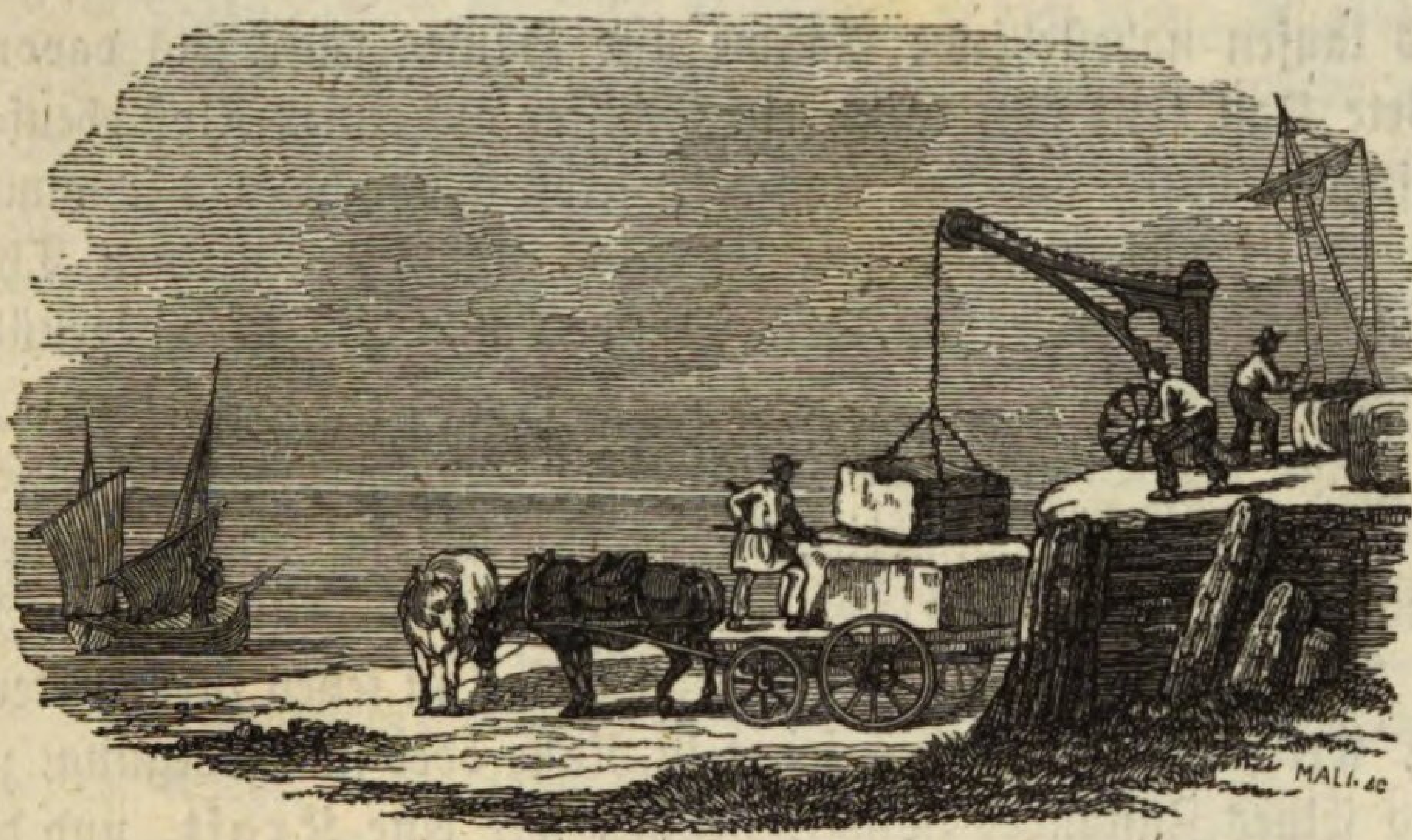
Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte 2
Kräfte, welche längs derselben Geraden auf einen Punkt wirken . 4
Kräfte, welche nach verschiedenen Richtungen auf einen Punkt wirken — Parallelogramm der Kräfte 5
Kräfte, welche an verschiedenen Punkten angreifen 10

Einfache Maschinen.
Der Hebel 15
Anwendungen des Hebels. Gewöhnliche Wage — Schnellwage — Briefwage — Brückenwage &c. 20
Die Rolle 27
Flaschenzüge 28
Das Wellrad 31
Räderwerke 32
Anwendungen des Wellrads. Winde — Pferdegöpel — Krahnen — Uhrwerke 38
Die schiefe Ebene 44
Anwendungen der schiefen Ebene 46
Der Kniehebel 47
Der Keil 48
Anwendungen des Keils 49
Die Schraube 50
Anwendungen der Schraube. Schraubenpressen — Differentialschraube — Schraube ohne Ende 54

Seite

Dynamik fester Körper.

Bewegung und bewegende Kräfte im Allgemeinen 56
Besondere Arten der Bewegung.
Die freie Bewegung.
Der freie Fall 69
Die Wurfbewegung 70
Die Centralbewegung 74
Die gezwungene Bewegung.
Der Fall auf der schiefen Ebene 82
Die Pendelbewegung. Sekundenpendel — Metronom — konisches Pendel 85
Der Stoß fester Körper 89
Der gerade Stoß vollkommen harter Kugeln 90
Der gerade Stoß vollkommen elastischer Kugeln 93
Der schiefe Stoß 97
Der Stoß einer Kugel gegen eine feste Wand — Billard . . . 98
Hindernisse der Bewegung 102
Die Reibung.
Gleitende Reibung 103
Rollende Reibung 107
Widerstand des Wassers und der Luft 110
Organe der Maschinen.
Organe zur Fortleitung der Bewegung. Kupplungen — Aus- und Einrückungen 113
Organe zur Abänderung der Bewegung. Kurbel mit der Lenkstange — Excentrikum — Daumwelle — Führungen — Watt'sches Parallelogramm 116
Organe zur Regulirung der Bewegung. Schwungräder — Schwungkugeln — Centrifugalpendel — Unruhe — Pendel — Hemmungen 121



Mechanik der festen Körper.

Unter der Ruhe eines Körpers versteht man das Verharren desselben an einem und demselben Ort; Bewegung dagegen ist Veränderung des Orts.

Es ist schwer zu entscheiden, ob es irgend einen Körper gibt, der seinen Ort in Beziehung auf den allgemeinen Weltraum nicht verändert, d. h. der in absoluter Ruhe ist, da alle Körper, von welchen wir Kenntniß haben, in ununterbrochener Bewegung sind, oder doch zu sein scheinen: die Erde und die übrigen Planeten sammt ihren Monden und Allem, was in und auf ihnen ist, wandeln ohne Aufhören um ihre Sonne; diese folgt mit andern Sonnen um Weltkörper höherer Ordnung, und so aufwärts. Wenn wir daher im gemeinen Leben von der Ruhe eines Körpers sprechen, so verstehen wir darunter seine relative Ruhe, d. h. diejenige, nach welcher er in Beziehung auf die ihn umgebenden Körper seinen Ort nicht verändert, wenn er auch, zugleich mit seiner ganzen Umgebung, in Beziehung auf andere, entferntere Gegenstände seine Stellung jeden Augenblick wechselt. Wie wir hier von absoluter und relativer Ruhe gesprochen haben, so kann man auch absolute und relative Bewegung der Körper unterscheiden, und man versteht unter jener ihre Ortsveränderung im Weltraum überhaupt, und unter dieser die Veränderung ihrer Lage in Beziehung auf die sie umgebenden Körper. — Wenn wir in einem Wagen fahren, so sind wir in Beziehung auf unsere Reisegesellschaft und die einzelnen Theile des Wagens in relativer Ruhe; wir würden aber unser Reiseziel nicht erreichen, wenn wir der uns umgebenden

Landschaft gegenüber nicht zugleich in relativer Bewegung wären, von welcher wir uns alsbald überzeugen, wenn wir einen Blick durch das Wagenfenster werfen, wo es uns im Gefühl unserer Ruhe anfangs dünken will, als laufen nahestehende Bäume und Häuser rückwärts davon. Der umgekehrte Fall tritt ein, wenn ein Schiffer auf einem Floß ebenso schnell stromaufwärts läuft, als das Fahrzeug selbst stromabwärts schwimmt: der Schiffer ist in diesem Fall mit Rücksicht auf die einzelnen Theile des Floßes in relativer Bewegung, dem Flußbeet und dem Ufer gegenüber aber in relativer Ruhe.

In Folge der Trägheit oder des Beharrungsvermögens, einer allgemeinen Eigenschaft der Materie, kann kein lebloser Körper ohne fremde Anregung, ohne äußere Ursache, weder von dem Zustand der Ruhe in den der Bewegung übergehen, noch von diesem in jenen zurücktreten. Jede Ursache, welche einen Körper, sei er in Ruhe oder in Bewegung, zur Veränderung seines Zustandes zwingt, nennen wir eine Kraft, und die Wissenschaft, welche die Betrachtung der Kräfte, sofern sie die Ruhe oder die Bewegung der Körper bedingen, zum Gegenstand hat, heißt **Mechanik.**

Mehrere Kräfte, welche an einem Körper wirken, sind entweder im Gleichgewicht, d. h. ihre Wirkungen heben sich gegenseitig auf, und der Körper bleibt nach wie vor in Ruhe; oder sie sind von der Art, daß sie wirklich eine Bewegung des Körpers veranlassen. Hiernach zerfällt die Mechanik zunächst in zwei Theile, nämlich:

1) in die Lehre vom Gleichgewicht der Körper — **Statik;**

2) in die Lehre von der Bewegung der Körper — **Dynamik.**

Außerdem unterscheiden wir bei den bewegenden Kräften zwischen ihrer Wirkung auf feste, und ihrer Wirkung auf flüssige und luftförmige Körper. Daher zerfällt das ganze Gebiet der Mechanik in folgende Abtheilungen:

Erster Theil: Mechanik fester Körper.

1) Statik fester Körper.

2) Dynamik fester Körper.

Zweiter Theil: Mechanik flüssiger und luftförmiger Körper.

1) Hydrostatik, oder Statik flüssiger Körper.

2) Aerostatik, oder Statik luftförmiger Körper.

3) Hydrodynamik (Hydraulik), oder Dynamik flüssiger Körper.

4) Aerodynamik (Pneumatik), oder Dynamik luftförmiger Körper.

Statik fester Körper.

Von der Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte.

An einer Kraft unterscheiden wir 1) ihren Angriffspunkt, 2) ihre Richtung und 3) ihre Stärk (Größe, Intensität). Gewöhnlich

werden die Kräfte durch gerade Linien dargestellt, deren einer Endpunkt den Angriffspunkt, deren Richtung die Richtung, und deren Länge die verhältnißmäßige Stärke derselben bezeichnet, so daß also z. B. eine doppelt so große Kraft auch durch eine doppelt so lange Linie dargestellt wird. Die Richtung der Kräfte wird überdieß häufig noch durch Pfeile angezeigt.

Zwei oder mehrere Kräfte zusammensetzen heißt: eine Kraft auffinden, die für sich allein an dem betreffenden Körper und unter den gegebenen Umständen ganz dieselbe Wirkung hervorbringt, wie jene Kräfte im Verein. Man nennt alsdann jene Kräfte in Beziehung zu dieser einzigen Kraft die Seitenkräfte oder Composanten, diese dagegen die Mittelkraft oder Resultante. Wie zwei oder mehrere Composanten zusammengesetzt, d. h. durch eine Resultante ersetzt werden können, so kann auch umgekehrt eine einzelne Kraft durch zwei oder mehrere andere Kräfte ersetzt, d. h. zerlegt werden.

Sind mehrere Kräfte an einem Körper im Gleichgewicht, so ist — vorausgesetzt, daß derselbe ganz frei, d. h. durch keine Stützpunkte, Axen, Aufhängeschnüre u. s. w. gehemmt sei — die Resultante gleich Null, und umgekehrt: ist die Resultante gleich Null, so sind die Kräfte im Gleichgewicht. Ist dagegen der Körper unfrei, d. h. sind Richtungen vorhanden, die er in seiner Bewegung nicht einschlagen kann, weil ihm feste Punkte — Stützpunkte — entgegenstehen, oder ist er, etwa durch Linien oder Flächen, auf welchen er sich bewegen muß, gezwungen, eine ganz bestimmte Richtung anzunehmen, so ist für den Fall des Gleichgewichts nur nöthig, daß die Wirkung der Resultante, die in diesem Fall eine beliebige Größe haben kann, durch jene Hemmnisse aufgehoben werde, was immer dann der Fall ist, wenn ihre Richtung durch die Stützpunkte geht oder perpendikular auf jenen Linien und Flächen steht. Es versteht sich von selbst, daß diese so fest (die Linien und Flächen unbiegsam, Schnüre und Seile unzerreißbar u. s. w.) angenommen werden müssen, daß sie jeder Kraft Widerstand leisten können.

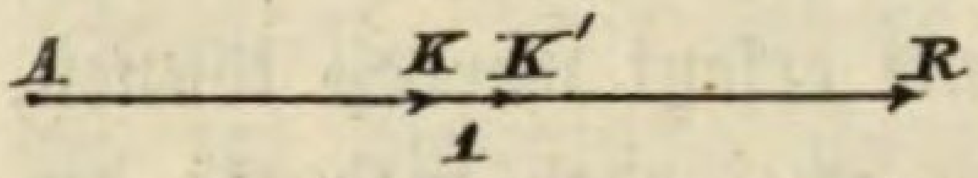
Die hier aufgestellten Bedingungen des Gleichgewichts geben uns ein Mittel an die Hand, jedes beliebige System von Kräften ins Gleichgewicht zu bringen; es ist hiezu nur erforderlich, daß man eine weitere Kraft anbringe, die mit der Resultante des ganzen Systems gleiche Richtung und gleichen Angriffspunkt habe, derselben an Stärke gleich sei und in entgegengesetztem Sinne wirke. Eine solche Kraft ist also im Stande, ein ganzes System von Kräften im Gleichgewicht zu halten und man hat ihr daher deu Namen Gegenresultante gegeben. — Ist irgend ein System von Kräften für sich im Gleichgewicht, so kann jede einzelne Kraft als Gegenresultante aller übrigen betrachtet werden.

Wenn wir in den folgenden Untersuchungen über die Zusammensetzung

und Zerlegung der Kräfte jedesmal zugleich die Bedingungen des Gleichgewichts aufsuchen werden, so haben wir dabei immer den Fall im Auge, daß der Punkt oder der Körper, an welchem die Kräfte wirken, vollkommen frei sei.

1) Kräfte, welche längs derselben Geraden auf einen Punkt wirken.

Wirken zwei Kräfte längs einer und derselben Geraden auf einen Punkt, so ist die Resultante gleich ihrer Summe, wenn sie in gleichem Sinne, und gleich ihrem Unterschied, wenn sie in entgegengesetztem Sinne den Punkt zu bewegen streben; und zwar wirkt im ersten Falle die Resultante im Sinne beider, und im zweiten Fall im Sinne der größern von beiden Kräften. Ist z. B. die eine Kraft dargestellt durch AK = 2, und die andere durch AK' = 3, so ist im ersten Fall ihre Resultante AR = 2 + 3 = 5 (Fig. 1), und im zweiten Fall AR = 3 — 2 = 1 (Fig. 2).



1



2

Ganz dasselbe findet Statt, wenn mehrere Kräfte zugleich nach der Richtung einer und derselben Geraden auf einen Punkt wirken: ihre Resultante ist gleich ihrer Summe, wenn sie in gleichem Sinne, und gleich ihrer Differenz, wenn sie in entgegengesetztem Sinne wirken. Letztere findet man, wenn man die Resultante der nach einer Seite wirkenden von der (größern) Resultante der nach der entgegengesetzten Seite wirkenden Kräfte abzieht; auch hier ist natürlich die Resultante nach der Seite der größern gerichtet.

Soll bei dieser Art von Kräften Gleichgewicht stattfinden, d. h. soll die Resultante gleich Null sein, so müssen sie jedenfalls entgegengesetzte Richtung haben und ihr Unterschied muß gleich Null sein.

Es ist von selbst verständlich, daß diese Sätze auch ihre Geltung haben, wenn die längs einer geraden Linie wirkenden Kräfte, statt an einem und demselben Punkt eines Körpers, an verschiedenen, in ihrer Richtung liegenden und starr (unveränderlich) unter einander verbundenen Punkten angebracht sind; denn offenbar wird in der Sache nichts geändert, wenn mehrere, in der Richtungslinie der Kräfte liegende Angriffspunkte in einen einzigen, auf derselben Linie sich befindlichen Angriffspunkt verlegt werden. Es ist, wie die Erfahrung lehrt, ganz dasselbe, ob zwei (oder mehrere) Menschen, die einen Wagen fortziehen, ihn an einem und demselben Punkt anfassen, oder ob der Eine von ihnen dadurch seinen Angriffspunkt wechselt, daß er ein an jenem Punkt angemachtes Seil erfaßt, oder gar den Wagen von hinten schiebt, vorausgesetzt, daß er die

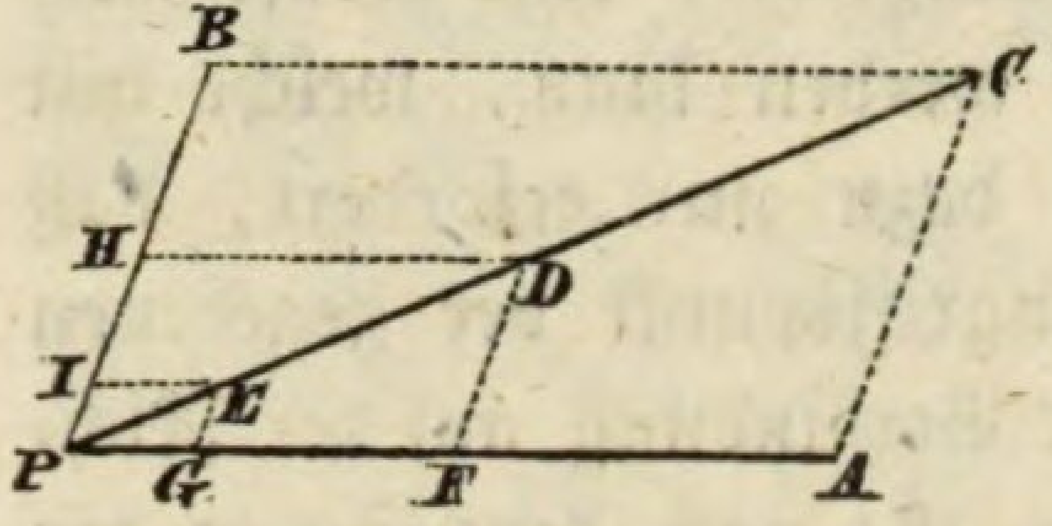
anfängliche Richtung genau beibehalte, und in beiden Fällen die gleiche Kraft anwende.

Aus dem Bisherigen geht hervor, daß umgekehrt eine Kraft auch in eine beliebige Anzahl von Kräften zerlegt werden kann, welche mit derselben einerlei Richtung haben. Es wird dazu nur erfordert, daß die einzelnen Kräfte entweder alle an dem Angriffspunkt der gegebenen Kraft, oder doch an Punkten, welche in starrer Verbindung auf der Richtungslinie der Kraft liegen, und daß, wenn sie alle nach dem Sinne der gegebenen Kraft wirken, ihre Summe, oder, wenn sie theilweise entgegengesetzte Richtung haben, ihre Differenz der ursprünglichen Kraft gleich sei.

2) Kräfte, welche nach verschiedenen Richtungen auf einen Punkt wirken.

Untersuchen wir zuerst die Wirkung zweier, unter einem Winkel auf einen Punkt wirkender Kräfte. In allen Fällen, wo zwei Kräfte von verschiedener Richtung zugleich die Bewegung eines Körpers veranlassen, machen wir die Erfahrung, daß dieselbe von der Art ist, daß sowohl der einen, als der andern Kraft Rechnung getragen ist. Ein Schiff, welches von einem Ruderer quer über einen Fluß getrieben wird, kommt in einer schief flußabwärts gerichteten Linie am entgegengesetzten Ufer an, indem dasselbe sowohl der Kraft des Ruderers, der es quer über den Fluß zu führen strebt, als der Kraft des Wassers, durch welches dasselbe stromabwärts getrieben wird, folgt. — Ein schwerer Körper, den man aus dem Mastkorb eines ruhig dahinsegelnden Schiffes frei fallen läßt, fällt genau am Mastbaum herunter, folgt also der Bewegung des Schiffes, die — vermöge des Beharrungsvermögens — auch die seinige ist, und kommt in eben derselben Zeit unten an, in welcher er die Höhe des Mastes bei ruhendem Schiff durchfallen hätte. — Vom Winde getriebene Regentropfen fallen, dem Wind und der Schwere zugleich folgend, in schiefer Richtung zu Boden. — Eine an die Seitenwand einer Kegelbahn geworfene Kugel setzt ihre Bahn im Sinne des Wurfes fort, entfernt sich aber auch mit einer dem an der Seitenwand erhaltenen Stoß entsprechenden Geschwindigkeit von dieser Wand, und läuft nun in einer schrägen Linie über die Bahn. — In Theatern wird das sogenannte Flugwerk angewendet, um Personen und andere Gegenstände schräg auf- und abwärts durch die Luft zu führen. Dieß wird mittelst eines Seils bewerkstelligt, das sich von einer horizontal sich bewegenden Rolle abwickelt. Der Gegenstand macht alsdann die Bewegung der Rolle mit, die ihre Bewegung der Kraft der Maschinerie verdankt, und zugleich folgt er beim Aufsteigen der senkrecht aufwärts gerichteten Zugkraft des Seils und beim Herabsteigen der Schwerkraft. — Versuchen wir nun, die Bahn, welche der Körper einschlägt, genauer zu bestimmen:

Denken wir uns, der Punkt P werde von zwei Kräften zugleich in Bewegung gesetzt, von denen die eine (K) ihm eine gewisse Geschwindigkeit in der Richtung P G zu geben im Stande wäre, vermöge welcher er in einer bestimmten Zeit die Linie PA durchlaufen würde, während der andern Kraft (K'), wenn sie ebenfalls allein wirkte, eine Bewegung des Punktes entspräche, die ihn mit einer gewissen andern, aber während der ganzen Dauer der Bewegung gleichen Geschwindigkeit in derselben Zeit nach der Richtung P I bis zum Punkte B brächte. — Welches wird nun der Weg sein, welchen der Punkt macht, wenn beide Kräfte gleichzeitig auf ihn wirken? Wir antworten: er wird die Diagonale P C des über P A und P B beschriebenen Parallelogramms durchlaufen, und zwar genau in derselben Zeit, in welcher er die Strecken P A und P B — den einzelnen Kräften gesondert folgend — zurücklegen würde. Denn stellen wir uns vor, die Linie P B bewege sich parallel mit sich selbst und in der Weise längs der Linie P A, daß sie genau im nämlichen Augenblick in A ankommt, in welchem auch der auf ihr selbst von P nach B sich bewegende Punkt an ihrem Ende B ankommt, so wird dieser sich am Ende dieser Bewegung im Punkt C befinden. Der bewegte Punkt hat auf diese Weise die den Kräften K und K' entsprechenden Bewegungen zu gleicher Zeit vollständig ausgeführt, denn er ist einestheils — der Kraft K' folgend — auf P B von P nach B gelangt, und hat andererseits, zugleich mit der Linie P B, in der Richtung der Kraft K die Strecke P A zurückgelegt. In der Hälfte der gegebenen Zeit rückt die Linie P B bis zur Mitte F der Linie P A und der bewegte Punkt bis zur Mitte H der Linie P B, so daß er in Wirklichkeit in D sich befindet. Auch in jedem andern beliebigen Bruchtheil der Zeit muß der bewegte Punkt einen solchen Ort E erreichen, daß die Strecke P G, welche er im Sinne von P A zurückgelegt hat, in demselben Verhältniß zu dem ganzen Weg P A steht, in welchem auch das Stück P I = G E, welches er in demselben Zeittheil auf P B zurückgelegt hat, zu dem ganzen Weg P B steht. Dieß kann aber nur der Fall sein, wenn er auf der Diagonale P C sich bewegt, da sie, wie die Geometrie nachweist, die einzige Linie zwischen P und C ist, welche Punkte (E, D u. s. w.) hat, für welche das Verhältniß zwischen P G und G E, P F und F D, und P A und A C oder P B das gleiche ist.



Die Wirkung der beiden Kräfte K und K' ist also eine Bewegung des Punkts auf der Diagonale P C, vermöge welcher er in der gleichen Zeit den Punkt C erreicht, in welcher er, den Einzelkräften allein folgend, die Punkte A und B erreichen würde. Eine solche Bewegung kann aber der

Punkt P auch durch eine nach der Diagonale PC gerichtete Kraft erhalten, und es fragt sich daher, wie groß muß diese Kraft sein?

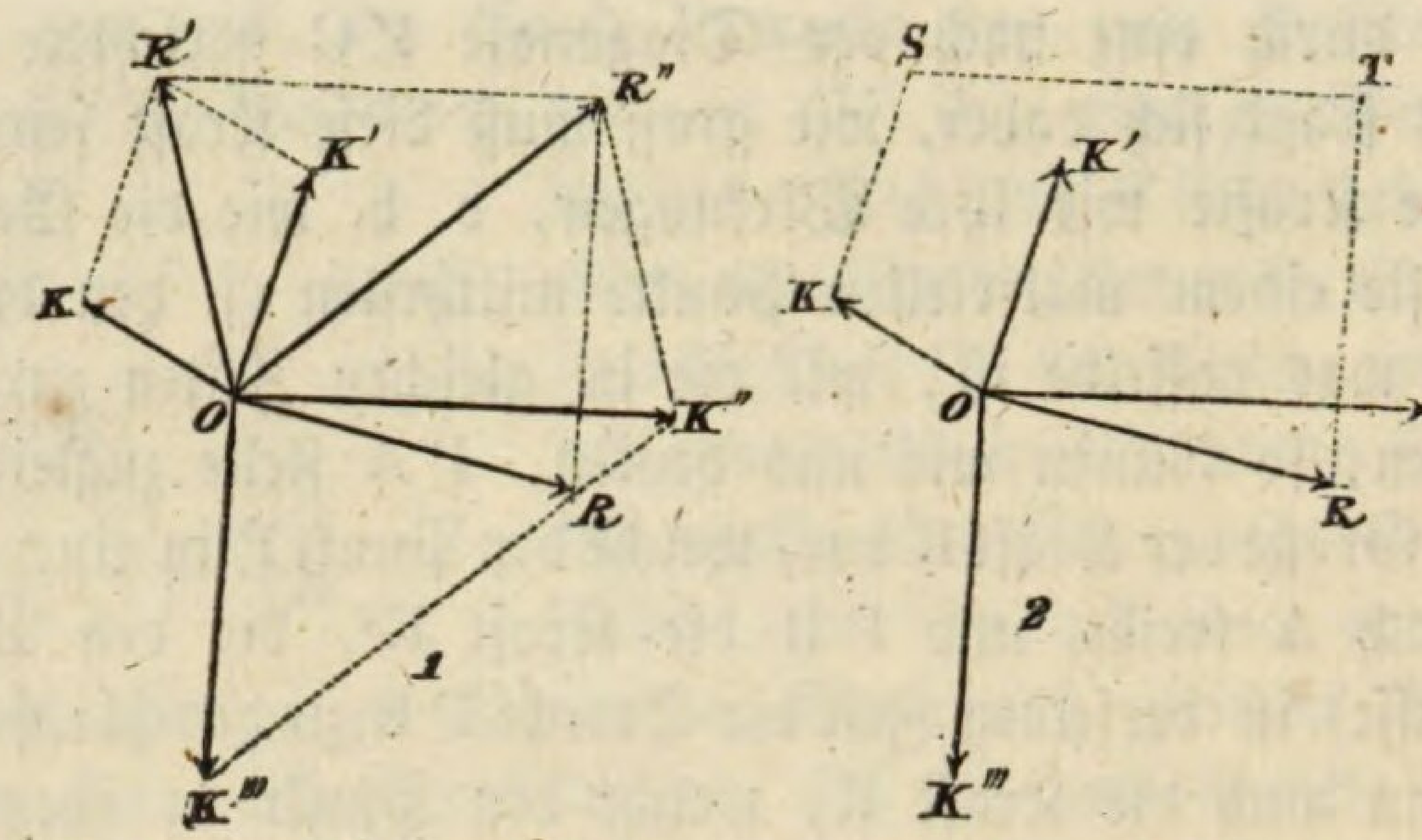
Da sich die Kräfte wie ihre Wirkungen, d. h. wie die Geschwindigkeiten, welche sie einem materiellen Punkte mittheilen (s. den dynamischen Theil), oder, was dasselbe ist, wie die in gleichen Zeiten zurückgelegten Wege, verhalten, so können wir uns denken, PA stelle zugleich die verhältnißmäßige Größe der Kraft K dar, welche den Punkt P in einer gegebenen Zeit von P nach A treibt, und PB die Kraft K′, die den Punkt (also die gleiche Masse) in derselben Zeit die Strecke PB zu durchlaufen zwingt; es muß alsdann auch die Kraft R, welche den Punkt in eben derselben Zeit nach der Richtung der Diagonale bis C bewegen soll, durch die Länge der Linie PC dargestellt sein. — Diese letztere Kraft ist aber nach dem Bisherigen nichts Anderes, als die Resultante der Kräfte K und K′, und wir können somit den Satz aufstellen:

Die Resultante zweier Kräfte, welche nach verschiedenen Richtungen auf einen Punkt wirken, ist nach Richtung und Größe durch die vom Angriffspunkt ausgehende Diagonale des Parallelogramms dargestellt, das über zwei Linien beschrieben ist, welche die Composanten nach Angriffspunkt, Richtung und Größe darstellen.

Dieses Parallelogramm nennt man das Parallelogramm der Kräfte. Da sich dasselbe immer bilden läßt, so lange beide Kräfte einen Winkel bilden und nicht in die Richtung einer geraden Linie fallen, so ist auch klar, daß zwei solcher Kräfte stets eine Resultante haben, und folglich für sich selbst nicht im Gleichgewicht sein können.

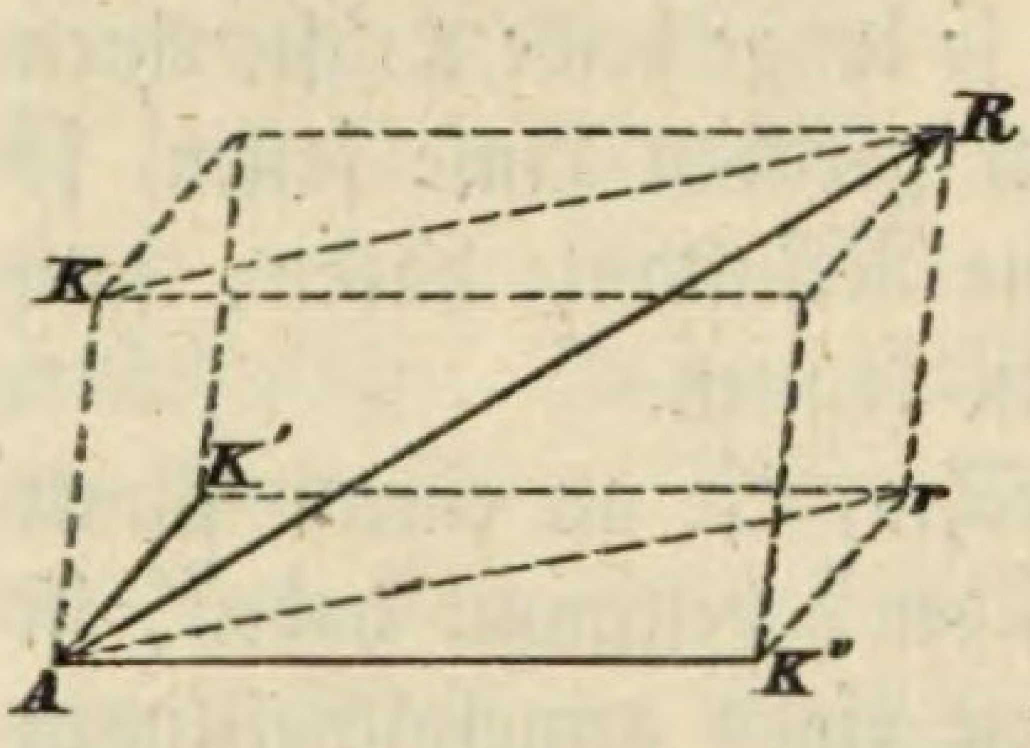
Nachdem wir nun die Resultante zweier Kräfte, die an einem Punkt wirken und deren Richtungen einen Winkel bilden, bestimmt haben, ist es ein Leichtes, für beliebig viele Kräfte, die einen gemeinschaftlichen Angriffspunkt haben, und nach verschiedenen Richtungen wirken, durch wiederholte Anwendung des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte die Resultante zu finden; wir dürfen nämlich nur die Resultante, die wir für irgend zwei derselben gefunden haben, mit einer dritten Kraft, die hieraus sich ergebende neue Resultante mit einer vierten u. s. f. zusammensetzen.

Liegen alle diese Kräfte in einer Ebene, so vereinfacht sich die Construktion etwas, indem man, statt die einzelnen Parallelogramme und Diagonalen (wie bei 1 der umstehenden Zeichnung) zu construiren, nur ein Vieleck (wie bei 2) — das Polygon der Kräfte — beschreiben darf, dessen Seiten den einzelnen Kräften beziehungsweise gleich und parallel sind: die Linie vom Angriffspunkt der Kräfte bis zu dem Endpunkt der letzten Parallele, die zugleich das Vieleck schließt, stellt alsdann die Resul-



tante nach Richtung und Größe dar. — Um sich von der Richtigkeit dieses Verfahrens zu überzeugen, darf man sich nur das Polygon (2) so auf die 1. Figur gelegt denken, daß die einzelnen Kräfte sich decken: die Punkte K, S, T, R und O, und also auch die Linie OR, welche die Hauptresultante darstellt, müssen alsdann nothwendig die entsprechenden Stücke der 1. Figur vollständig decken und ihnen also gleich sein. Schließt sich das Polygon von selbst, d. h. führt die Parallele der letzten Kraft genau in den Angriffspunkt der Kräfte zurück, so ist die Resultante gleich Null, und die Kräfte sind also im Gleichgewicht.

Bei drei Kräften, K, K' und K'', welche nicht in einer Ebene liegen, ist die Resultante durch die von dem Angriffspunkt ausgehende Diagonale eines Parallelepipeds dargestellt, das über den 3 Kräften als Seitenkanten construirt ist. Es ist nämlich leicht einzusehen, daß Ar die Resultante von K' und K'', und AR — als Diagonale in dem Parallelogramm AKRr — die Resultante von r und K ist. Auch hier ist stets eine Resultante möglich, und es kann somit kein Gleichgewicht stattfinden.



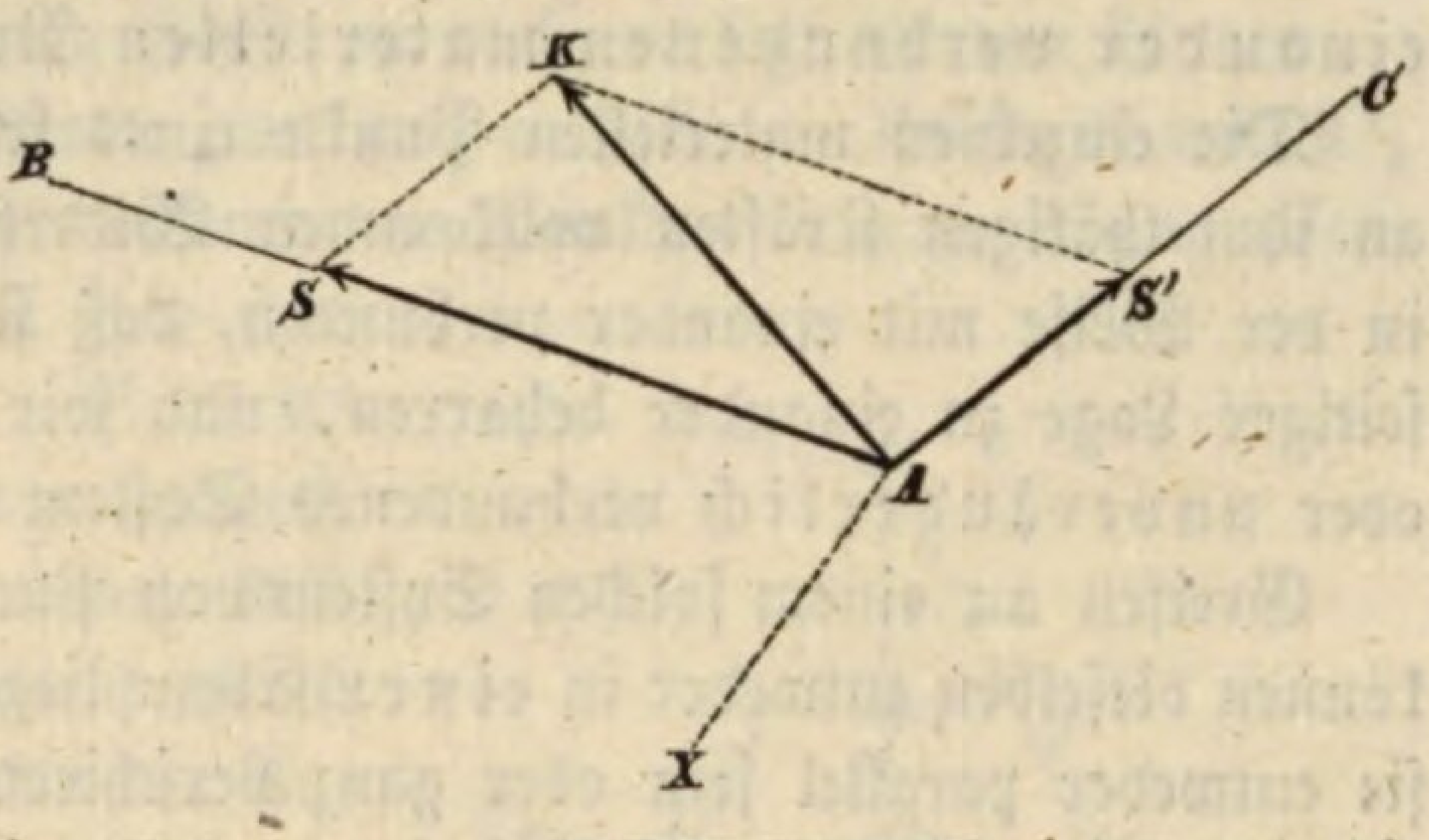
Wirken mehr als drei Kräfte nach verschiedenen Richtungen im Raume auf einen Punkt, so findet man ihre Resultante leicht durch wiederholte Anwendung des Parallelogramms der Kräfte.

Das Parallelogramm der Kräfte dient auch zur Zerlegung einer Kraft in zwei oder mehrere Seitenkräfte. Zerlegt man eine Kraft zunächst in zwei Seitenkräfte, so können diese unendlich viel verschiedene Richtungen und Größen erhalten, sofern die jene Kraft darstellende Linie als Diagonale von unzählig viel verschiedenen Parallelogrammen betrachtet werden kann. Jede der auf diese Weise erhaltenen Seitenkräfte kann wiederum auf die verschiedenartigste Weise zerlegt und diese Operation auf die jedesmal wieder erhaltenen Composanten ausgedehnt werden, so daß die Zahl der Seitenkräfte leicht beliebig gesteigert werden kann.

Zeigen wir die Zerlegung einer Kraft in zwei Seitenkräfte an einigen Beispielen:

a) Die Richtungen der Seitenkräfte seien gegeben.

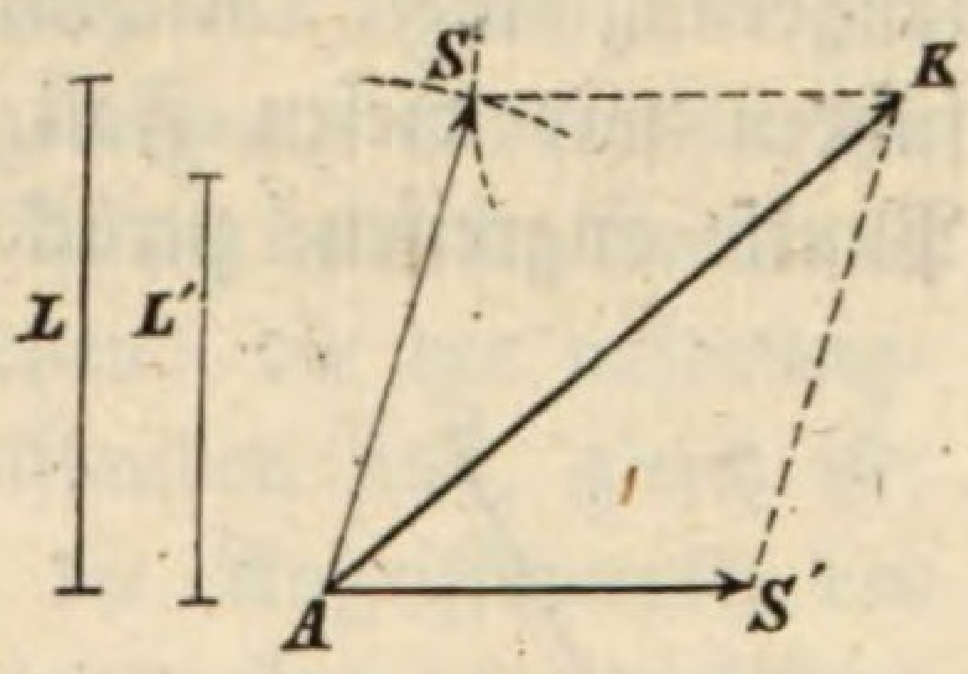
Es sei AK die zu zerlegende Kraft und die Richtungen der Seitenkräfte seien gegeben durch die Linien AB und AC; um nun die Größen der beiden Seitenkräfte zu erhalten, ziehe man KS parallel mit AC und KS' parallel mit AB; die beiden Seiten AS und AS' des Parallelogramms ASKS' stellen alsdann die Seitenkräfte auch der Größe nach dar.



Man erkennt aus vorstehender Figur leicht, daß die Zerlegung nur dann möglich ist, wenn die Richtungen der Seitenkräfte so gewählt sind, daß sie die gegebene Kraft einschließen; denn, wäre etwa statt AB die Richtungslinie AX gegeben, welche mit AC die Rückwärtsverlängerung von AK, nicht aber diese selbst einschlöße, so würde die Parallellinie KS die Linie AX gar nicht treffen.

b) Die Größe jeder der beiden Seitenkräfte sei gegeben.

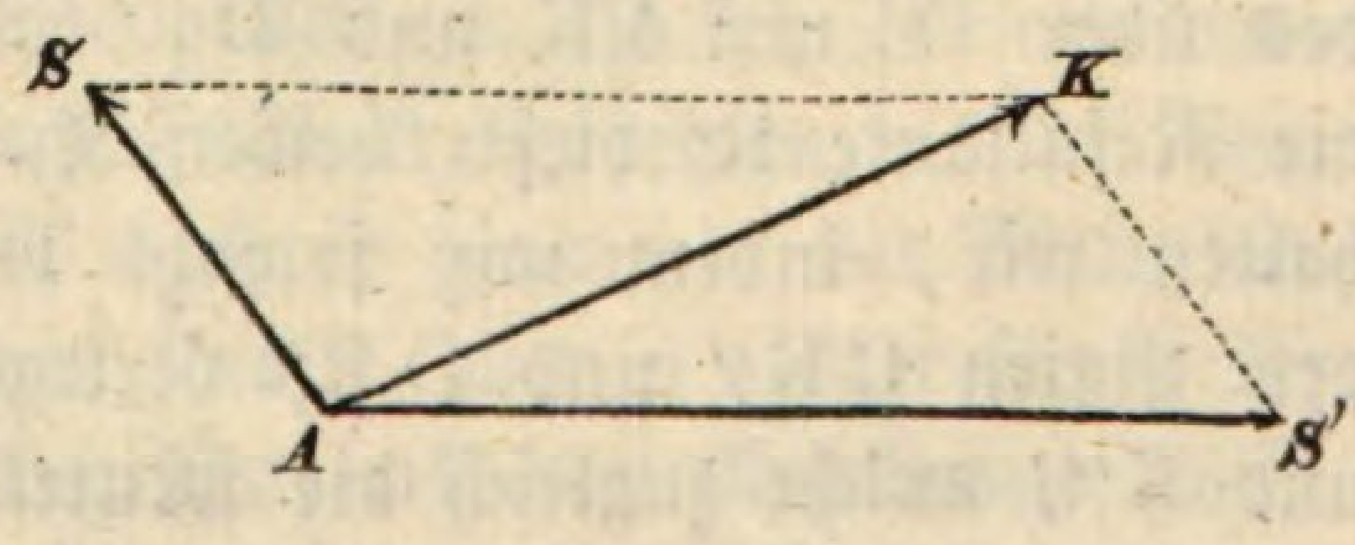
AK sei die zu zerlegende Kraft und die Linien L und L' stellen die einzelnen Größen der zu erhaltenden Seitenkräfte dar: man beschreibe über AK, mit den Linien L und L' als Seiten (mittelst zweier Kreisbogen), das Dreieck ASK und ziehe alsdann AS' parallel mit KS und KS' parallel mit SA, so sind AS und AS' nach Richtung und Größe die verlangten Seitenkräfte der Kraft K.



Ist mit den Größen L und L' über AK kein Dreieck möglich, oder, was dasselbe ist, schneiden sich die Kreisbogen nicht (was der Fall sein wird, wenn L und L' zusammen kleiner als AK sind, oder eine derselben, z. B. L größer, als L' und AK zusammen), so ist die Zerlegung der Kraft für die gegebenen Größen der Seitenkräfte unmöglich.

c) Die Größe und Richtung der einen Seitenkraft sei gegeben.

AK sei die zu zerlegende Kraft, AS die nach Größe und Richtung gegebene Seitenkraft; um nun die zweite Seitenkraft zu erhalten, verbinde man S mit K, und vollende das Paral-



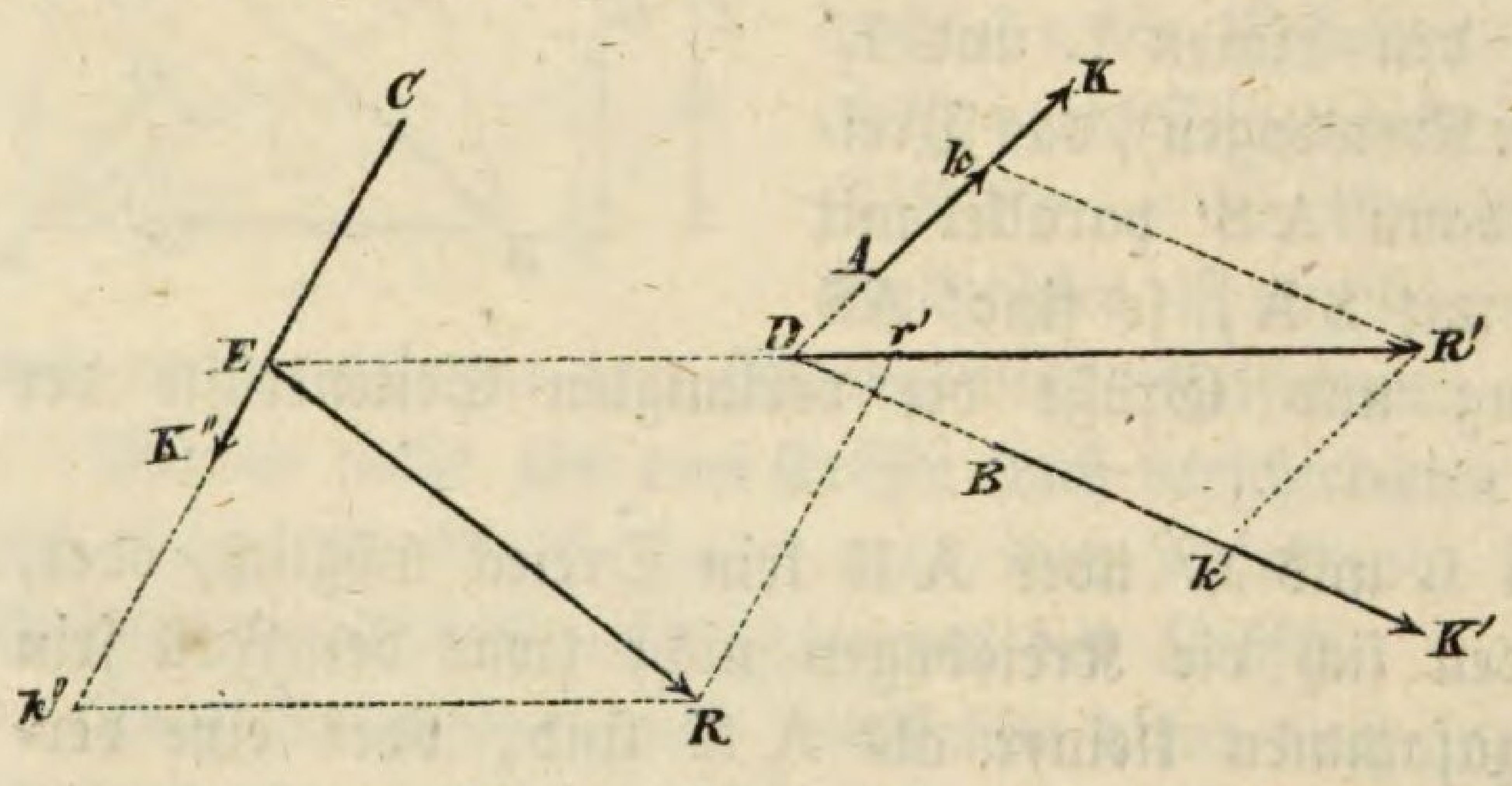
lelogramm, indem man K S' parallel S A und A S' parallel S K zieht; A S' ist alsdann die gesuchte zweite Seitenkraft.

3) Kräfte, welche an verschiedenen, unveränderlich mit einander verbundenen materiellen Punkten angreifen.

Die einzelnen materiellen Punkte eines festen Körpers, sofern er den an ihm thätigen Kräften vollkommen Widerstand zu leisten vermag, sind in der Weise mit einander verbunden, daß sie in unveränderlicher gegenseitiger Lage zu einander beharren, und wir nennen sie daher ein starr oder unveränderlich verbundenes System von Punkten.

Greifen an einem solchen System von Punkten bewegende Kräfte an, so können dieselben entweder in einer Ebene liegen oder nicht; zugleich können sie entweder parallel sein oder ganz verschiedene Richtungen haben. Wir werden hier nur die zwei einfacheren Fälle betrachten: 1) wo die Kräfte verschiedene Richtung haben, aber in einer Ebene liegen; 2) wo die Kräfte parallel sind.

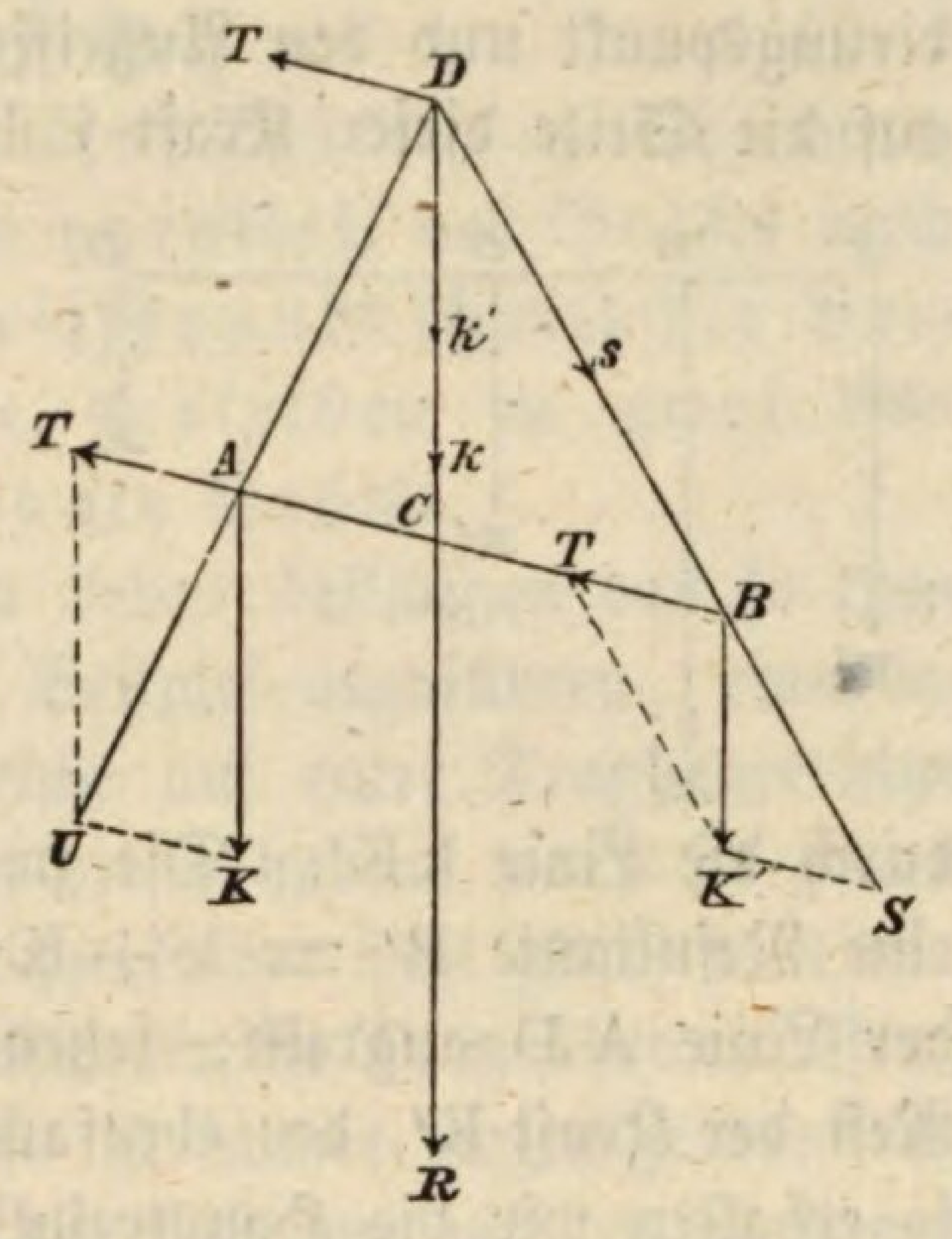
1. Fall. Um die Mittelkraft mehrerer an verschiedenen, starr mit einander verbundenen Punkten angreifender Kräfte zu bestimmen, welche in einer Ebene liegen, dabei aber nicht parallel sind, erinnern wir uns, daß nach dem früher Gesagten (S. 4) jede Kraft ihren Angriffspunkt mit einem andern vertauschen kann, vorausgesetzt, daß dieser mit dem frühern starr verbunden sei und in der Vor- oder Rückwärtsverlängerung ihrer Richtungslinie sich befinde. Mittelst dieses Satzes führen wir diesen Fall auf den frühern, wo die Kräfte an einem Punkte angreifen, zurück.



Es seien z. B. die an den starr mit einander verbundenen Punkten A, B und C angreifenden drei Kräfte K, K' und K'' gegeben, deren Angriffspunkte und Richtungen sämmtlich in einer und derselben Ebene liegen: so finden wir die Mittelkraft der Kräfte K und K', indem wir ihre Angriffspunkte A und B in den Durchschnittspunkt D ihrer Rückwärtsverlängerungen verlegen, und nun mittelst des über D k = A K und D k' = B K' beschriebenen Parallelogramms die Resultante R' dieser beiden Kräfte konstruiren; auf ähnliche Weise erhalten wir, indem wir sowohl D als C auf den Durchschnittspunkt E der Linien C K'' und D R' verlegen, die Resultante R der Kräfte R' und K'', welche zugleich die Mittelkraft der drei Kräfte K, K' und K'' ist.

Soll eine gegebene Kraft in Seitenkräfte zerlegt werden, die an gegebenen Punkten angreifen, so darf man dieselbe nur in solche am gleichen Angriffspunkt angreifende Kräfte zerlegen, deren Richtungen durch die gegebenen Punkte gehen und somit an diese verlegt werden können.

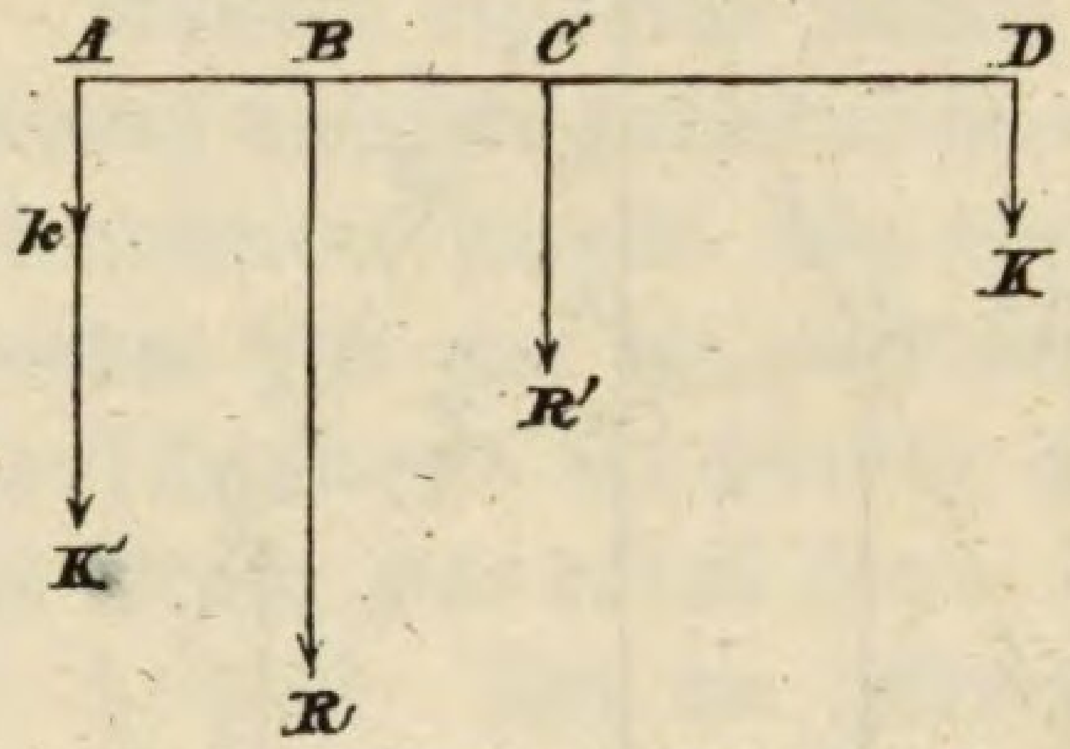
2. Fall. Es soll die Resultante zweier paralleler Kräfte K und K′, die an den starr mit einander verbundenen Punkten A und B angreifen, bestimmt werden. — Zerlegen wir eine der beiden parallelen Kräfte, z. B. B K′ in zwei Seitenkräfte, wovon die eine nach der Linie A B gerichtet und durch B T dargestellt sei; die andere Seitenkraft ist alsdann B S. Verlegen wir nun den Angriffspunkt B der Kraft T nach A und setzen AT mit AK zu der Mittelkraft AU zusammen, so haben wir statt der anfänglichen parallelen Kräfte die sie ersetzenden S und U. Verlegen wir alsdann die Angriffspunkte dieser beiden Kräfte in den Durchschnittspunkt D ihrer Rückwärtsverlängerungen, so können wir hier einerseits die Kraft U wieder in die



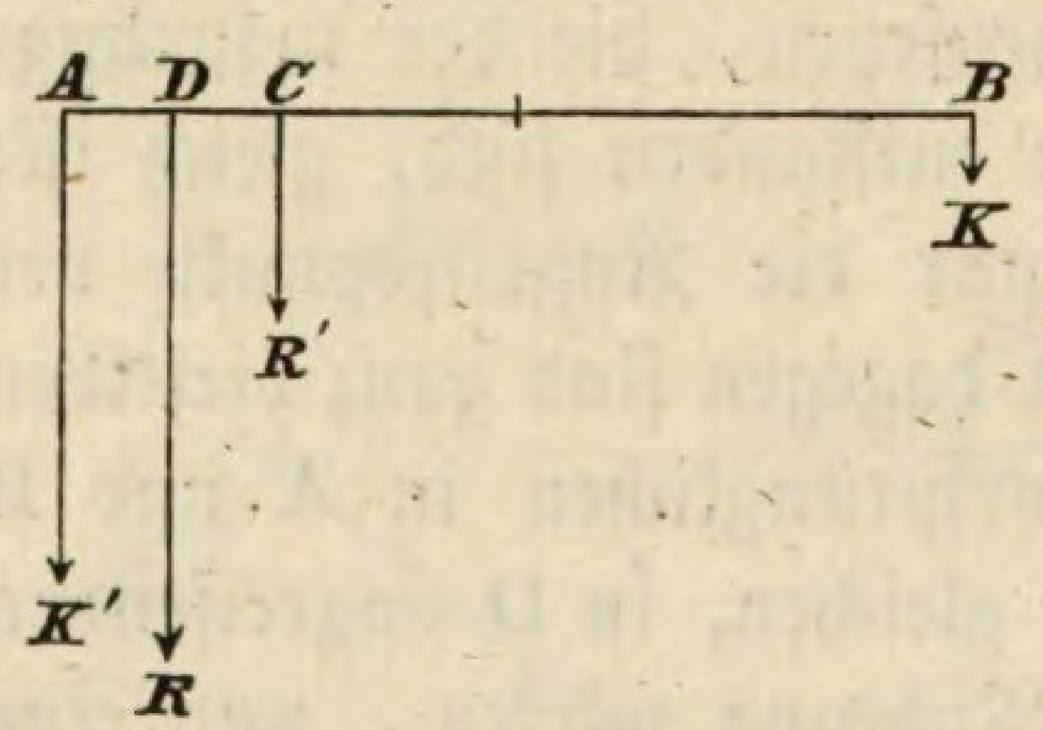
Composanten D T, gleich und parallel mit A T, und D k, gleich und parallel mit A K, aus denen sie entstanden ist, zerlegen, anderseits die dadurch erhaltene Kraft D T mit der Kraft D s (= B S), die beide im Punkte D angreifen, zu einer einzigen Kraft k′ zusammensetzen, die der ursprünglichen Kraft K′, durch deren Zerlegung jene entstanden sind, gleich ist; denn im einen wie im andern Fall wurden nur die Angriffspunkte der Kräfte verändert, ihre Größen und Richtungen dagegen sind ganz dieselben geblieben. Somit haben wir statt unserer ursprünglichen in A und B angreifenden Kräfte A K und B K′ die ihnen gleichen, in D angreifenden D k und D k′, die nach einer und derselben Richtung wirken, und eine Resultante R gleich ihrer Summe geben, deren Angriffspunkt von D nach C, dem Durchschnittspunkt ihrer Richtungslinie mit der Linie A B, verlegt werden kann. Diese im Punkt C angreifende Kraft R ist somit die verlangte Resultante der Kräfte K und K′.

Es handelt sich jetzt nur noch darum, die Lage des Punkts C genau zu ermitteln. Sind beide parallele Kräfte gleich, so ist kein Grund vorhanden, warum er näher bei dem Angriffspunkt der einen als bei dem der andern Kraft liegen sollte und daher muß er genau in der Mitte der Linie A B liegen. Ist die eine der beiden Kräfte, wie in obiger Figur K, größer als die andere, so liegt der Angriffspunkt der Resultante noth-

wendig näher bei dem Angriffspunkt der größern Kraft; denn zerlegt man diese in zwei Composanten von gleicher Richtung mit ihr, wovon die eine gleich der kleineren Parallelkraft ist, so geben diese beiden Kräfte — die kleinere Parallelkraft und die ihr gleiche Composante — eine im Halbirungspunkt von A B angreifende Resultante, welche sich sodann mit der andern Composanten der größeren Parallelkraft zu der Hauptresultante zusammensetzen läßt, die nach dem Obigen nothwendig zwischen den Halbirungspunkt und den Angriffspunkt der größern parallelen Kraft, d. h. auf die Seite dieser Kraft fällt.



Nehmen wir nun beispielsweise an, die Kraft K' sei, wie in der nebenstehenden Figur, 3mal so groß als die Kraft K, so zerlegen wir dieselbe in zwei Composanten, die mit ihr gleiche Richtung haben, nämlich in eine Kraft Ak gleich K, und in eine zweite doppelt so große, dargestellt durch die Linie kK'. Die zwei gleichen Kräfte k und K geben alsdann eine Resultante R' = k + K oder = 2 K, die im Halbirungspunkt C der Linie A D angreift; setzen wir endlich auch noch diese (R') mit dem Rest der Kraft K', der ebenfalls = 2 K und folglich = R' ist, zusammen, so erhalten wir die Hauptresultante R, welche = 4 K oder = K + K' ist und im Halbirungspunkt B der Linie A C angreift, der somit um 1 Viertel der ganzen Linie A D von A, dem Angriffspunkt von K', und um 3 Viertel von D, dem Angriffspunkt der 3mal kleinern Kraft K, entfernt ist. — Ist, wie in der neuen Figur, K' das Siebenfache der Kraft K, so zerlegen wir sie in zwei Composanten, die mit ihr gleichen Angriffspunkt und gleiche Richtung haben, und von denen die eine = 3K und die andere = 4K ist. Die erste dieser Composanten gibt mit Kraft K eine Resultante R', die nach dem Obigen = 4 K ist und im Punkt C angreift, der eine solche Lage hat, daß das Stück A C den vierten Theil von AB beträgt. Setzen wir nun diese Resultante R' mit der zweiten Composanten der Kraft K', die ebenfalls = 4 K ist, zusammen, so erhalten wir die Hauptresultante R, die = 8 K oder = K + K' ist und im Punkt D angreift, der auf der Mitte von A C liegt, und somit die Linie A B so theilt, daß AD = 1 Achtel, und DB = 7 Achtel der Linie A B ist.



In diesen beiden Beispielen liegt also der Angriffspunkt der Resultante so, daß die den beiden Composanten zunächst liegenden Stücke sich umgekehrt verhalten, wie diese Kräfte selbst; es liegt nämlich im ersten

Fall auf der Seite der dreimal kleinern Kraft K das dreimal größere Stück DB, und im zweiten Fall auf der Seite der siebenmal kleinern Kraft K das siebenmal größere Stück DB.

Was wir wir hier für einzelne Beipiele gefunden haben, und was sich durch Benützung dieser Resultate noch an vielen Beispielen nachweisen ließe, hat allgemeine Gültigkeit, wie nicht allein auf geometrischem Wege bewiesen, sondern auch durch Versuche bewahrheitet werden kann. Wir stellen daher den folgenden allgemeinen Satz auf:

Die Resultante zweier paralleler Kräfte, welche nach einerlei Richtung wirken, ist diesen parallel, der Größe nach gleich deren Summe, und ihr Angriffspunkt theilt die Verbindungslinie der Angriffspunkte derselben in zwei den Composanten umgekehrt proportionale Stücke.

Mancherlei Erfahrungen im praktischen Leben bestätigen das so eben aufgestellte Gesetz. Es ist, um nur ein Beispiel anzuführen, eine bekannte Thatsache, daß zwei Männer, welche auf einer Tragbahre eine Last tragen, nur dann gleichen Antheil an dieser haben, wenn sie genau in der Mitte liegt, d. h. wenn der Schwerpunkt der Last gleich weit von den Punkten entfernt ist, an welchen die Männer die Tragbahre anfassen; wird die Last aus dieser Lage verrückt, so ist immer derjenige von den beiden Trägern am stärksten belastet, dem die Last am nächsten zu liegen kommt. Das Gewicht der Last vertheilt sich nämlich, da sie nicht unmittelbar in ihrem Schwerpunkt unterstützt ist, auf die unterstützten Punkte (gewöhnlich sind es deren vier, je zwei auf einer Seite) im umgekehrten Verhältniß zu den Entfernungen dieser Punkte vom Schwerpunkt der Last, und jeder Träger muß einer der Composanten durch eine gleiche, senkrecht aufwärts gerichtete Kraft das Gleichgewicht halten.

Der oben ausgesprochene Satz reicht hin, um auch für beliebig viele parallele Kräfte — gleichgültig, ob sie in einer Ebene liegen oder nicht — die Resultante zu finden.

Da nach dem obigen Gesetz der Angriffspunkt der Resultante einzig und allein von der verhältnißmäßigen Größe der Composanten, nicht aber von deren Richtung, abhängig ist, so wird derselbe nicht verändert, wenn die parallelen Kräfte, unter Beibehaltung ihrer Angriffspunkte, ihre Richtung wechseln. Gibt man daher einem ganzen System paralleler Kräfte nach einander verschiedene Richtungen, so schneiden sich die entsprechenden Lagen der Resultante alle in einem Punkt, den man den Mittelpunkt der parallelen Kräfte heißt. Die kleinen Kräfte z. B., welche die einzelnen Theilchen eines Körpers in Folge der Schwere gegen den Mittelpunkt der Erde ziehen, und als parallel betrachtet werden können, haben eine Resultante, die für jede Lage des Körpers durch den gleichen Punkt

geht; dieser Punkt, der unter dem Namen Schwerpunkt bekannt ist, bildet also den Mittelpunkt jener kleinen Schwerkräfte.

Parallele Kräfte, welche nach einerlei Richtung wirken, haben nach dem Obigen stets eine Resultante, und können daher nie im Gleichgewicht sein. Wohl aber können mehrere parallele Kräfte, die in direkt entgegengesetztem Sinn wirken, im Gleichgewicht sein, wenn nämlich die Resultante der einen Seite genau so groß ist und in demselben Punkt angreift, wie die Resultante der andern Seite.

Zwei gleiche, entgegengesetzt wirkende parallele Kräfte lassen gar keine Resultante zu, da kein Grund vorhanden ist, warum diese eher im Sinne der einen, als in dem der andern Kraft wirken sollte. Zwei Kräfte dieser Art nennt man ein Gegenpaar; ihre Wirkung ist eine Drehung des Körpers. Sind die zwei parallelen Kräfte dagegen ungleich, so ist die Resultante, wie sich ähnlich wie bei der Resultante paralleler und nach derselben Seite gerichteter Kräfte zeigen läßt, gleich dem Unterschied beider Kräfte, und wirkt nach der Richtung der größern an einem Punkt, der nicht zwischen, sondern außerhalb den beiden Angriffspunkten der Composanten liegt, und zwar auf der Seite der größern so, daß sich seine Entfernungen von den Angriffspunkten der Seitenkräfte umgekehrt wie diese selbst verhalten.

Mit Hülfe der beiden Hauptgesetze, nämlich des Gesetzes über das Parallelogramm der Kräfte und des Gesetzes über die Resultante zweier paralleler Kräfte, lassen sich alle Fälle, die Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte betreffend, lösen.

Von den einfachen Maschinen.

Jede Vorrichtung, welche dazu dient, die an einem gegebenen Punkt ausgeübte Wirkung einer bewegenden Kraft auf einen andern, nicht in der Richtung dieser Kraft liegenden Punkt überzutragen und auf eine bestimmten Zwecken entsprechende Weise abzuändern, heißt eine Maschine. — Die Wagenwinde z. B. verdient den Namen einer Maschine, weil sie die durch die Kraft der Menschen an der Kurbel hervorgebrachte Bewegung auf den zu hebenden Gegenstand überträgt und dabei zugleich die drehende Bewegung in eine geradlinige verwandelt. Ein Wasserrad heißt eine Maschine, weil es die Kraft, welche fließendes Wasser auf seine Schaufeln ausübt, mittelst des Wellbaums fortleitet, um durch dieselbe hier den schweren Hammer eines Eisenwerks oder den Stampfer einer Oelmühle in die Höhe zu heben, dort einen Mühlstein in Bewegung zu setzen, an einem dritten Ort Wasser aus der Tiefe zu schaffen u. s. w.

Der Widerstand, welchen die Maschine da, wo sie ein Geschäft verrichtet, zu überwinden hat, heißt im Gegensatz zu der bewegenden Kraft

die Last. Auch an andern Punkten der bewegten Maschine entstehen Hindernisse, welche die Kraft zu überwinden hat, wie Reibung, unvollkommene Biegsamkeit der Seile, Schnüre ꝛc., Widerstand der Luft u. s. f. Der Einfachheit halber sehen wir in den folgenden Betrachtungen von den letzteren Widerständen ab, indem wir uns vorbehalten, die wichtigsten derselben in einem besondern Abschnitt zusammenzustellen.

Die Maschinen sind entweder einfache, d. h. solche, deren einzelne Theile nicht selbst wieder als Maschinen dienen können, oder zusammengesetzte, d. h. solche, welche durch die Verbindung einfacher Maschinen entstehen. Zu den einfachen Maschinen zählen wir: den Hebel, die Rolle, das Wellrad, die schiefe Ebene, den Keil und die Schraube.

Der Hebel.

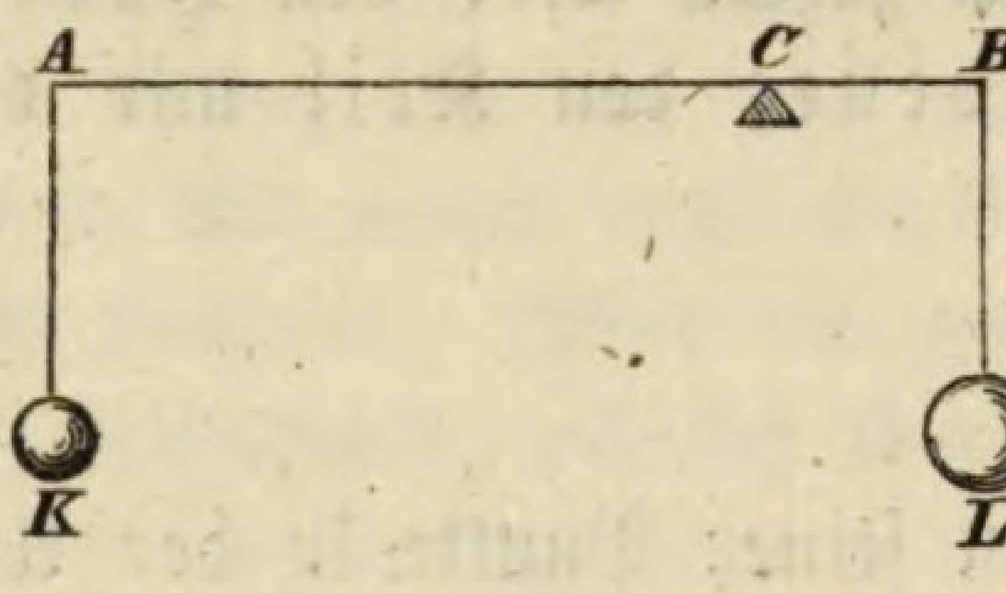
Ein Balken oder ein Stab, der in einem seiner Punkte in der Art unterstützt ist, daß er sich um denselben drehen kann, und an dem zwei Kräfte — Kraft und Last — wirken, die ihn in entgegengesetztem Sinn zu drehen streben, heißt ein Hebel. Den unterstützten Punkt heißen wir den Unterstützungs- oder Drehungspunkt, und die Entfernungen desselben von der Richtungslinie der Kräfte, d. h. die Perpendikel von jenem auf diese, die Arme des Hebels.

Liegt der Unterstützungspunkt und die Angriffspunkte der Kräfte in einer geraden Linie, so heißt der Hebel geradlinig; bilden dagegen die Arme der Kraft und der Last einen Winkel mit einander, so haben wir einen Winkelhebel. Der geradlinige Hebel heißt einarmig, wenn Kraft und Last auf einer Seite des Drehungspunkts angreifen, und zweiarmig, wenn ihre Angriffspunkte zu beiden Seiten des Drehungspunkts sich befinden, dieser also zwischen ihnen liegt. Da an jedem körperlichen oder physischen Hebel auch dessen Gewicht als Kraft wirkt, so beschränken wir uns vor der Hand, der Einfachheit wegen, auf die Betrachtung des mathematischen Hebels, der aus einer unbiegsamen, unschweren oder gewichtlosen Linie bestehend gedacht wird.

Denken wir uns als bewegende Kräfte Gewichte angebracht, so haben wir es mit parallelen Kräften zu thun. Mit Hülfe des oben aufgestellten Gesetzes für die Resultante paralleler Kräfte wird es uns leicht sein, jedesmal die Bedingung des Gleichgewichts festzustellen; denn als erste und letzte Bedingung des Gleichgewichts muß uns stets die gelten, daß die Resultante der parallelen Kräfte durch den Unterstützungspunkt gehe. Die ganze Wirkung der am Hebel thätigen Kräfte besteht alsdann darin, diesen gegen den Unterstützungspunkt anzudrücken, und die Festigkeit dieses Punkts dient somit als Gegenresultante, indem

sie der eigentlichen Resultante einen ihr gleichen und direkt entgegengesetzten Widerstand entgegenstellt und dadurch ihre Wirkung vollständig aufhebt. Der Druck, welchen der Unterstützungspunkt auszuhalten hat, ist daher auch gleich dieser Resultante, d. h. gleich der Summe der beiden Gewichte.

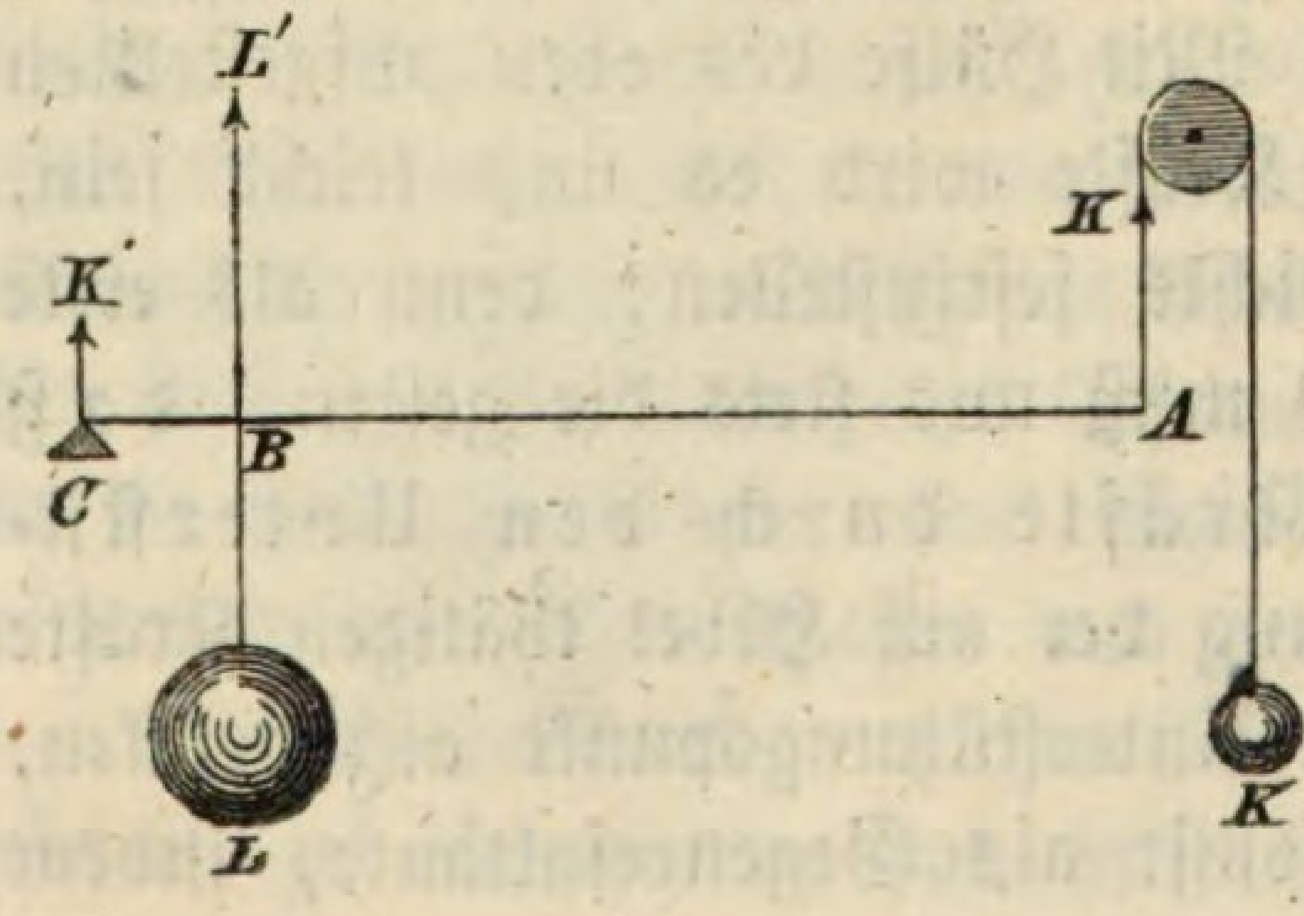
Am gleicharmigen, doppelarmigen Hebel ist demnach Gleichgewicht, wenn Kraft und Last gleich sind; am ungleicharmigen dagegen, wenn sich die Gewichte umgekehrt verhalten, wie ihre Arme, d. h. wenn sich die Kraft zur Last verhält, wie der Arm der Last zum Arme der Kraft, in unserer Figur also: K zu L wie BC zu AC; mit andern Worten: wenn die Produkte aus den Zahlen für die Kräfte in die Zahlen ihrer zugehörigen Hebelarme, oder kurzweg, wenn die Produkte aus den Kräften in ihre Arme gleich sind (K mal AC = L mal BC). Es sei beispielsweise AC = 10 Fuß, BC = 3 Fuß und die Last L = 4 Cntr.; alsdann muß die Kraft K = 120 Pfd. sein, damit wir haben: 3 . 400 = 10 . 120.



Diese Produkte sind vom wesentlichsten Einfluß auf den Gleichgewichtszustand, und wir werden auch in der Folge häufig auf dieselben geführt werden. Man hat daher dem Produkt aus einer Kraft in ihren Arm, d. h. in den wahren Abstand ihrer Richtung vom Drehungspunkt einen besondern Namen gegeben, nämlich: statisches Moment oder schlechtweg Moment. Dieses Produkt kann zugleich als Maß gelten für das Drehungsvermögen der Kräfte, d. h. für das Vermögen, womit jede einzelne Kraft den Hebel um den Unterstützungspunkt zu drehen bestrebt ist, und in dieser Beziehung nennt man es auch wohl Drehungsmoment.

Obiger Satz läßt sich nunmehr einfacher auf folgende Weise aussprechen:

Kraft und Last sind am zweiarmigen Hebel im Gleichgewicht, wenn ihre Momente in Beziehung auf den Drehungspunkt einander gleich sind.

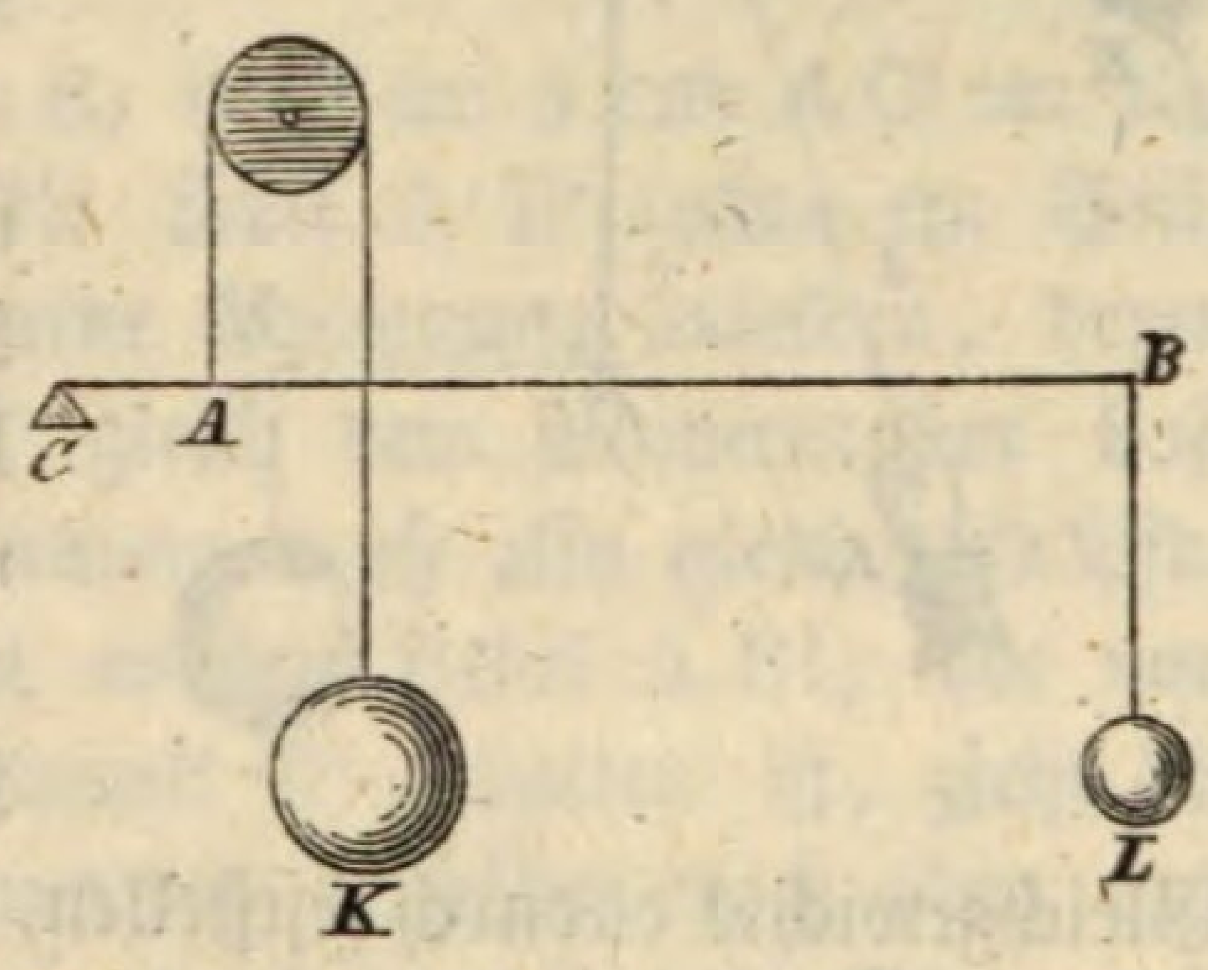


Beim einarmigen Hebel wirken Kraft und Last in entgegengesetzter Richtung, die eine nach oben, die andere nach unten. Nach unserm Satz für entgegengesetzt wirkende parallele Kräfte (S. 14) geht die Resultante durch einen außerhalb der beiden Kräfte, auf der Seite der größern Kraft liegenden

Punkt, für welchen die Abstände der Kräfte sich umgekehrt verhalten, wie die Kräfte selbst. Soll also an einem einarmigen Hebel Gleichgewicht bestehen, d. h. soll die Resultante der Kraft und der Last durch den Unterstützungspunkt gehen, so muß sich (s. die obige Figur) L zu K verhalten, wie A C zu BC.

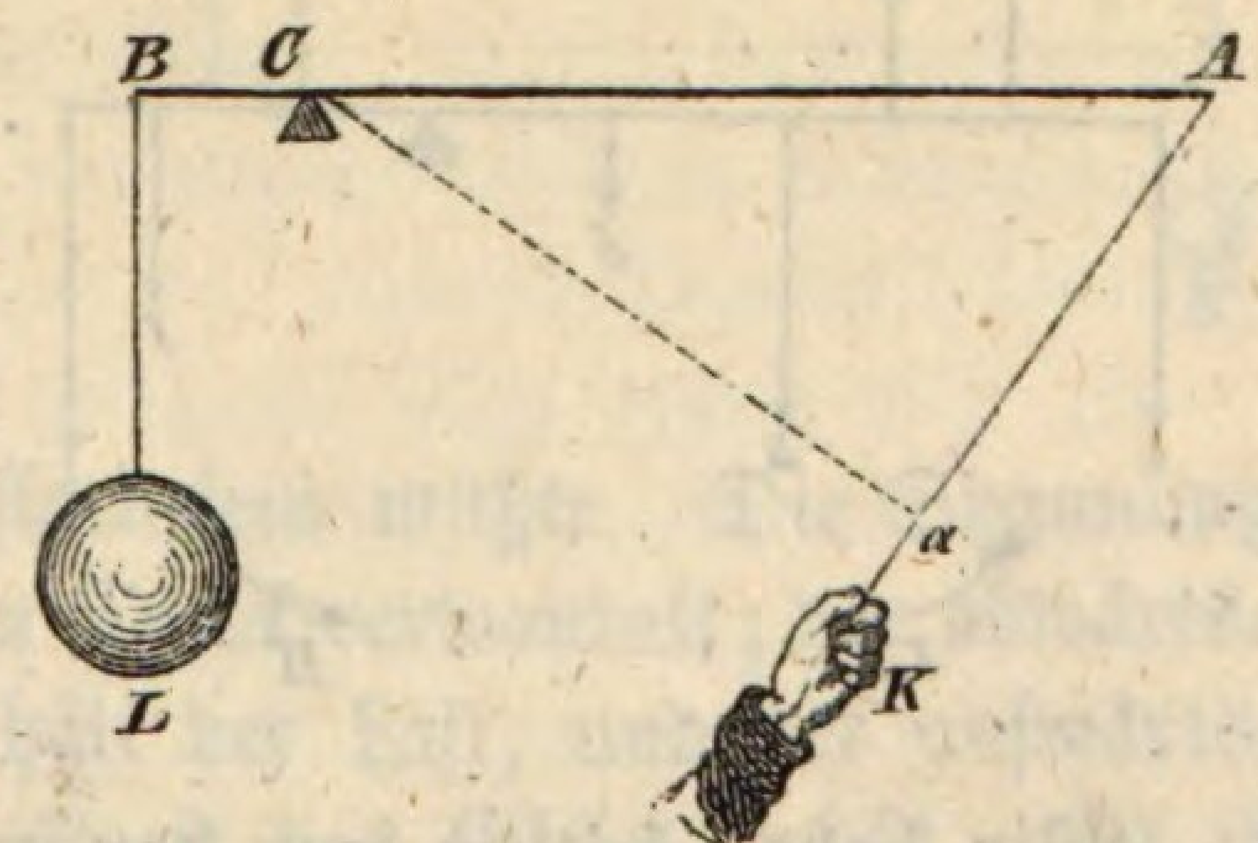
Der Druck, den der Punkt C auszuhalten hat, ist dem Unterschied zwischen Last und Kraft gleich. Um uns hievon zu überzeugen, dürfen wir uns nur den Widerstand des Unterstützungspunkts durch eine aufwärts gerichtete Kraft K' ersetzt denken. Da hiedurch das Gleichgewicht nicht gestört wird, sondern dasselbe nach wie vor fortbesteht, so können wir die Last L als Gegenresultante betrachten, und es ist daher die ihr direkt entgegengesetzte, der Größe nach aber gleiche Kraft L' die wirkliche Resultante von K und K' und folglich $L = K + K'$; K' ist daher dem Unterschied zwischen L' und K, und, weil $L = L'$, auch dem Unterschied zwischen L und K gleich.

Liegt der Angriffspunkt der Kraft dem Drehungspunkt näher, als der der Last (wie in beigefügter Figur), so muß sie nach dem obigen Gesetz größer sein, als die Last. Da aber bei jeder Maschine immer auch Kraft erspart werden soll, so wird diese Art des Angriffs selten, und nur unter ganz besondern Umständen Anwendung finden.

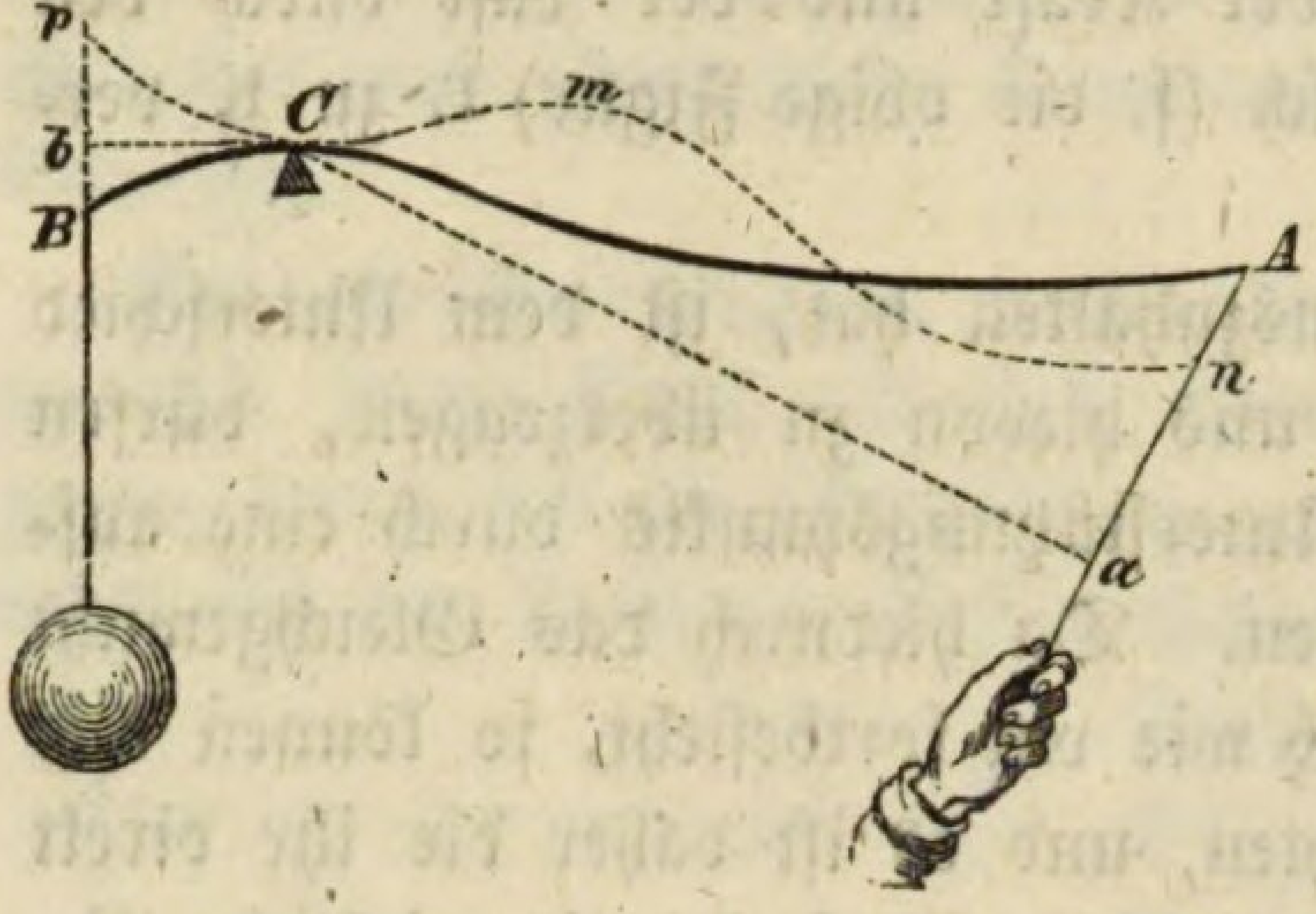


Anm. In manchen Lehrbüchern der Mechanik wird ein wesentlicher Unterschied zwischen diesem und dem vorhergehenden einarmigen Hebel gemacht, und demgemäß der Hebel in drei Arten eingetheilt: 1) Hebel erster Art oder zweiarmiger Hebel; 2) Hebel zweiter Art, d. h. einarmiger Hebel, bei dem der Angriffspunkt der Last zwischen dem Drehungspunkt und dem Angriffspunkt der Kraft liegt, und 3) Hebel dritter Art, wenn, wie im zuletzt besprochenen Fall, das Umgekehrte der Fall ist.

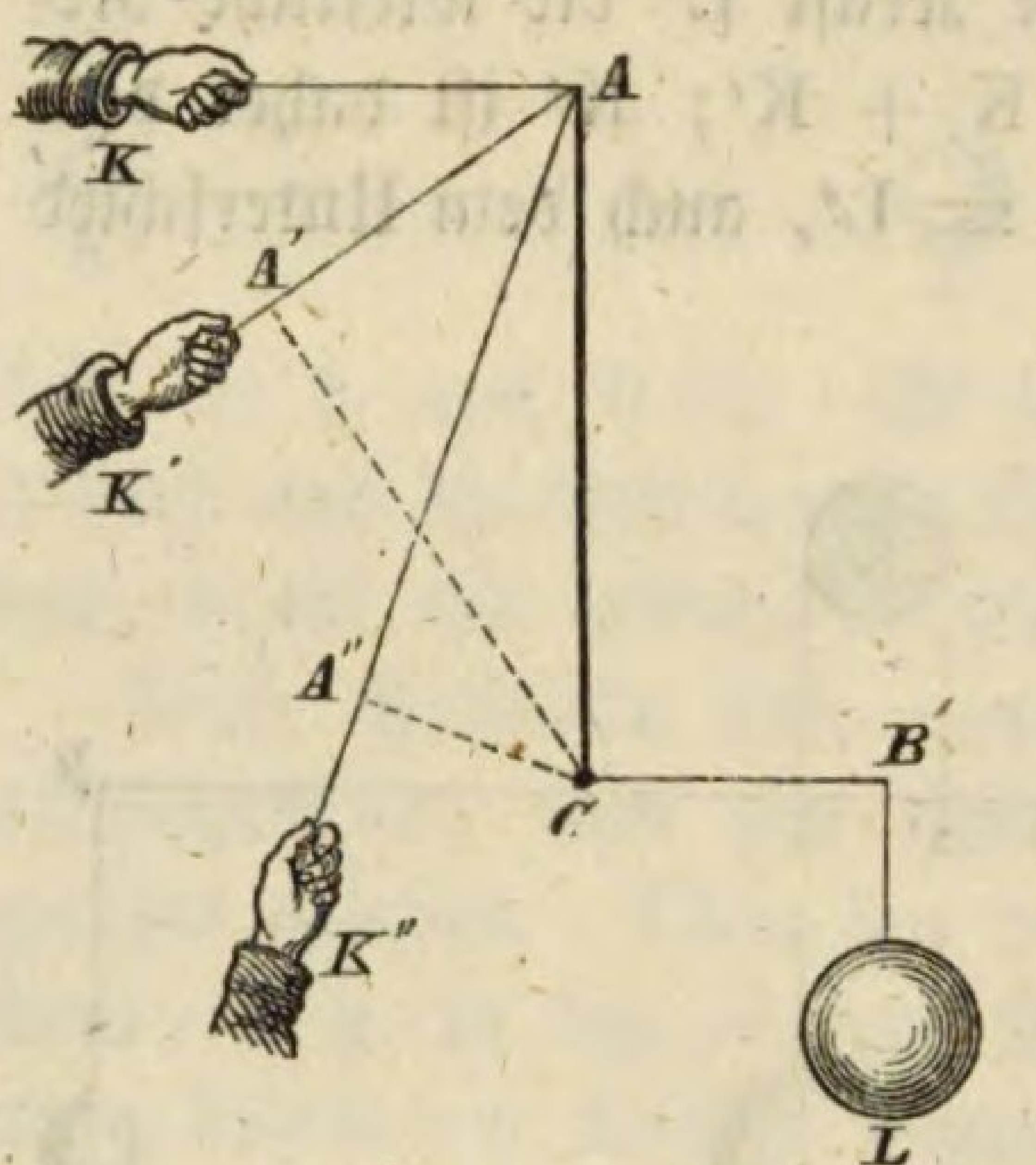
Da wir oben das Moment einer Kraft als das Produkt derselben in den senkrechten Abstand ihrer Richtung vom Drehungspunkt bezeichnet haben, so genüge die Bemerkung, daß für eine schief wirkende Kraft, wie K in nebenstehender Figur, in dieses Produkt nicht der Arm A C, sondern das Perpendikel a C, welches den wahren Abstand des Punktes C von der Richtung der Kraft mißt,



als Faktor aufgenommen werden muß. Wenn wir dieß beachten, so ist es leicht, für jede beliebige Richtung von Kraft und Last und für alle möglichen Formen der Hebel schnell die statischen Momente und damit die Bedingungen des Gleichgewichts aufzufinden. An dem hier verzeichneten Hebel z. B. ist der Arm der Kraft das Perpendikel Ca und der der Last das Perpendikel Cb, und die Bedingung des Gleichgewichts ist daher: K . Ca gleich L . Cb.

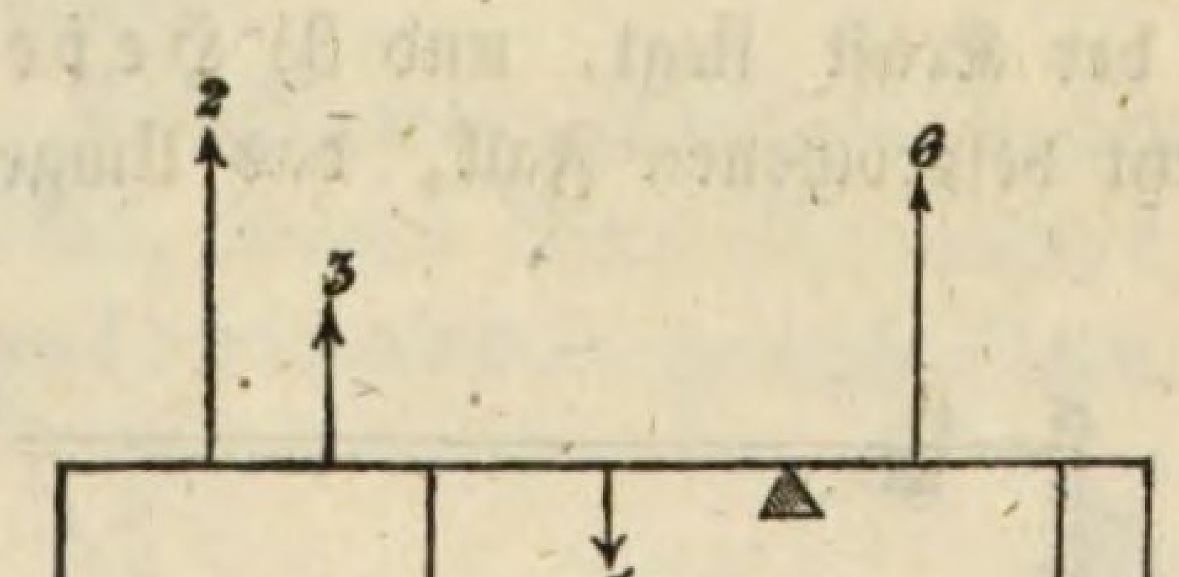


Dieß würde auch der Fall bleiben, wenn man dem Hebelbalken eine beliebige andere Gestalt, wie z. B. pCmn gäbe, vorausgesetzt, daß Größe und Richtung der beiden Kräfte unverändert blieben.



Am Winkelhebel ist daher ebenfalls nur dann Gleichgewicht, wenn für beliebige Richtungen der Kraft die Momente K . AC, K . A'C, K'' . A''C dem Moment L . BC der Last gleich sind.

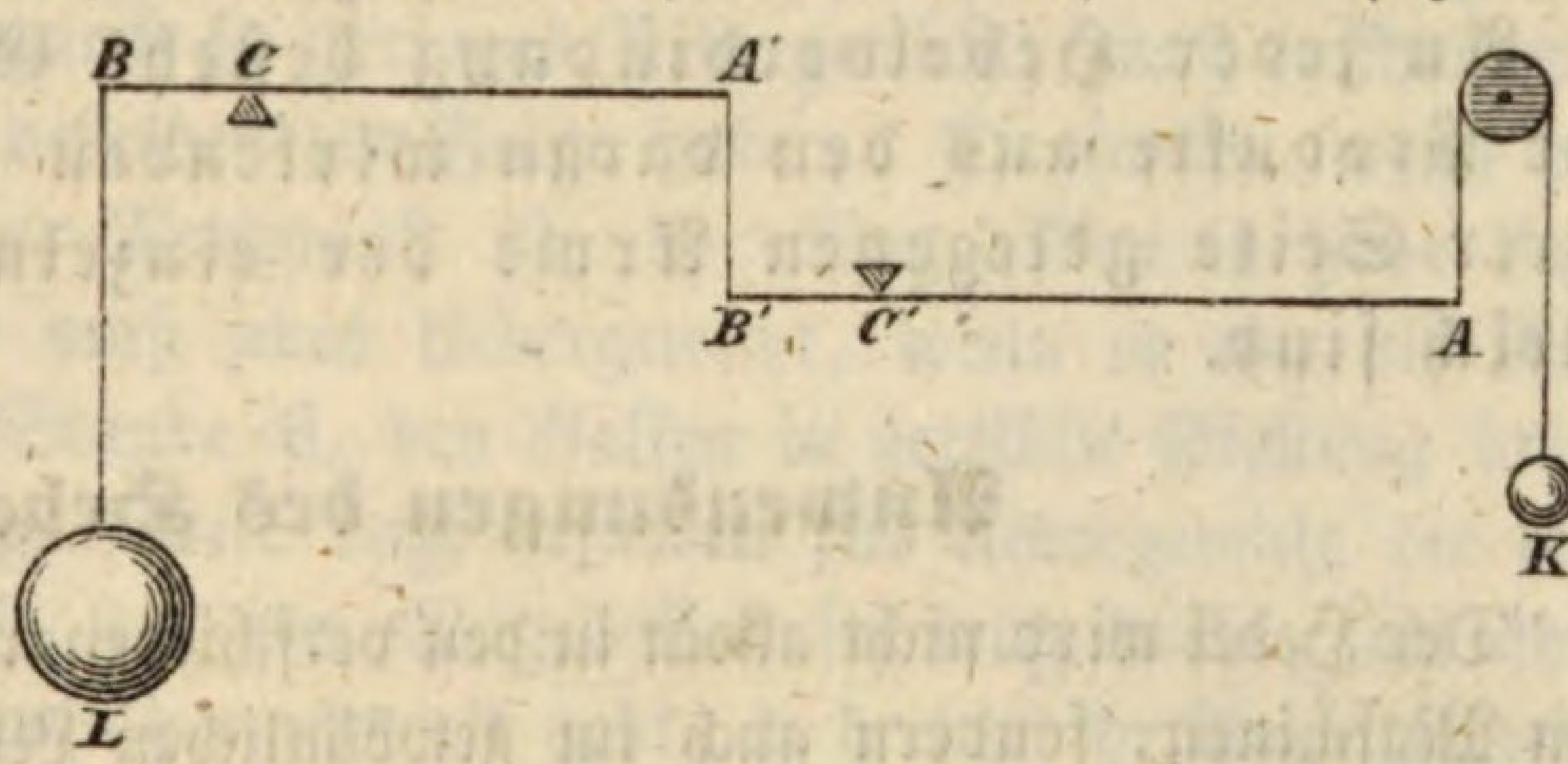
Wirken an einem Hebel mehr als zwei Kräfte, so läßt sich die Bedingung des Gleichgewichts dadurch feststellen, daß man entweder sämmtliche, je nach einer Richtung wirkende Kräfte in eine Resultante vereinigt, und die Momente der so erhaltenen beiden Resultanten bestimmt, oder indem man die Momente aller einzelnen Kräfte bildet, und sie in dem Sinne, nach welchem sie den Hebel zu drehen streben, in zwei Summen vereinigt; sind diese Summen einander gleich, so besteht Gleichgewicht. Unter den in nebenstehender Figur angebrachten Kräften z. B. streben 1, 4, 5 und 6 den Hebel im Sinne des Pfeils I, und die Kräfte 2, 3, 7 und 8 im Sinne des Pfeils II, also im entgegengesetzten Sinne, zu drehen; Gleichgewicht findet daher Statt, wenn die Summe der Momente der erstern gleich ist der Summe der Momente der letztern.



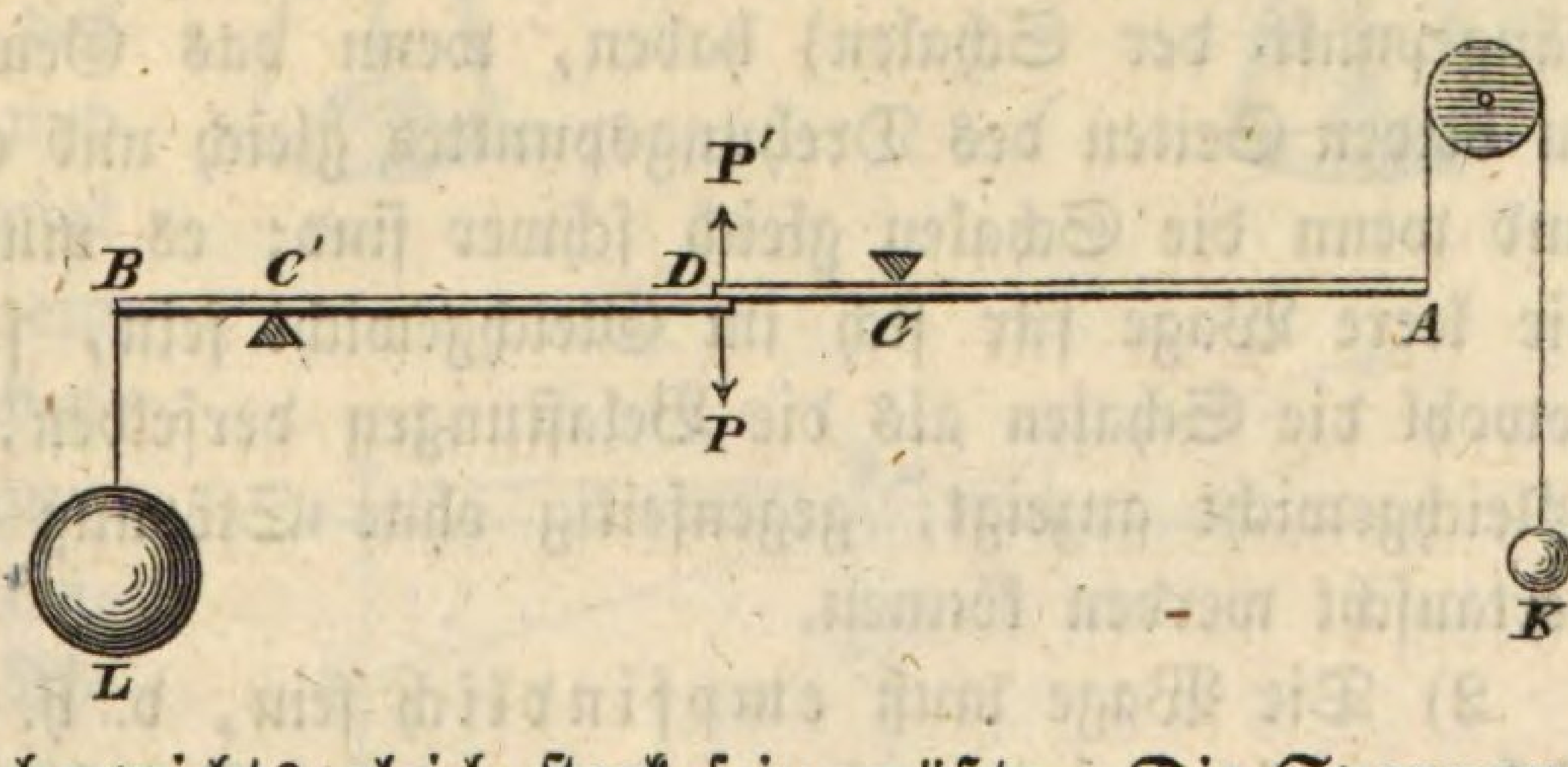
Wir haben seither nur den mathematischen Hebel betrachtet; dieselben Gesetze gelten jedoch auch für den physischen Hebel, und wir können diesen

dadurch ganz und gar auf jenen zurückführen, daß wir uns sein Gewicht in seinem Schwerpunkt vereinigt und hier wie jede andere Kraft wirkend denken. Fällt der Unterstützungspunkt des Hebels mit dem Schwerpunkt zusammen, so wird das Gewicht desselben durch jenen aufgehoben und hat somit keinerlei Einfluß auf das Gleichgewicht; ist dieß nicht der Fall, so muß sein Moment in die Bedingung des Gleichgewichts mit aufgenommen werden.

Hebelverbindungen, d. h. Maschinen, an denen zwei oder mehrere Hebel unmittelbar auf einander wirken, können auf die Gesetze des einfachen Hebels zurückgeführt werden. Es sei z. B. in nebenstehender Figur Hebel AB′ mit A′B durch eine starre Linie A′B′ verbunden; angenommen nun, die Last L



betrage 4 Centr., BC sei = 2, A′C = 8, B′C′ = 3 und AC′ = 10, so muß im Zustand des Gleichgewichts die Linie A′B′ (etwa ein Seil, eine Metallstange oder ein Metalldraht) eine Spannung erleiden, deren Moment in Beziehung auf den Punkt C gleich dem Moment der Last ist; dieses beträgt 2 . 400 Pfd., jene Spannung muß also gleich 100 Pfd. sein, so daß 8 . 100 = 2 . 400 ist. Am andern Hebel AB′, der von einem oberhalb befindlichen Unterstützungspunkt C′ gehalten ist, zieht die gespannte Verbindungslinie, da die Spannung derselben nach oben und nach unten natürlich nur eine sein kann, ebenfalls mit 100 Pfd.; wir haben daher auf dieser Seite das Moment 100 . 3 = 300, und folglich muß die Kraft 30 Pfd. betragen, damit ihr Moment 30 . 10 jenem Moment gleich sei. Statt durch eine starre Linie verbunden zu sein, könnten sich die beiden Hebel auch unmittelbar berühren; in diesem Fall würde sich im Punkt D ein doppelter Druck, von oben nach unten und von unten nach oben, entwickeln, der



für den Fall des Gleichgewichts gleich stark sein müßte. Die Spannung des Seils ist also hier in einen gegenseitigen Druck verwandelt; der abwärtsgehende Druck, im Sinne des Pfeils P, hält der Last, und der aufwärtsgerichtete, im Sinne des Pfeils P′, der Kraft das Gleichgewicht. Es ist leicht einzusehen, wie durch eine geschickte Verbindung mehrerer Hebel sehr

viel an Kraft erspart werden kann. Im vorigen Beispiel halten 30 Pfd. einer Last von 400 Pfd. das Gleichgewicht, ohne daß die einzelnen Arme auf der Seite der Kraft übermäßig lang wären und sich deßhalb zu stark biegen würden. — Betrachten wir die hier erhaltenen Zahlen näher, so sehen wir, daß das Produkt der Kraft in die auf ihrer Seite (von den beiden Unterstützungspunkten) liegenden Hebelarme gerade so groß ist, als das Produkt aus der Last in die beiden andern, dieser zugekehrten Arme der Hebel, nämlich: 30 . 10 . 8 = 400 . 2 . 3. Dieß gilt nun auch ganz allgemein:

An jeder Hebelverbindung besteht Gleichgewicht, wenn die Produkte aus den daran wirkenden Kräften in die auf ihrer Seite gelegenen Arme der einzelnen Hebel einander gleich sind.

Anwendungen des Hebels.

Der Hebel wird nicht allein in den verschiedenartigsten Verbindungen in den Maschinen, sondern auch im gewöhnlichen Leben in seiner einfachsten Form vielfach angewendet. Beginnen wir mit einer der wichtigsten Anwendungen des doppelarmigen Hebels, nämlich mit der Wage.

Die gewöhnliche Wage besteht aus einem gleicharmigen Hebel, dem Wagebalken, der sich auf einem scharfkantigen Zapfen wiegt, und an dessen beiden Enden Schalen zur Aufnahme des zu wägenden Körpers und des Gewichtes angehängt sind; außerdem ist die sogenannte Zunge angebracht, welche die Größe der Abweichung, den Ausschlag, des Wagebalkens von der horizontalen oder wagerechten Stellung anzeigt.

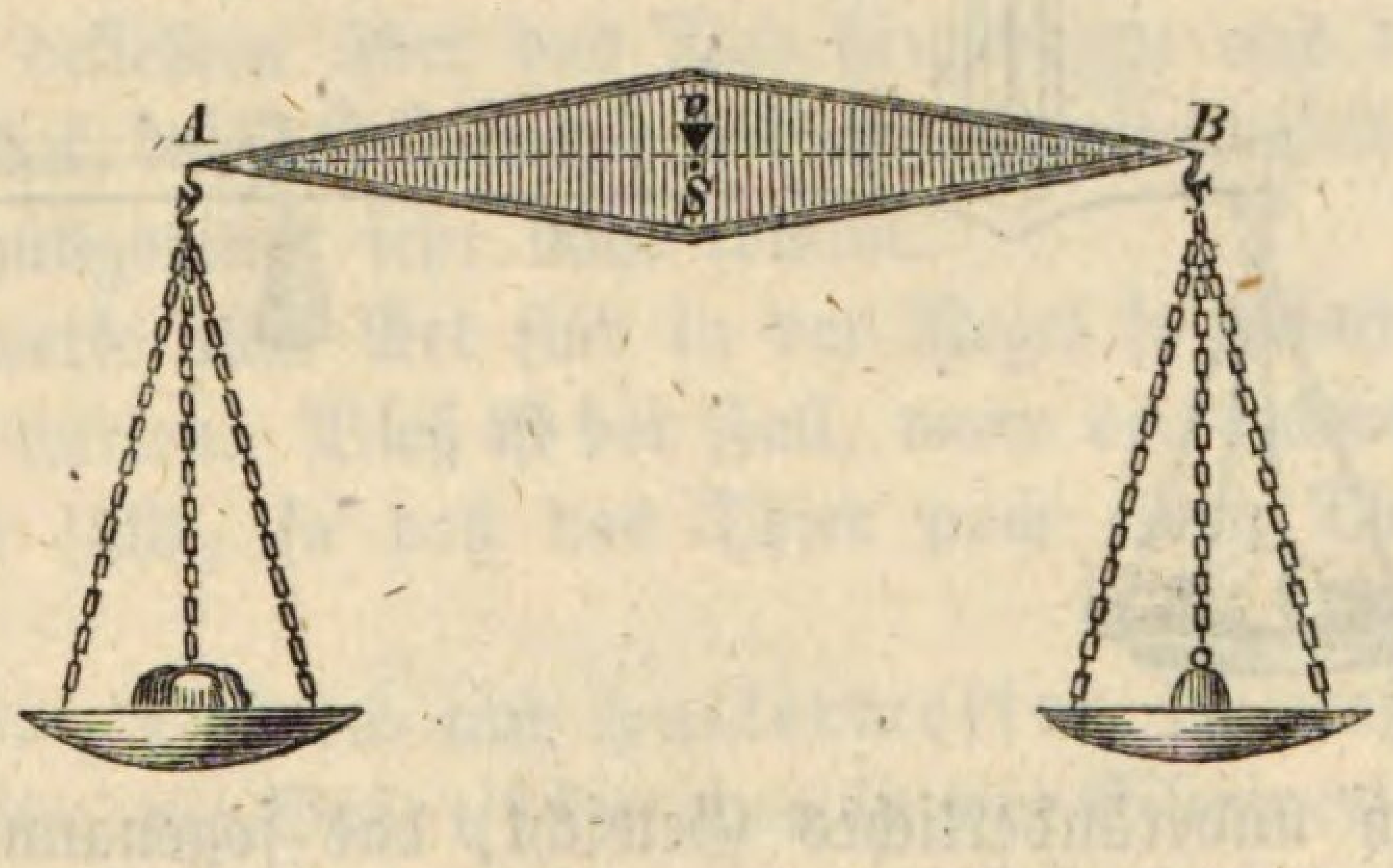
Der Grad der Genauigkeit und Brauchbarkeit einer Wage hängt von gewissen Bedingungen ab, die wir hier in zwei Punkten zusammenstellen:

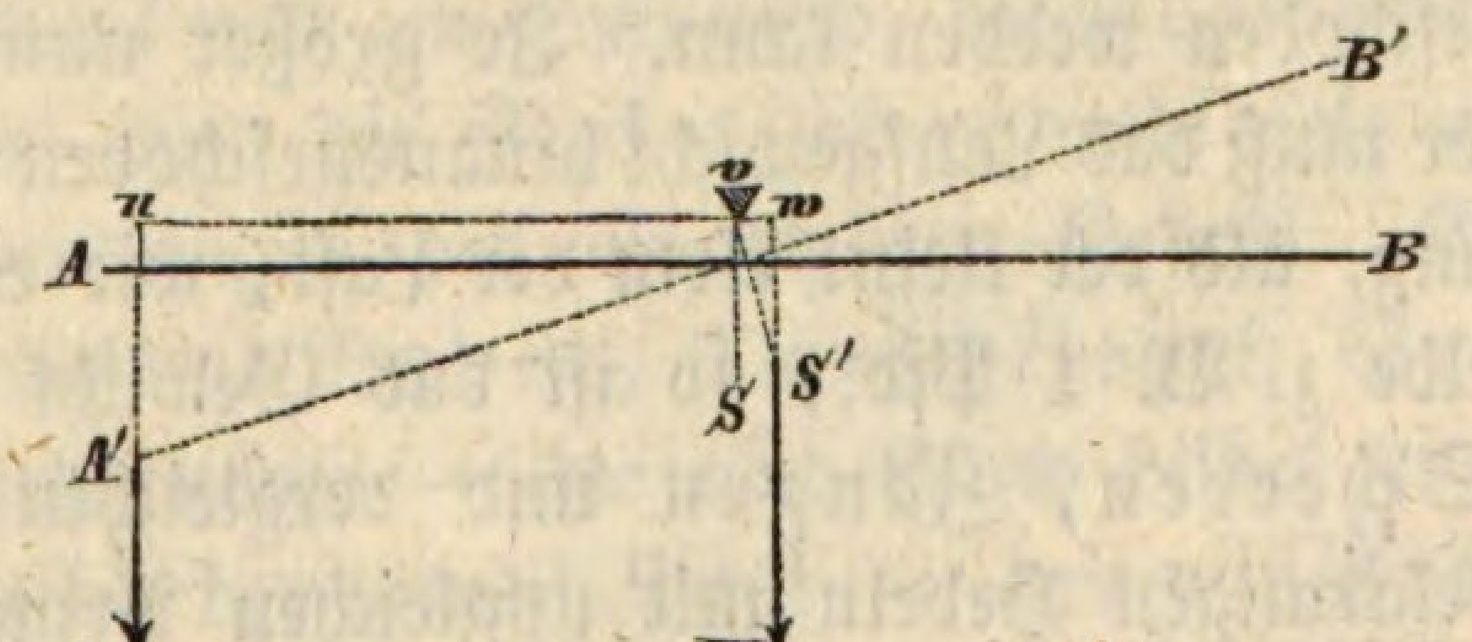
1) Die Wage muß richtig sein. Dieß ist der Fall, wenn ihre beiden Hebelarme gleiche Länge (vom Unterstützungspunkt bis zum Aufhängepunkt der Schalen) haben, wenn das Gewicht des Wagebalkens zu beiden Seiten des Drehungspunktes gleich und ebenmäßig vertheilt ist, und wenn die Schalen gleich schwer sind; es muß alsdann nicht allein die leere Wage für sich im Gleichgewicht sein, sondern es müssen auch sowohl die Schalen als die Belastungen derselben, für welche die Wage Gleichgewicht anzeigt, gegenseitig ohne Störung desselben mit einander vertauscht werden können.

2) Die Wage muß empfindlich sein, d. h. sie muß das geringste Uebergewicht auf der einen oder andern Schale durch einen Ausschlag anzeigen. Hiezu ist vor Allem nöthig, daß die Reibung am Aufhängepunkt möglich gering sei; der Zapfen muß daher mittelst einer zugeschärften Kante auf dem Unterlager ruhen, und zugleich müssen beide sehr hart (gewöhnlich aus gehärtetem Stahl) sein; ein runder Zapfen ver-

mehrt die Reibung und bei jeder kleinen Drehung des Balkens verändert er die Länge der Arme um etwas. Ein anderes, ungleich wichtigeres Erforderniß ist die richtige Lage des Aufhängepunkts gegen den Schwerpunkt des Wagebalkens.

Der Schwerpunkt des Wagebalkens sammt den Schalen mit ihrer Belastung kann entweder **über**, oder **in**, oder **unter** dem Ruhepunkt liegen. Steht der Schwerpunkt höher als der Unterstützungspunkt, so kann das Gleichgewicht nur ein labiles sein, und jede Verrückung des Wagebalkens (durch ein noch so geringes Uebergewicht) muß nothwendig das völlige Umschlagen desselben zur Folge haben. Da ferner, wenn der Schwerpunkt zugleich der Drehpunkt ist, der Wagebalken in jeder Lage im Gleichgewicht ist, so muß jedes Uebergewicht, wenn es nur die Reibung zu überwinden im Stande ist, den Balken in vertikale Stellung bringen, da für jede beliebige schiefe Lage desselben das Uebergewicht die einzige bewegende Kraft ist, die den Wagebalken so lang dreht, bis ihre Richtung durch den Unterstützungspunkt geht, d. h. bis ihr Angriffspunkt (das Ende des Wagbalkens) senkrecht unter denselben zu stehen kommt. Also auch in diesem Fall gibt es keinen Ausschlag, sondern einen völligen Umschlag der Wage. Es bleibt daher nur noch übrig, daß der Schwerpunkt unter den Ruhepunkt zu stehen komme, und es fragt sich alsdann, ob und in wie fern die Empfindlichkeit der Wage von der **Tiefe** des Schwerpunkts unter dem Ruhepunkt abhängig sei oder nicht?

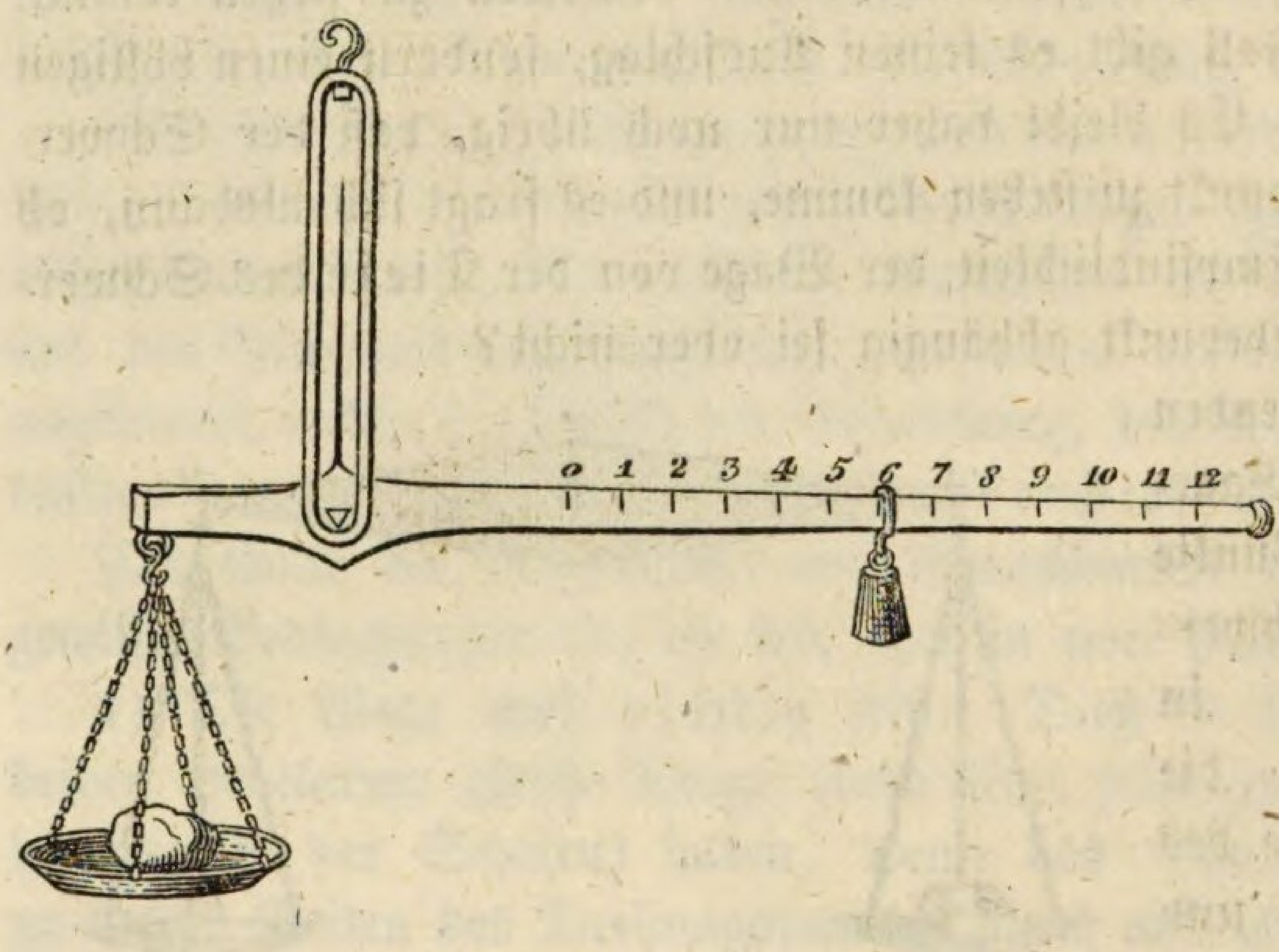




In der nebenstehenden Figur sei AB ein Wagebalken, welcher im Punkte v ruhe; S sei der Schwerpunkt des Ganzen, in welchem wir uns die Summe der Gewichte des Balkens, der Schalen und ihrer Belastung vereinigt denken. Nun sei durch ein neuhinzugekommenes Uebergewicht U (s. die 2. Figur, in welcher der leichtern Unterscheidung wegen der Abstand vS vergrößert dargestellt ist) der Wagebalken in die Lage A'B' gebracht worden; verharrt er in dieser Stellung, so müssen sich das Uebergewicht U am Arme uv und das im Schwerpunkt S' (der neuen Lage von S) vereinigte Gesammtgewicht W am Arme wv das

Gleichgewicht halten, und es muß daher U . uv gleich W . wv sein. Das Uebergewicht U, das den Ausschlag bewirkt, darf daher um so kleiner und die Wage wird zu gleicher Zeit um so empfindlicher sein, je kleiner das Moment W . wv, oder je kleiner einerseits das Gewicht W und anderseits der Arm wv ist. Es muß daher der Wagbalken (die aufgelegten Gewichte müssen hier natürlich freien Spielraum haben), unbeschadet seiner Festigkeit und Unbiegsamkeit, leicht gebaut sein, und der Schwerpunkt muß möglich nahe unterhalb des Ruhepunkts liegen, da, je kleiner vS' oder vS, um so kleiner auch vw wird.

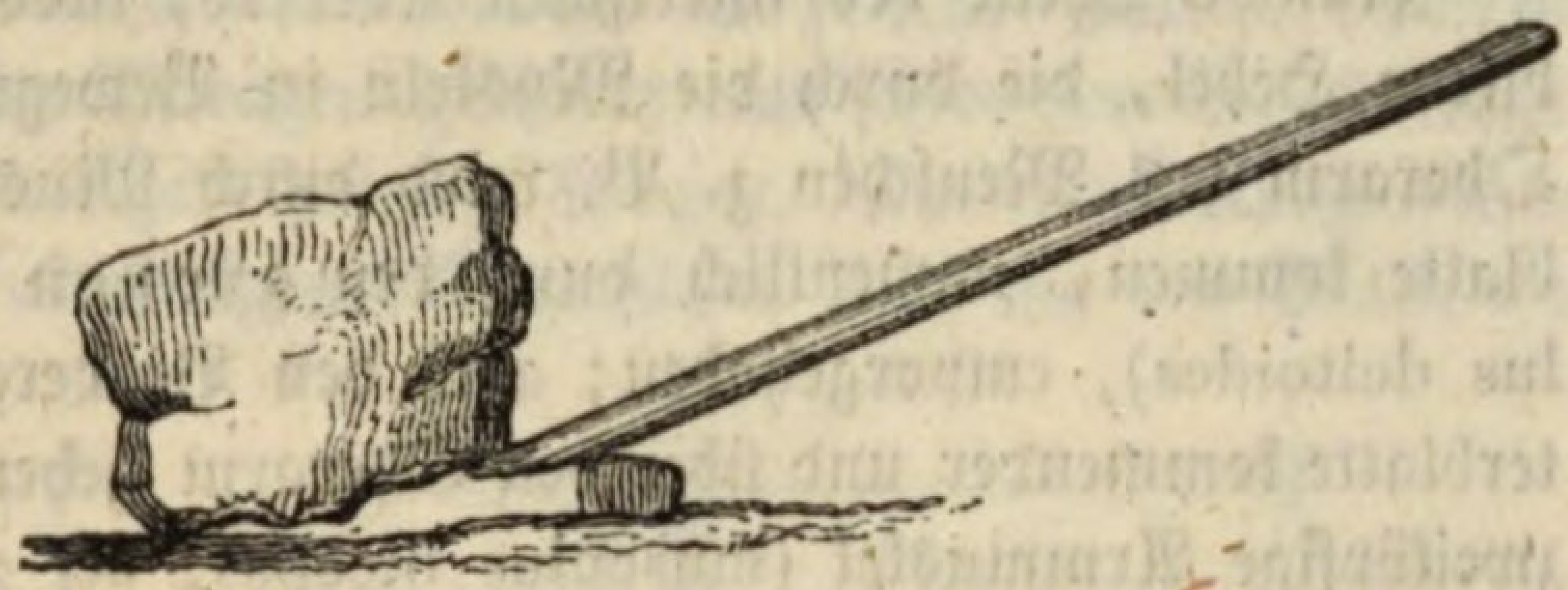
Wenn eine Wage nur empfindlich ist, so kann man selbst in dem Fall, daß sie nicht ganz richtig ist, genaue Resultate beim Abwägen erzielen. Dieß geschieht nämlich dadurch, daß man den zu wägenden Gegenstand durch irgend einen andern genau ins Gleichgewicht bringt, jenen alsdann aus der Schale wieder herausnimmt und durch Gewichte ersetzt, die, wenn sie das Gleichgewicht wieder herstellen, das Gewicht des zu wägenden Körpers genau angeben.



Die römische Wage oder die Schnellwage besteht aus einem ungleicharmigen Hebel (s. die Figur), an dessen kleinerem Arm die zur Aufnahme der zu wägenden Körper bestimmte Schale aufgehängt ist, und auf dessen längerem Arm, der eine genaue Eintheilung enthält, ein unveränderliches Gewicht, das sogenannte Laufgewicht, hin- und hergeschoben werden kann. Je größer nun die Last in der Schale ist, desto weiter muß das Laufgewicht hinausgeschoben werden. Ist sein Arm etwa 6mal so lang, als der kleine Arm der Last, wie es die Figur anzeigt, und wiegt dasselbe z. B. 1 Pfd., so ist das Gewicht der Last 6 Pfd. u. s. w.

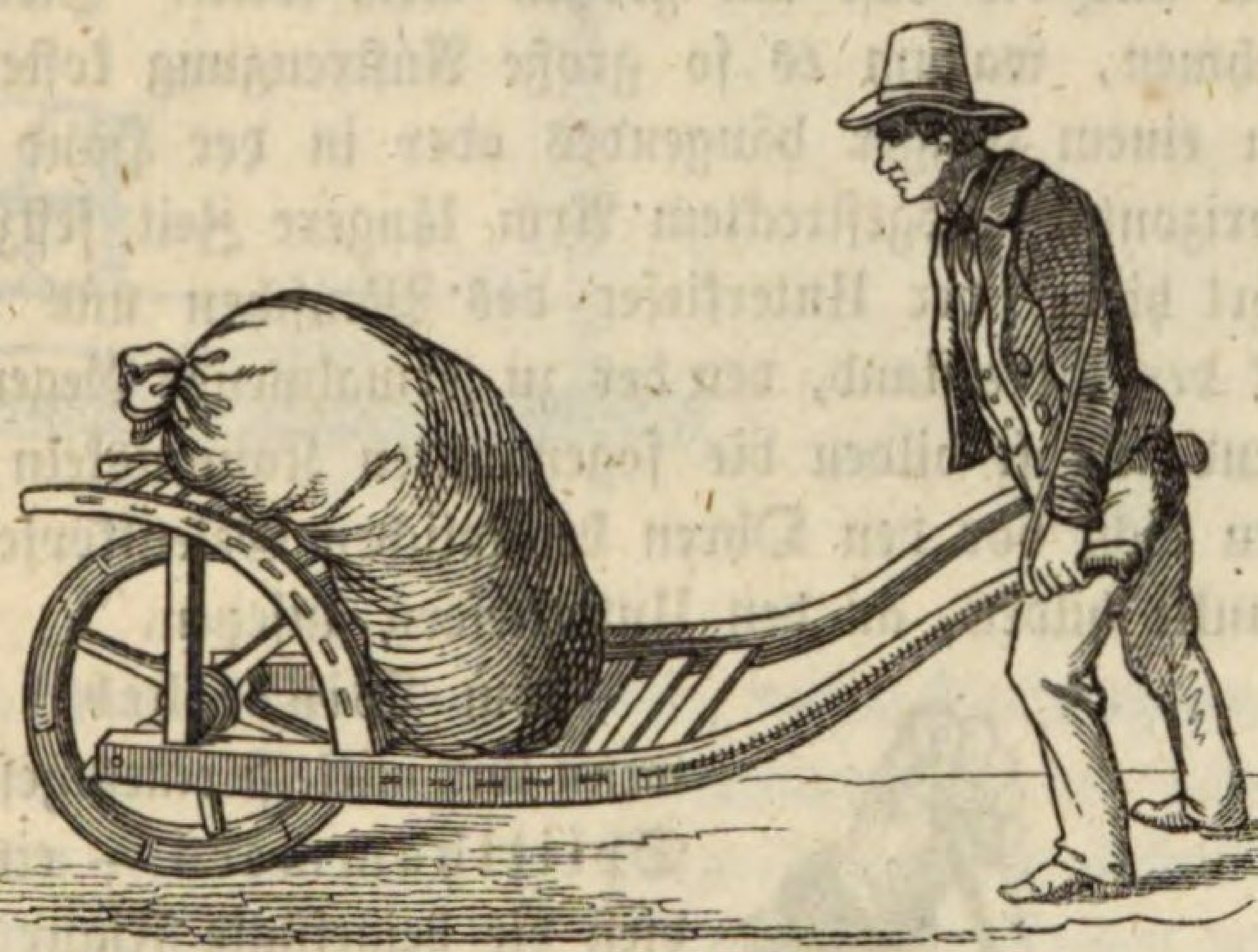
Scheeren, Zangen und dergleichen Werkzeuge bestehen aus zwei doppelarmigen Hebeln mit ungleichen Armen, die einen gemeinschaftlichen Drehpunkt haben. Der Widerstand, welchen der zu zerschneidende oder zu erfassende Gegenstand leistet, bildet die Last; die Arbeit wird daher um so leichter sein, je länger die Arme sind, an denen man diese Instrumente anfaßt.

Brecheisen, Hebeeisen, Ruder, welche sich zwischen Bolzen bewegen, der Spaten in der Hand des Gärtners, die Feile des Schlossers und hundert andere Werkzeuge sind nichts als Anwendungen des doppelarmigen Hebels.



Nicht seltener sind die Anwendungen des einarmigen Hebels.

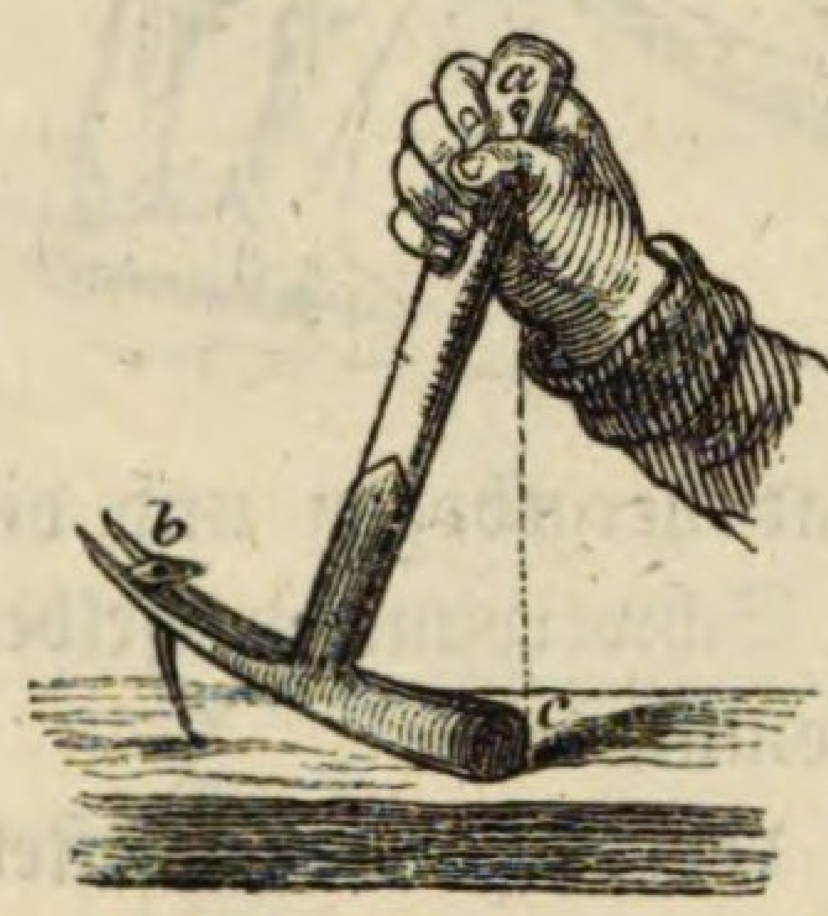
Der Schubkarren (s. die Figur) hat seinen Drehpunkt in der Axe des Rads; die Kraft wirkt nach oben an den äußersten Enden seiner Arme; je näher der Schwerpunkt der Last der Axe gerückt wird, desto geringer ist die zum Halten des Karrens erforderliche Kraft; daher ist die Lehne desselben über das Rad hergebogen und die Last kann so aufgepackt werden, daß die durch den Schwerpunkt derselben gehende Vertikale dem Drehungspunkt sehr nahe kommt.



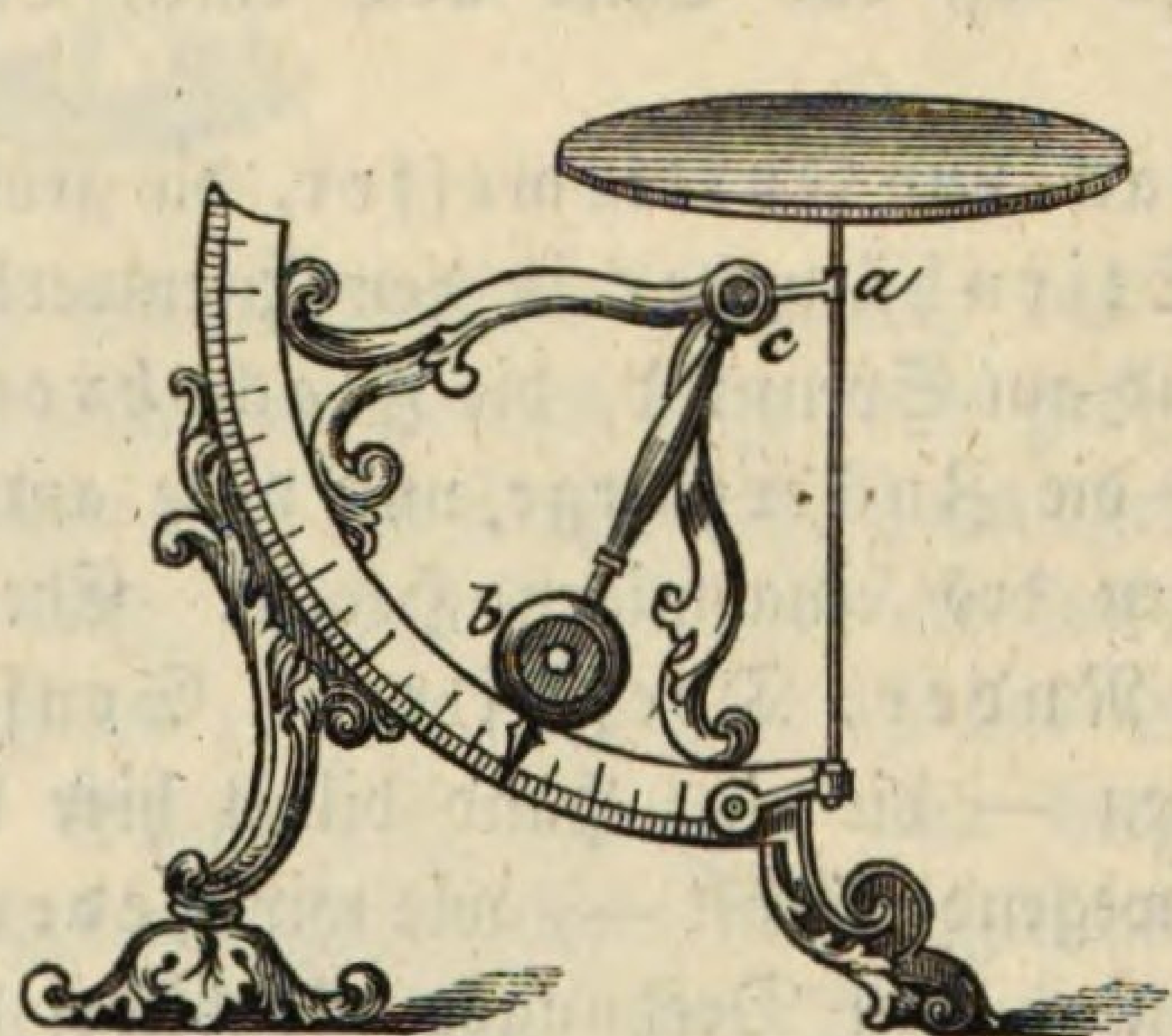
Auch zweiräderige Fuhrwerke aller Art sind in der Regel so belastet, daß sie als einarmige Hebel wirken. Dieß ist der Fall, wenn der Schwerpunkt der Last vor die Axe fällt, so daß das Thier noch einen Theil derselben zu tragen hat.

Blechscheeren, Zucker-, Taback- und Futtermesser, die großen Hämmer in den Walkmühlen, die Stirnhämmer in den Eisenwerken, das Trittbrett an der Drehbank und am Spinnrad, die Flachsbreche, der Nußknacker, die Feuer- und die Zuckerzange und viele andere ähnliche Werkzeuge sind Anwendungen des einarmigen Hebels. Ebenso beruht die Art, wie wir frei gehaltene Ruder, Dreschflegel, Sensen und ähnliche Geräthschaften gebrauchen — die eine Hand bildet hier den Unterstützungspunkt, die andere die bewegende Kraft —, wie wir Federn, Bleistifte ꝛc. beim Gebrauche halten — den Drehungspunkt bildet der obere Theil des Zeigefingers, an den sich diese Werkzeuge anlegen —, wie wir Leitern, Balken und andere Gegenstände aufrichten u. s. w. — auf den Gesetzen des einarmigen Hebels.

Manche Theile des thierischen Körpers, insbesondere die Gliedmaßen, bilden Hebel, die durch die Muskeln in Bewegung gesetzt werden. Der Oberarm des Menschen z. B. wird durch Muskeln, die vom Schulterblatte kommen, namentlich durch den großen Deltamuskel (musculus deltoides), emporgehoben; auch den Vorderarm hebt ein vom Schulterblatte kommender und über den Oberarm gehender Muskel, nämlich der zweiköpfige Armmuskel (musculus biceps), der zunächst dem Ellenbogen, dem Drehpunkt, an der Speiche des Vorderarms angeheftet ist. Ober- und Vorderarm sind also einarmige Hebel, bei denen die Kraft am kleinen und die Last am großen Arm wirkt. Hieraus ist nun auch abzunehmen, warum es so große Anstrengung kostet, auch nur ein kleines, an einem Finger hängendes oder in der Hand gehaltenes Gewicht mit horizontal ausgestrecktem Arm längere Zeit festzuhalten. — Endlich gehört hieher der Unterkiefer des Menschen und vieler Thiere. Die Last ist der Widerstand, den der zu zermalmende Gegenstand ausübt, die bewegende Kraft bilden die sogenannten Kaumuskeln, die sich nicht weit von den dicht vor den Ohren befindlichen Gelenkköpfen, welche die Drehungspunkte bilden, an den Unterkiefern ansetzen.

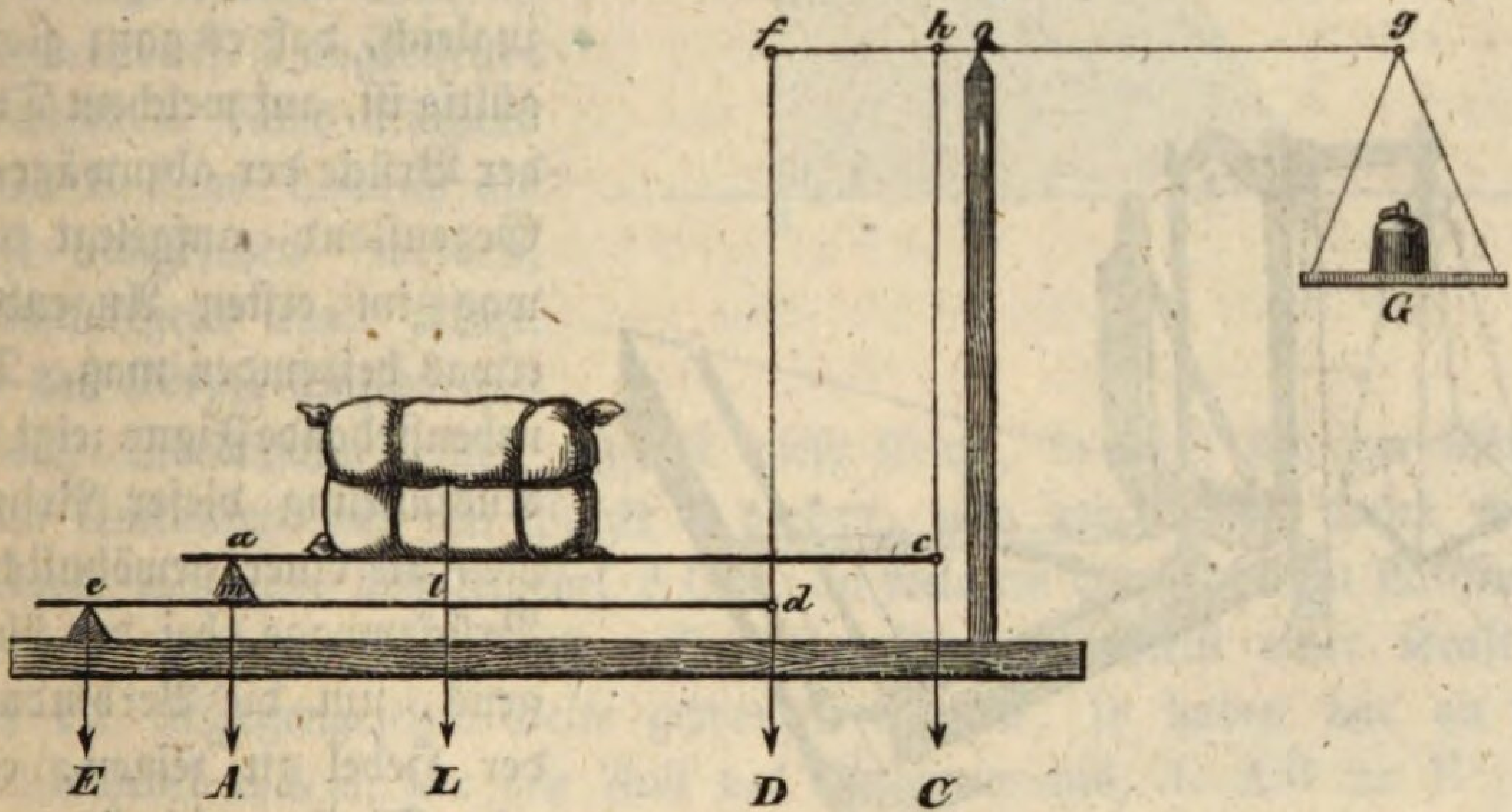


Vom Winkelhebel machen wir Gebrauch, wenn wir mittelst eines geschlitzten Hammers — des Splitthammers — einen Nagel ausziehen, wie dieß die beigefügte Figur zeigt. Der Punkt c ist der Unterstützungspunkt; der Winkelhebel hat also die Form a c b. — Die gewöhnliche Briefwage bildet ebenfalls einen Winkelhebel, an dessen kürzerem Arm das Gewicht der Schale und der Belastung und am längern Arm das Gewicht des Zeigers wirkt. Wird die Belastung vermehrt, so hebt sich der Zeiger, der Abstand seines Schwerpunkts vom Drehungspunkt wird größer und damit wächst das Moment seines Gewichts. — Als Winkelhebel wirken ferner unsere Thürklinken und die kleinen eisernen Winkel, die an Glockenzügen zur Ablenkung des Drahts dienen. Endlich sehen wir eine Anwendung des Winkelhebels in den großen Blech- oder Eisenscheeren, womit dickes Blech und Eisenstäbe zerschnitten werden.



Eine sehr sinnreiche Anwendung der Hebelverbindungen ist die

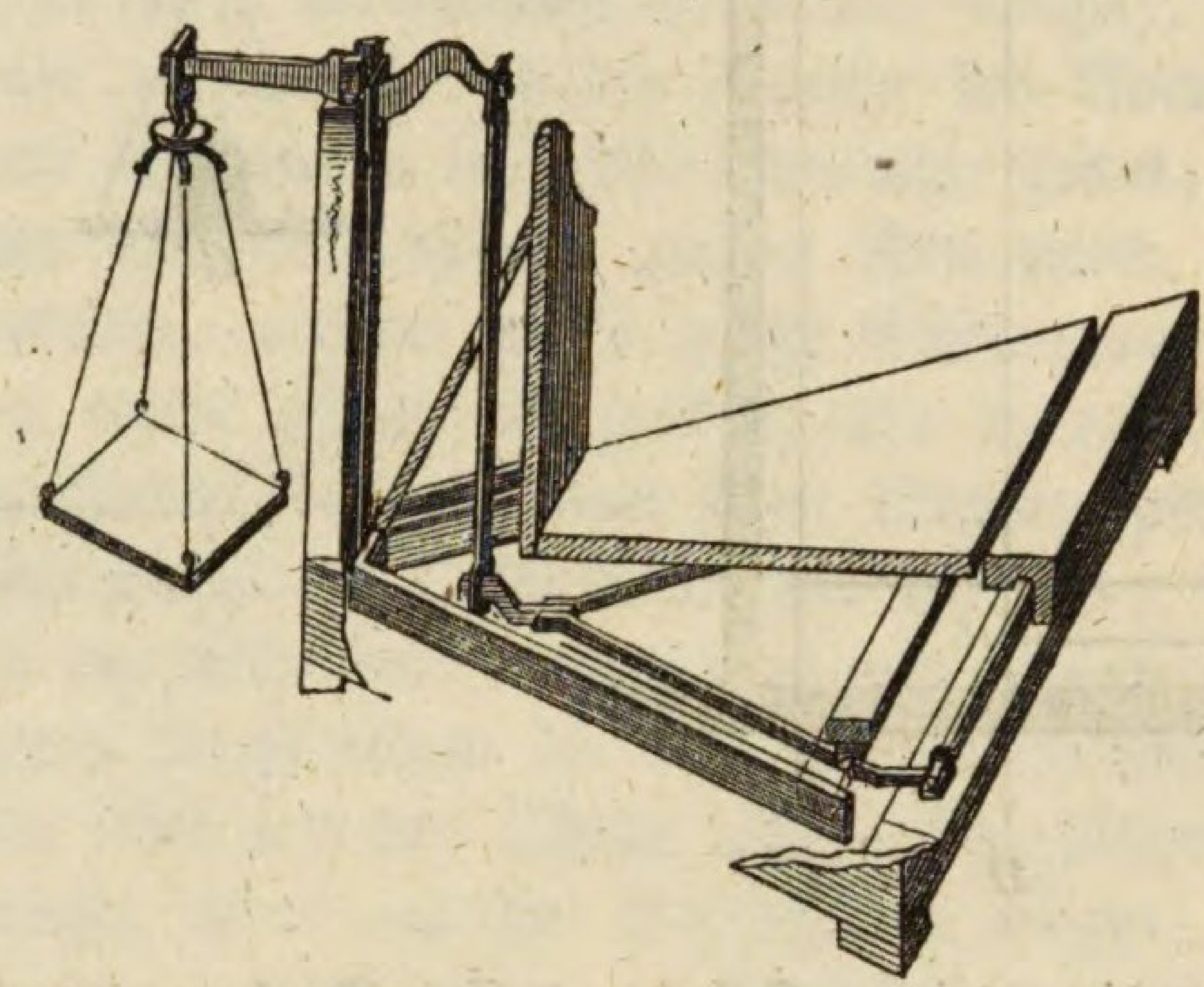
von Quintenz, einem Deutschen, erfundene Dezimal- oder Brückenwage, die besonders beim Abwägen größerer und schwererer Stücke mehr Bequemlichkeit bietet, als die gewöhnlichen Wagen. Die Einrichtung dieser Wage ist folgende: Der abzuwägende Gegenstand liegt auf der Brücke a c



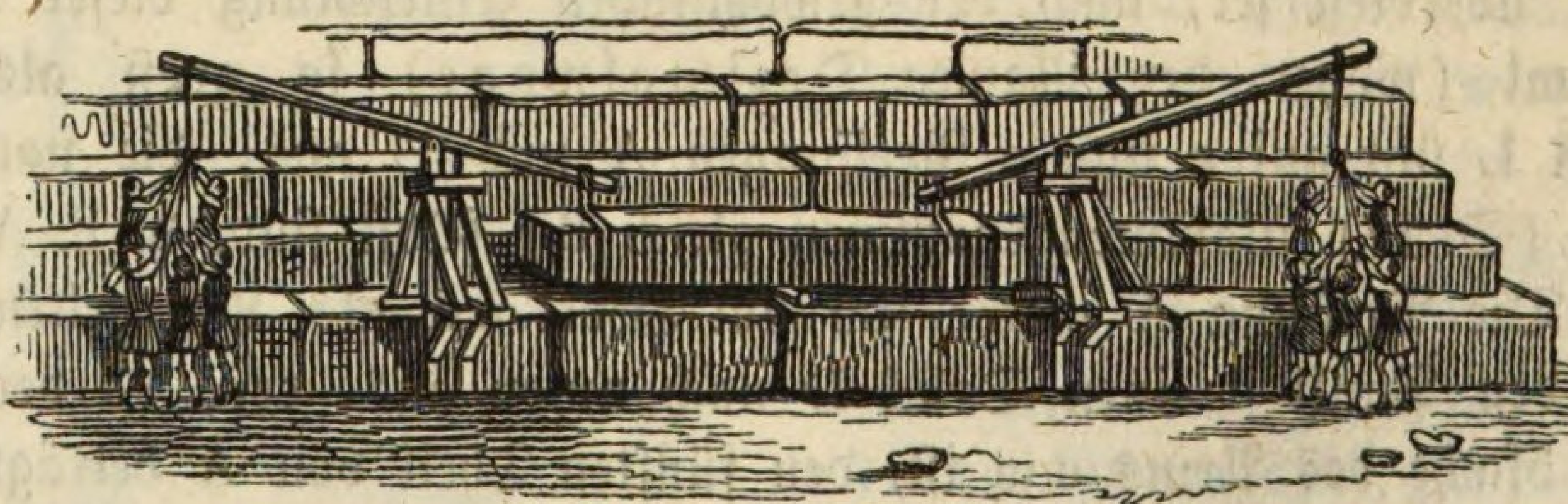
und wirkt so als Last L eines einarmigen Hebels, dessen Drehungspunkt a durch einen zweiten einarmigen Hebel e d unterstützt ist, der seinen Drehungspunkt e auf dem festen Gerüste der Wage hat. Die äußersten Punkte c und d dieser Hebel sind durch feste Stangen oder Drähte mittelst der Scharniere c, h, d und f mit dem zweiarmigen Hebel f g verbunden, an welchem die Wagschale für die Gewichte hängt. Die Gesammtwirkung der beiden einarmigen Hebel a c und e d auf den Hebel f g ist die gleiche, als ob die ganze Last L am kleineren Hebelarm o h angreifen würde. Dieß ist dadurch bewirkt, daß o h und o f in demselben Verhältniß zu einander stehen, wie e m und e d. Nehmen wir beispielsweise an, e m sei der fünfte Theil von e d, und ebenso o h der fünfte Theil von o f; überdieß sei, nach der gewöhnlichen Einrichtung dieser Wage, o g 10mal (woher der Name Dezimalwage) so groß als o h. Die Last L übt auf a und c Pressungen A und C aus, die nach dem Frühern (S. 17) zusammengenommen gleich ihr selbst sind, d. h. $A + C = L$. Die Pressung A macht sich am Hebel e d als Last geltend und übt auf den Punkt d einen Druck D nach unten aus, der, da der Arm e d das 5fache des Arms e m ist, den fünften Theil von A beträgt. Es wirken also längs der Stangen c h und d f am Hebel f g diesseits des Drehungspunkts o die Kräfte C an einem Arm $= 1$ und $D = \frac{1}{5}A$ an einem Arm $= 5$, auf der andern Seite wirkt das Gewicht G am Arm $o g = 10$. Gleichgewicht wird also stattfinden, wenn $C . 1 + \frac{1}{5}A . 5$ oder $C + A = 10\,G$ ist; da aber nach dem Obigen $C + A = L$ ist,

so sehen wir, daß auch Gleichgewicht bestehen müßte, wenn die volle Last L am Arm o h = 1 unmittelbar angebracht wäre.

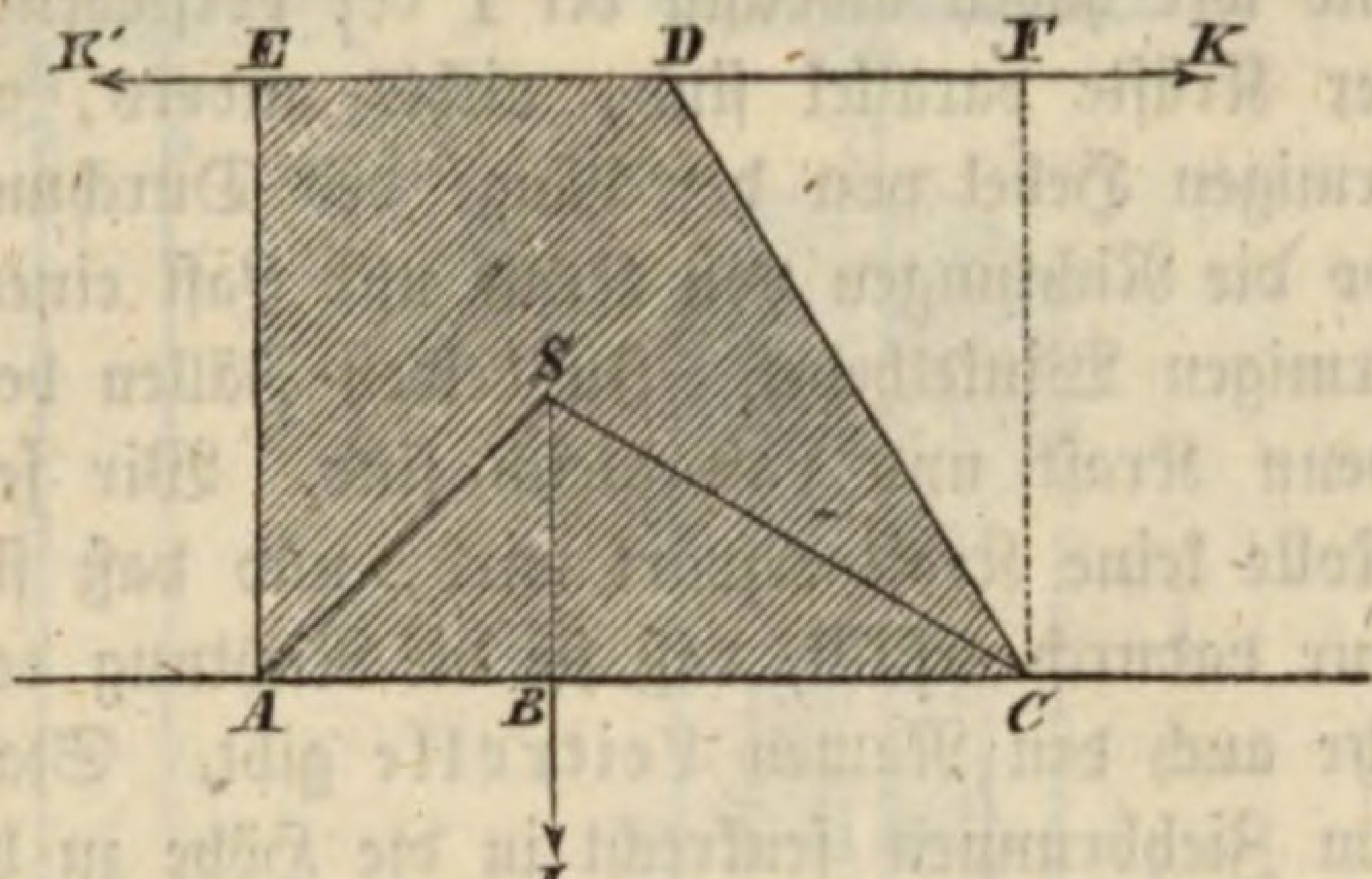
Da die Summe der Kräfte A und C immer gleich der Last L ist, wie auch diese zwischen ihnen vertheilt sei — was von dem Verhältniß der Linien a l und l c, also von der Lage der Last abhängt —, so sehen wir zugleich, daß es ganz gleichgültig ist, auf welchem Theil der Brücke der abzuwägende Gegenstand aufgelegt ist, was im ersten Augenblick etwas befremden mag. Die nebenstehende Figur zeigt die Ausführung dieser Prinzipien an einer gewöhnlichen Brückenwage, bei der übrigens, um die Verbindung der Hebel zu zeigen, einzelne Theile zerschnitten gedacht sind.



Schon Archimedes (250 v. Chr.), welcher Hebel, Rolle, Flaschenzug, schiefe Ebene und Schraube gekannt, und ihre Gesetze ausgesprochen und nachgewiesen hat, kannte den ungeheuren Vortheil, den eine geringe Kraft über die schwerste Last mittelst geschickter Wahl der Hebelarme sich verschaffen kann, und verlangte nur einen festen Punkt außerhalb der Erde, um diesen Koloß aus seinen Angeln zu heben. — Ja selbst die alten Egypter gebrauchten schon den Hebel, um die beim Bau der Pyramiden verwendeten ungeheuren Steinblöcke von Stufe zu Stufe in die Höhe zu heben. Die hier stehende Figur stellt diese Arbeit nach der Beschreibung des griechischen Geschichtschreibers Herodot dar. Es mußten



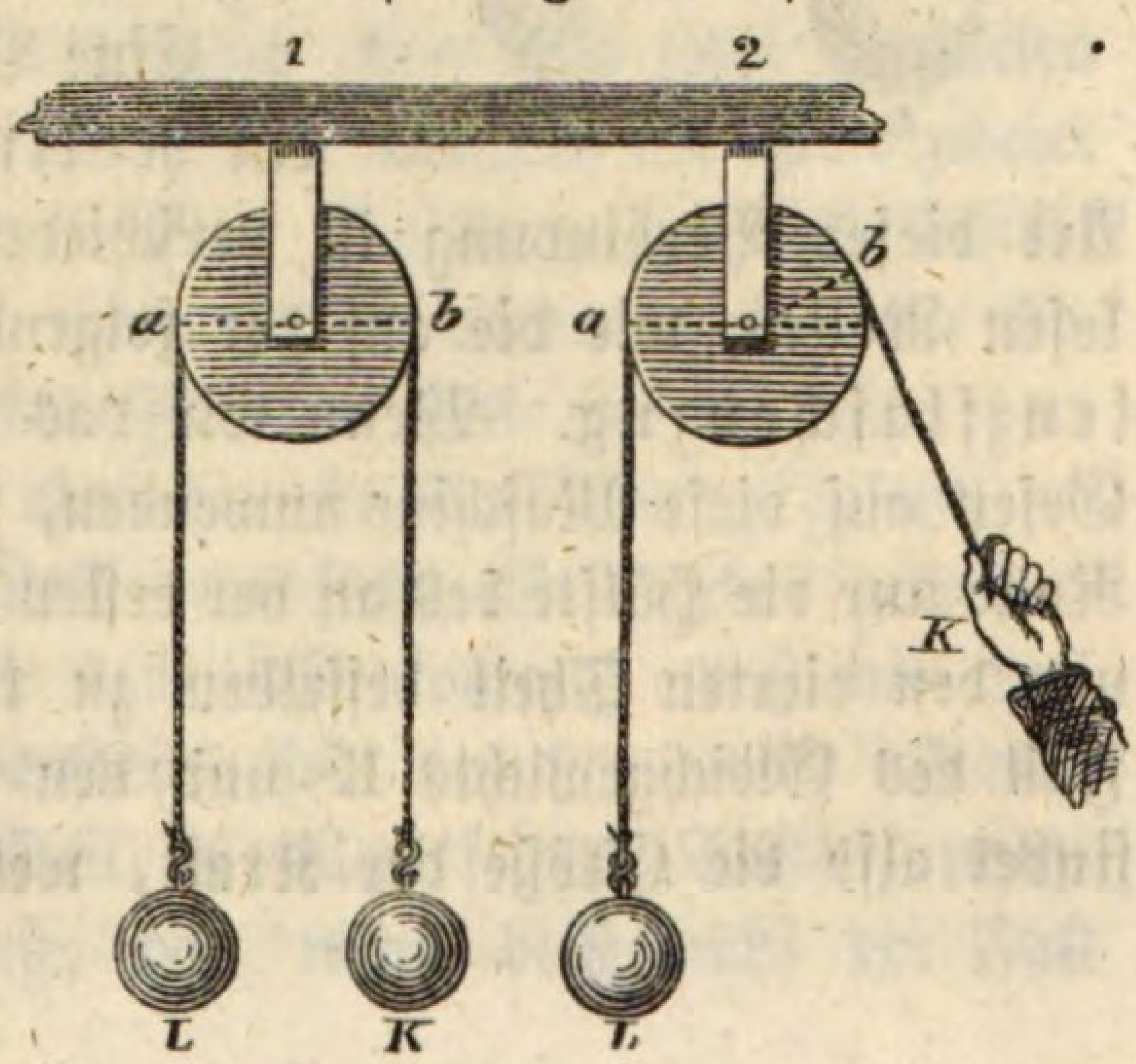
100000 Menschen 20 Jahre lang arbeiten, um auf diese Weise die beim Bau der sogenannten großen Pyramide verwendeten Quadersteine an Ort und Stelle zu bringen, eine Arbeit, die, nach der Berechnung eines Engländers, heutzutage mit sämmtlichen Dampfmaschinen Englands in etwa zwanzig Stunden abgemacht werden könnte.



Die Hebelgesetze können auch zur Bestimmung der Größe der Stabilität oder Standfähigkeit der Körper benutzt werden. Das im Schwerpunkt S angreifende Gewicht L eines Körpers ACDE kann nämlich als Last angesehen werden, welche irgend einer Kraft, die den Körper umzuwerfen strebt, Widerstand leistet. Ist K diese Kraft, so muß sich der Körper beim Umkanten um den Punkt C drehen, und wir haben daher nichts anders, als einen Winkelhebel SCD, an welchem Gleichgewicht stattfindet, wenn L . BC = K . CF ist. Soll der Körper mittelst einer Kraft K′ auf die entgegengesetzte Seite geworfen werden, so haben wir an dem Winkelhebel SAE, für den Fall des Gleichgewichts, L . AB = K′ . AE (die Linie AE ist hier zugleich der Arm der Kraft K′, da sie senkrecht auf ED steht). Wir sehen hieraus, daß die Stabilität des Körpers einestheils vom Gewicht desselben, und anderntheils von dem Abstand des Umdrehungspunkts oder der Umdrehungskante von der Senkrechten SL abhängig ist, und daß wir daher das Produkt aus diesen beiden Größen als das Maß für die Stabilität betrachten können. — Sobald eine Drehung erfolgt, so nimmt die Länge des Arms BC um so rascher ab, je höher der Schwerpunkt über der Unterstützungsfläche liegt, und in diesem Fall ist daher auch diese Höhe von Einfluß auf die Stabilität des Körpers.

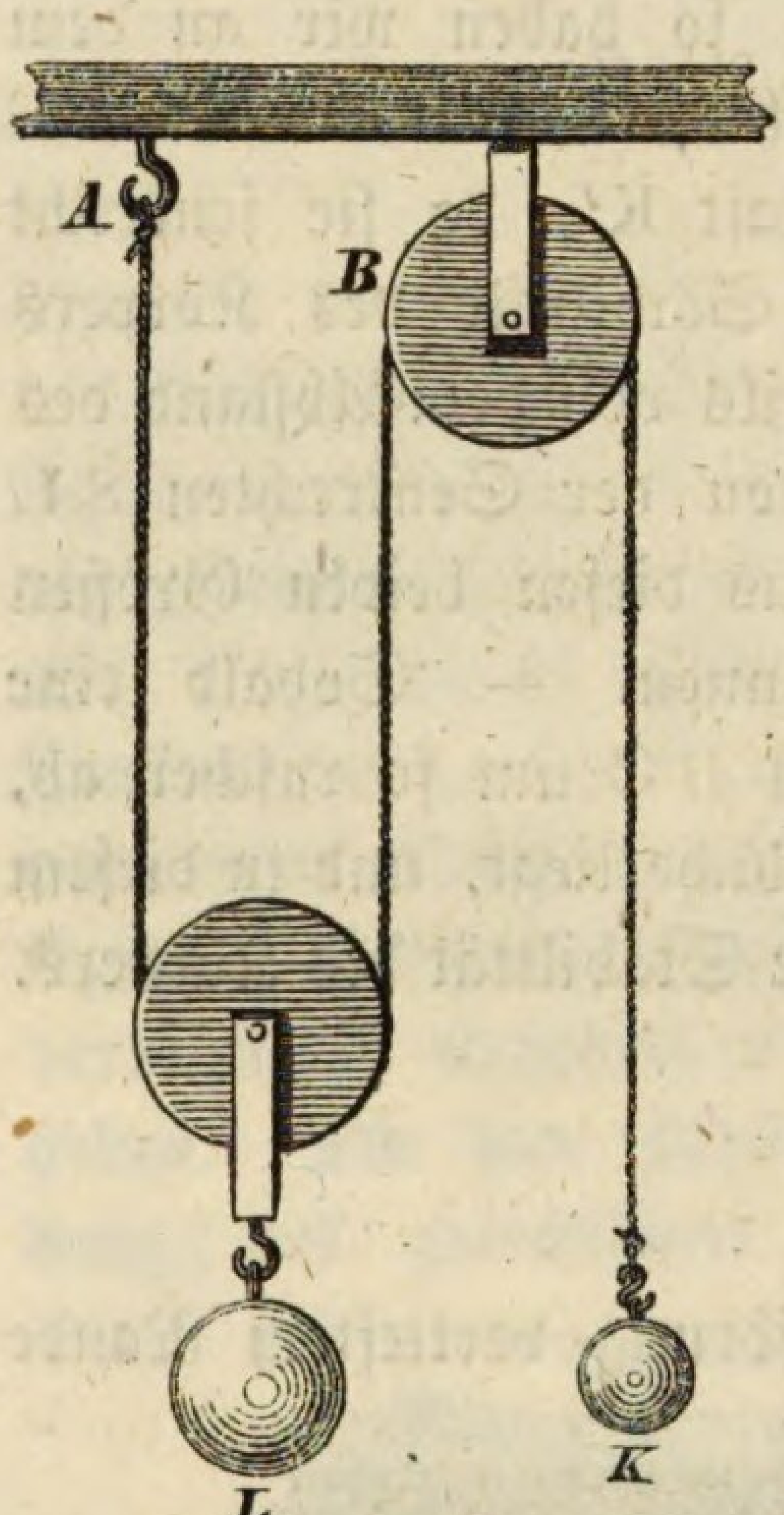
Die Rolle.

Die Rolle ist eine kreisrunde, mit rinnenförmig vertieftem Rande versehene Scheibe aus Holz oder Metall, die sich um eine Axe drehen kann. Je nachdem diese Axe fest oder lose (beweglich) ist, heißt auch die Rolle eine feste oder eine lose.



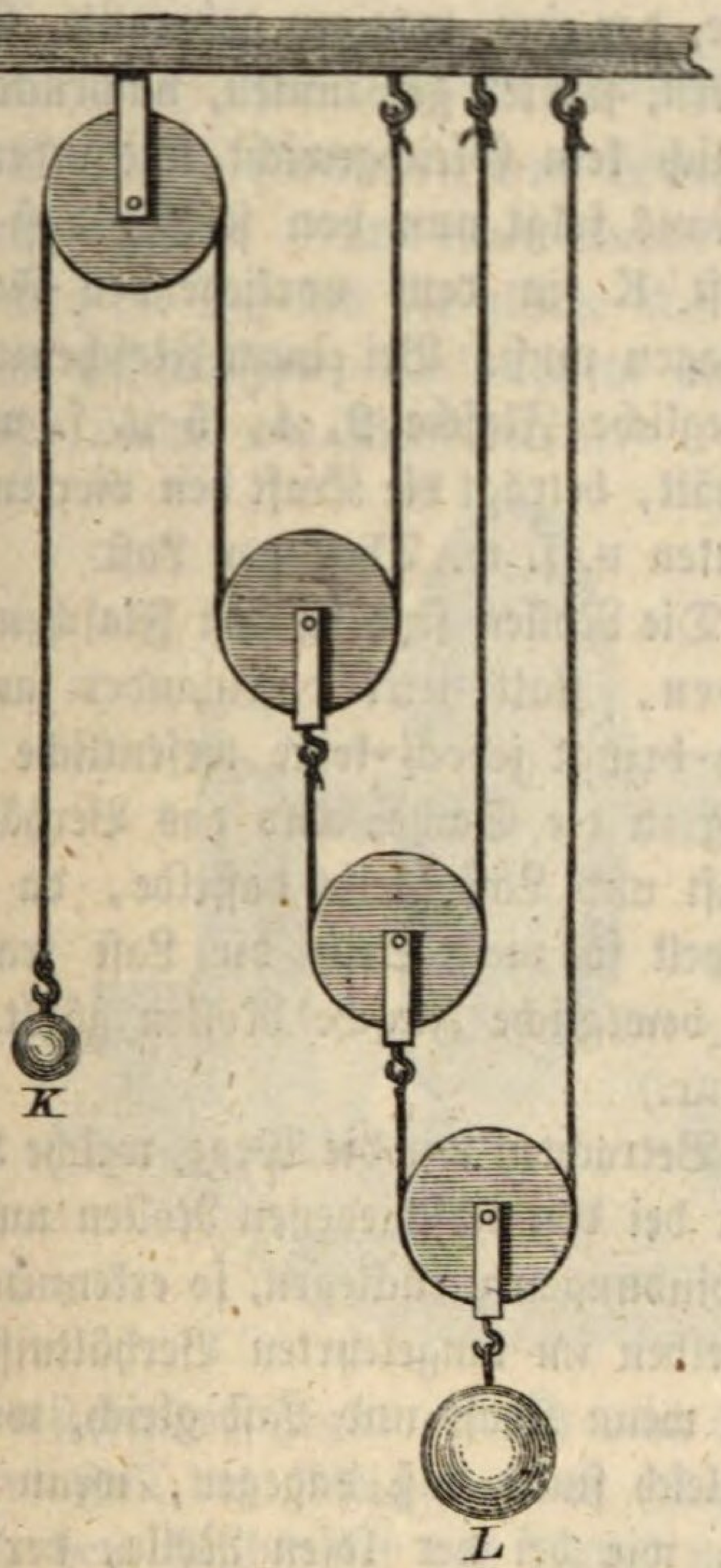
Sind an der festen Rolle Kraft und Last im Gleichgewicht, so kann man, ohne das Gleichgewicht zu stören, das über dieselbe geschlungene Seil an den Punkten a und b, wo es die Rinne verläßt, befestigen,

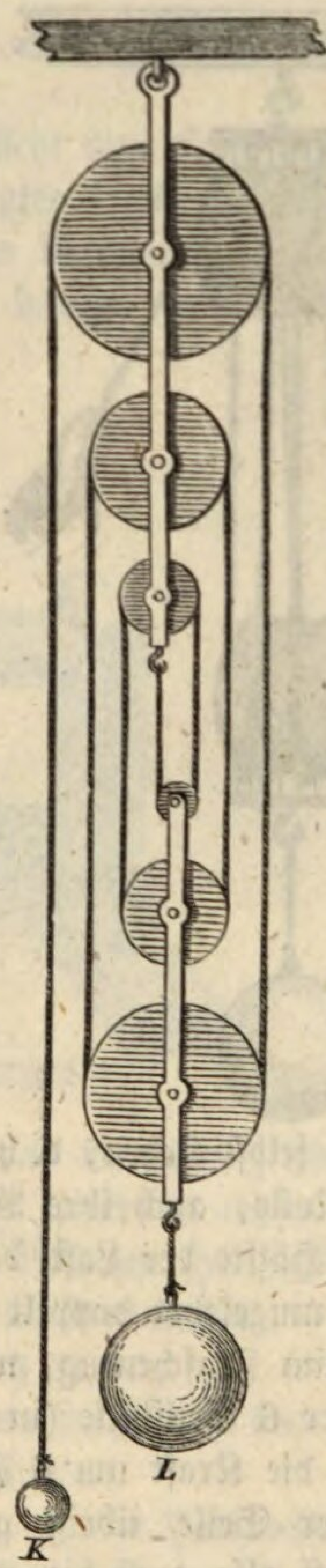
und wir haben alsdann bei 1 der vorstehenden Figur, wo die Richtungen der Kräfte parallel sind, nichts anders, als einen geradlinigen gleicharmigen Hebel von der Länge des Durchmessers der Rolle, und bei 2, wo die Richtungen von Kraft und Last einen Winkel bilden, einen gleicharmigen Winkelhebel. In beiden Fällen besteht nur dann Gleichgewicht, wenn Kraft und Last gleich sind. Wir sehen also, daß bei der festen Rolle keine Kraft erspart wird, und daß sie ihren Beruf als Maschine nur dadurch erfüllt, daß sie die Richtung der Kraft ablenkt, weßhalb man ihr auch den Namen Leitrolle gibt. Statt mühsam den Wassereimer am Ziehbrunnen senkrecht in die Höhe zu heben, schlingen wir das Seil oder die Kette über eine feste Rolle, und ziehen nun bequem abwärts. Um mittelst eines Gewichtes, das senkrecht zu fallen strebt, unsern Hausthüren eine horizontale Drehung zu geben, führen wir die Schnur über eine oder zwei Rollen, und verwandeln so den senkrechten Zug in einen wagrechten.



Bei der losen oder Zugrolle betrachten wir nur den Fall, wo die beiden Theile des Seils die Rolle in paralleler Richtung verlassen, wie in nebenstehender Figur. In diesem Fall wird die ganze Last von den beiden Seilstücken getragen, von denen das eine am Kloben A befestigt ist, und das andere über die feste Rolle in B geht, und ein Gewicht trägt, das als Kraft wirkt; somit hat sowohl die Kraft als der Kloben je nur die Hälfte der Last zu tragen. Es verhält sich also an dieser Maschine — wenn wir, wie auch in den folgenden Untersuchungen, das Gewicht der Rolle und des Seils nicht in Betracht ziehen — die Kraft zur Last, wie 1 zu 2.

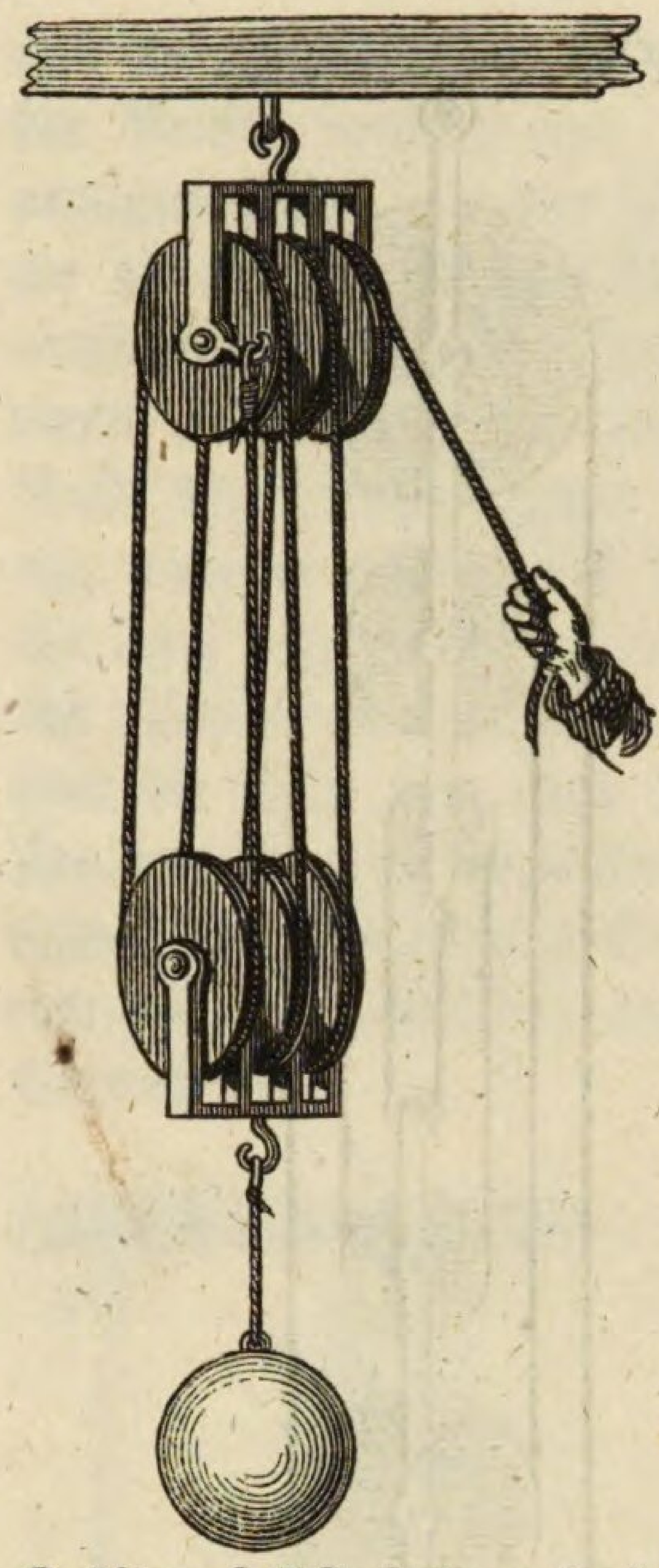
Eine Verbindung von mehreren Rollen heißt ein Rollwerk oder ein Flaschenzug. Die Art dieser Verbindung ist verschieden. Eine Verbindung von mehreren losen Rollen, wie die auf der folgenden Seite abgebildete, heißt ein Potenzflaschenzug. Wenn wir das soeben für die lose Rolle gefundene Gesetz auf diese Maschine anwenden, so erkennen wir leicht, daß die zweite Rolle nur die Hälfte des an der ersten angehängten Gewichts, und die dritte nur den vierten Theil desselben zu tragen hat, und daß somit für den Fall des Gleichgewichts K nur den achten Theil von L beträgt. Man findet also die Größe der Kraft, wenn man die Last durch das Produkt





aus so viel Zweiern (2 . 2 . 2 oder die dritte Potenz von 2, woher der Name **Potenzflaschenzug**) dividirt, als lose Rollen angewendet sind.

Eine andere Verbindung dieser Art ist der eigentliche **Flaschenzug**, der aus zwei Rollen-Systemen, einem festen und einem beweglichen, besteht. Unter **Flasche** versteht man nämlich einen aus zwei parallelen Stücken bestehenden Rahmen — **Gabel** —, in welchem die Axen zweier oder mehrerer Rollen befestigt sind. Der Flaschenzug selbst besteht alsdann aus zwei solcher Flaschen, einer festen oberen und einer beweglichen unteren. Die Rollen beider Flaschen sind in der hier verzeichneten Weise durch ein Seil mit einander in Verbindung gesetzt. — Man sieht leicht, daß die ganze Last von sechs Seilstücken getragen ist, so daß auf jedes ein Sechstel der Last kommt; daß die Last unter die sechs Seilstücke gleich vertheilt sein muß, wird Jedem einleuchten, der bedenkt, daß das Seil in allen seinen Theilen nothwendig gleiche Spannung haben muß, da, wenn dieß nicht der Fall



wäre, der eine, weniger gespannte, Theil dem andern, stärker gespannten, nachrücken müßte, folglich kein Gleichgewicht stattfinden könnte. Hieraus folgt nun von selbst, daß auch die Kraft K in dem vorliegenden Fall $^1/_6$ L betragen muß. Bei einem Flaschenzug, dessen bewegliche Flasche 2, 4, 5 u. s. w. Rollen enthält, beträgt die Kraft den vierten, achten, zehnten u. s. w. Theil der Last.

Die Rollen sind in den Flaschen oft auch neben, statt unter einander angebracht; dieß bringt jedoch keine wesentliche Veränderung in die Sache, und das Verhältniß von Kraft und Last bleibt dasselbe, da auch hier doppelt so viele Seile die Last tragen, als die bewegliche Flasche Rollen zählt. (S. d. Figur.)

Betrachten wir die Wege, welche Kraft und Last bei den verschiedenen Rollen und Rollenverbindungen zurücklegen, so erkennen wir, daß dieselben im umgekehrten Verhältnisse zu den Kräften selbst stehen, d. h. daß, wenn Kraft und Last gleich, wie bei der festen Rolle, auch ihre Wege gleich sind; daß dagegen, wenn die Kraft nur die Hälfte der Last beträgt, wie bei der losen Rolle, der Weg der erstern umgekehrt doppelt so groß ist, als der der letztern; daß endlich auch beim Flaschenzug, wenn z. B. die Last um 1 Fuß steigt, und somit jedes der 6 Seilstücke (in obiger Figur) um 1 Fuß sich verkürzt, nothwendig die Kraft um 6 Fuß vorangehen muß, um das bei der Verkürzung der Seile übrig gewordene Stück vollständig abzuwickeln. Die Kraft ist also auch hier zwar sechsmal kleiner als die Last, dafür hat sie aber eine sechsmal größere Strecke zurückzulegen.

Dieses Gesetz ist ein ganz allgemeines, und kann an jeder Maschine nachgewiesen werden. Es wird in der Regel in folgender Form ausgesprochen:

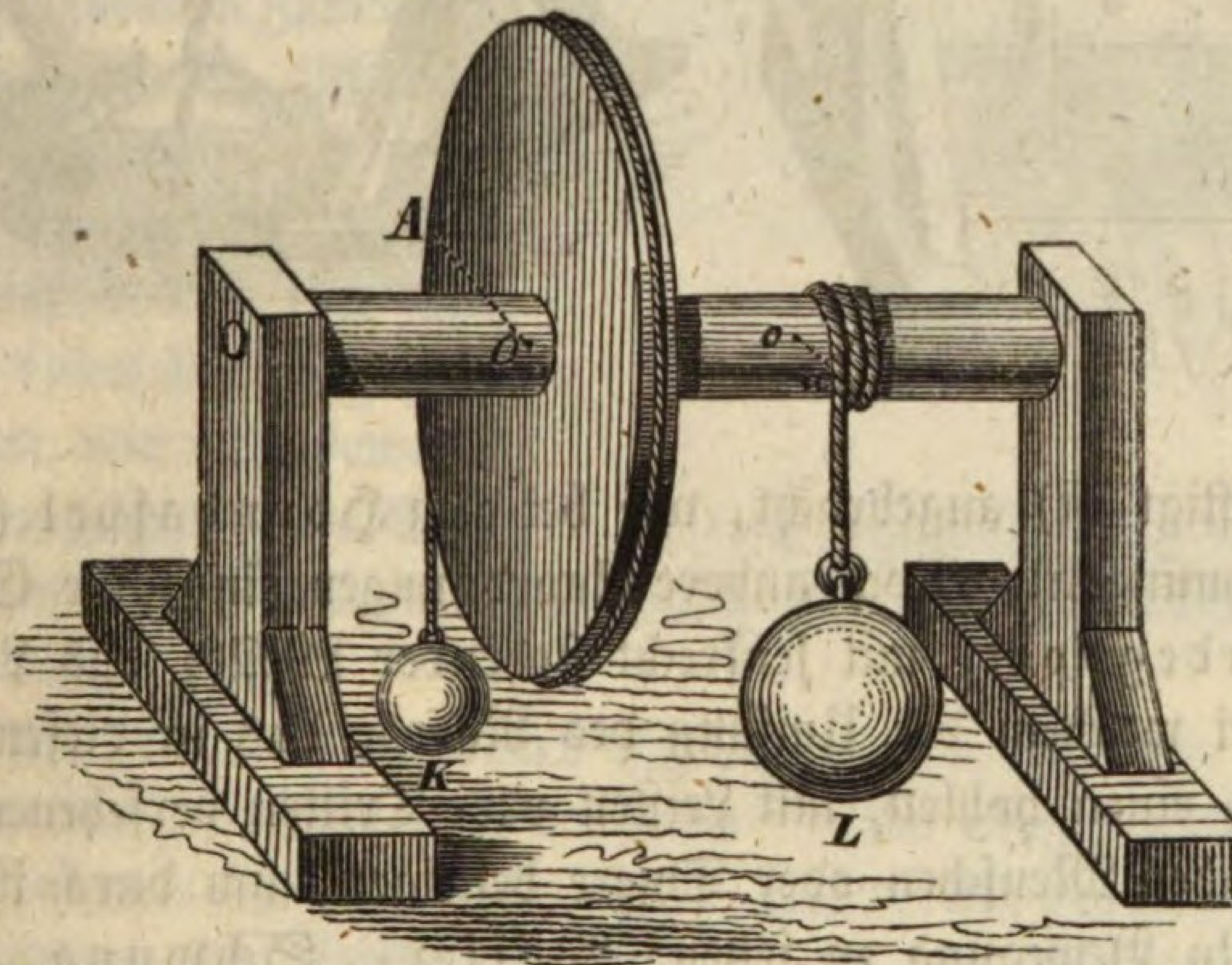
Was an Kraft gewonnen wird, geht an Weg verloren; oder:

Die Produkte der Kräfte in die gleichzeitig von ihren Angriffspunkten zurückgelegten Wege sind gleich.

Dieses Gesetz gibt ein leichtes Mittel an die Hand, selbst ohne die innere Einrichtung einer Maschine näher ins Auge zu fassen, schnell das statische Verhältniß von Kraft und Last an derselben zu bestimmen. Wir werden später Gelegenheit finden, dieß an einzelnen Beispielen zu zeigen.

Das Wellrad.

Das Wellrad (Rad an der Welle) besteht aus einer Walze — Cylinder, Welle — und einer darauf befestigten kreisrunden Scheibe — Rad —, die sich um die gleiche Axe drehen können. Um die Walze ist ein Seil geschlungen, an welchem die Last hängt, während an dem Umkreis des Rades die Kraft wirkt.

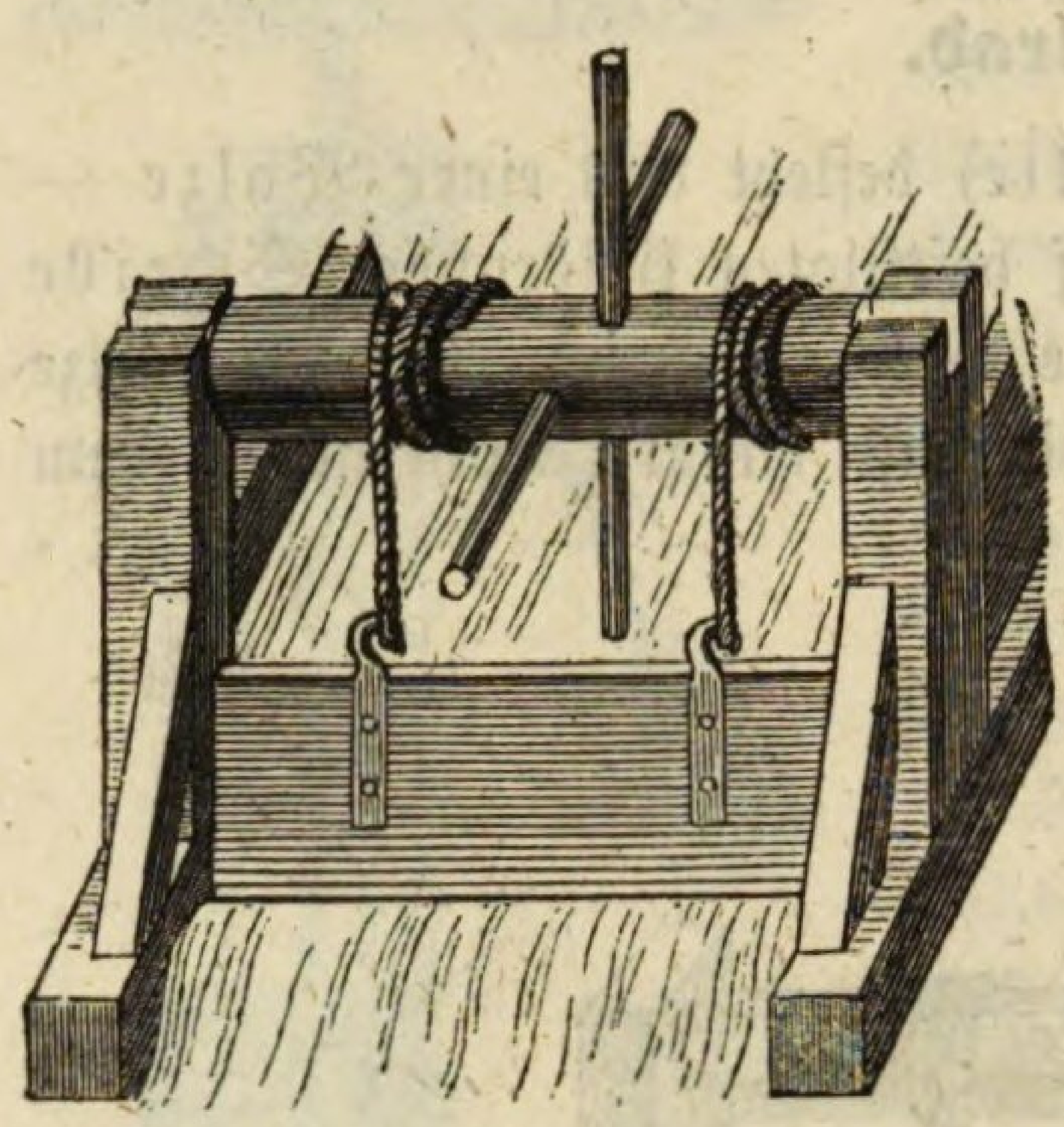


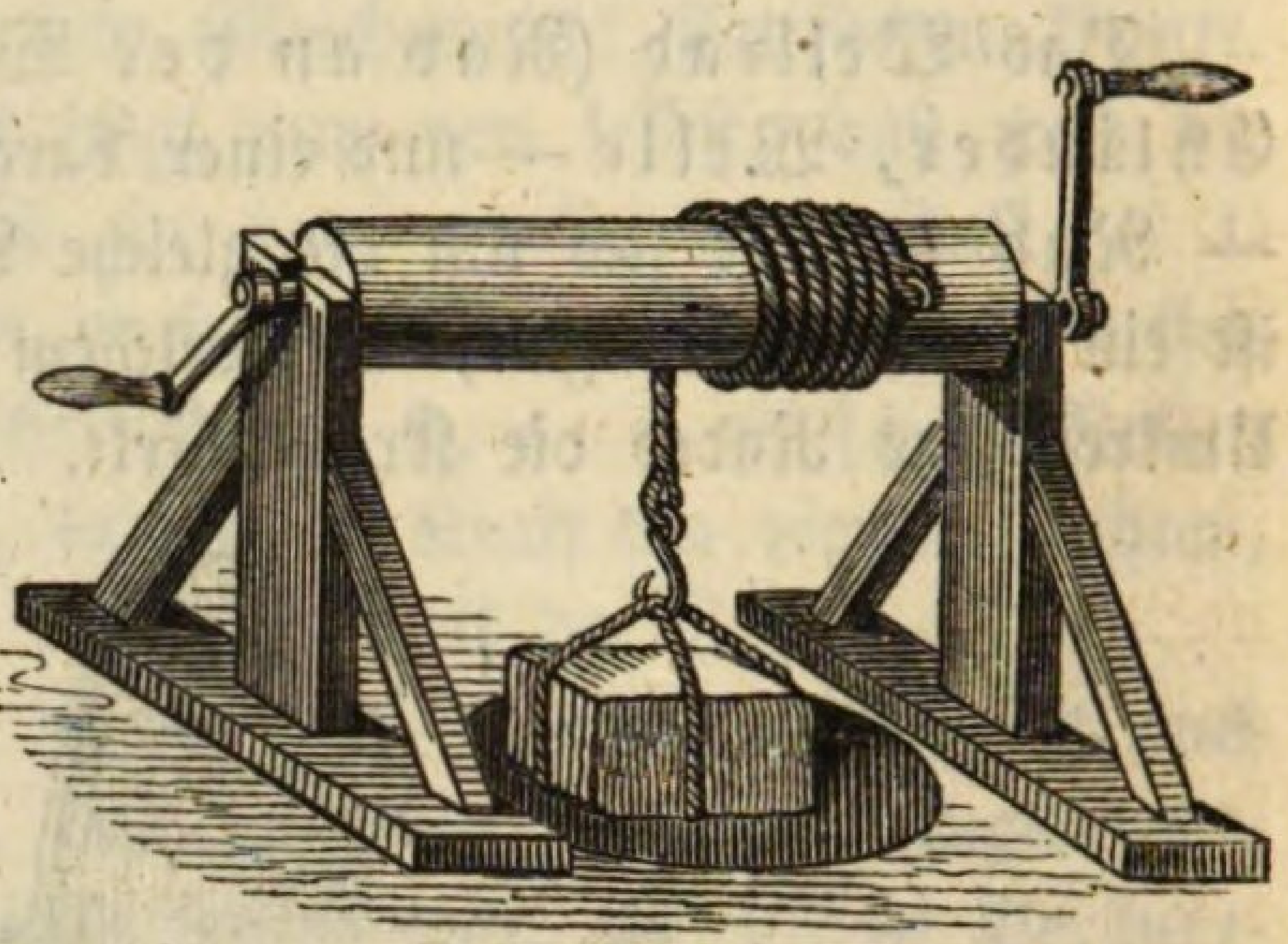
Aus vorstehender Figur erkennt man leicht das Verhältniß der Kraft zur Last im Fall des Gleichgewichts. Die Kraft wirkt an einem Hebelarm gleich dem Halbmesser des Rades und die Last am Halbmesser der Welle, so daß nach den Gesetzen des Hebels die Produkte K . OA und L . oa gleich sein müssen; daraus geht das Gesetz hervor:

Am Wellrad verhält sich die Kraft zur Last, wie der Halbmesser der Welle zum Halbmesser des Rades.

Je größer also der Unterschied zwischen diesen beiden Halbmessern ist, desto kleiner verhältnißmäßig die Kraft. Ist also z. B. der Halbmesser der Welle 2 Zoll, und der Halbmesser des Rades 3 Fuß, so verhält sich die Kraft zur Last, wie 2 zu 30 oder wie 1 zu 15; eine Last von 12 Cntr. kann somit durch die Maschine mittelst einer Kraft von $\frac{1200}{15}$ = 80 Pfd. gehoben werden. Auch die Wege stehen in demselben Verhältniß: bei einer einmaligen Umdrehung legt die Kraft die Länge des Radumfangs, und die Last die Länge des Umfangs der Welle zurück; und diese beiden Kreisumfänge verhalten sich genau, wie die Halbmesser.

Statt des Rades sind nicht selten Hebelarme durch die Welle gesteckt, wie bei den Kreuzhaspeln, oder ist eine Kurbel (ein senkrecht auf der Welle stehendes Stück, ähnlich einer Radspeiche, an dessen Ende eine

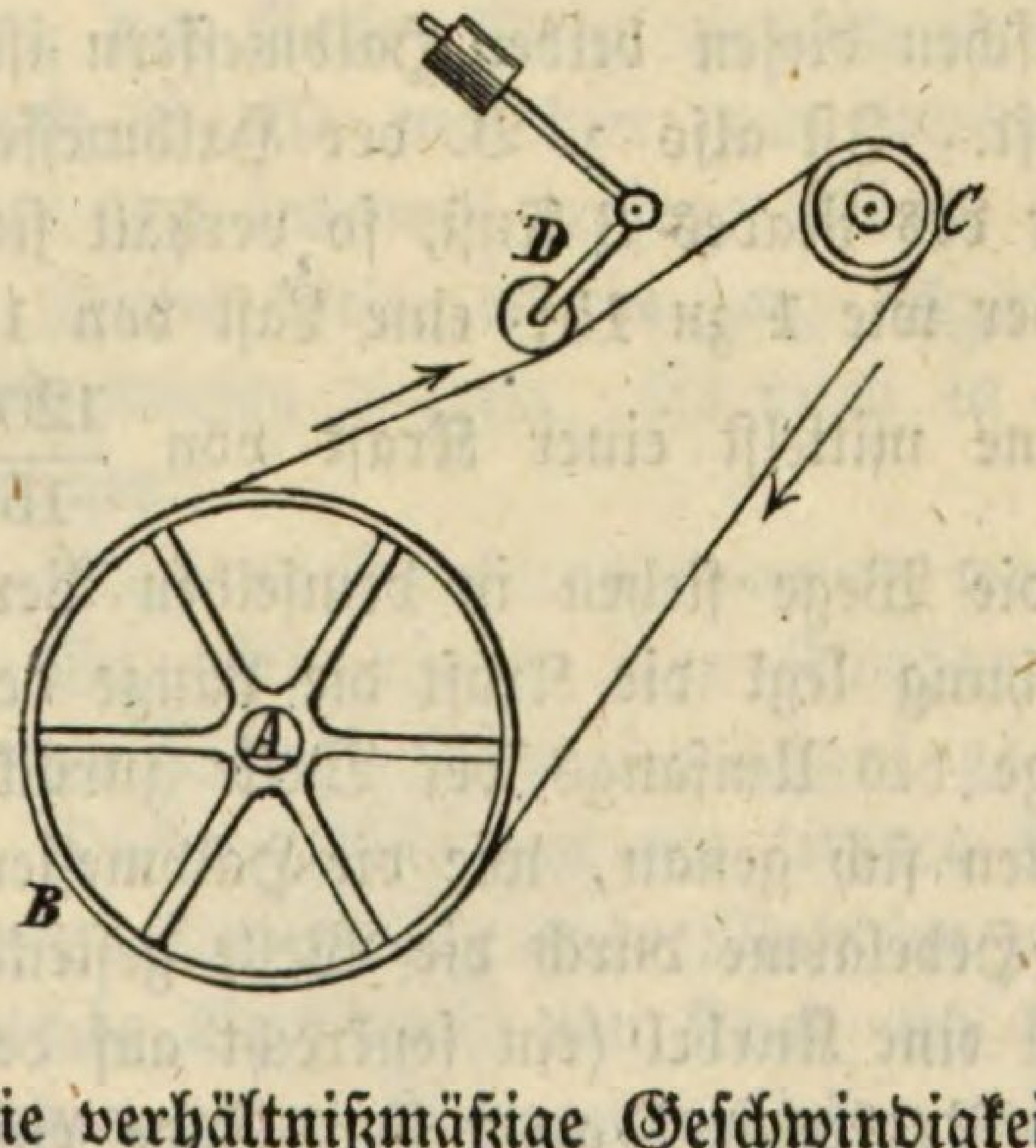




Handhabe befestigt ist) angebracht, wie bei dem Hornhaspel (s. die vorstehenden Zeichnungen). Noch andere Anordnungen sind: die Erdwinde und der Pferdegöpel, mit senkrecht stehender Welle; das Lauf- oder Tretrad, bei welchem der Umfang des Rades, das in diesem Fall gewöhnlich durch einen hohlen, mit Leisten oder Tritten versehenen Cylinder ersetzt ist, welchen Menschen oder Thiere besteigen, um durch ihr Gewicht die Maschine in Bewegung zu setzen; Wasser-, Schwung-, Wagenräder u. s. f.

Von den Räderwerken.

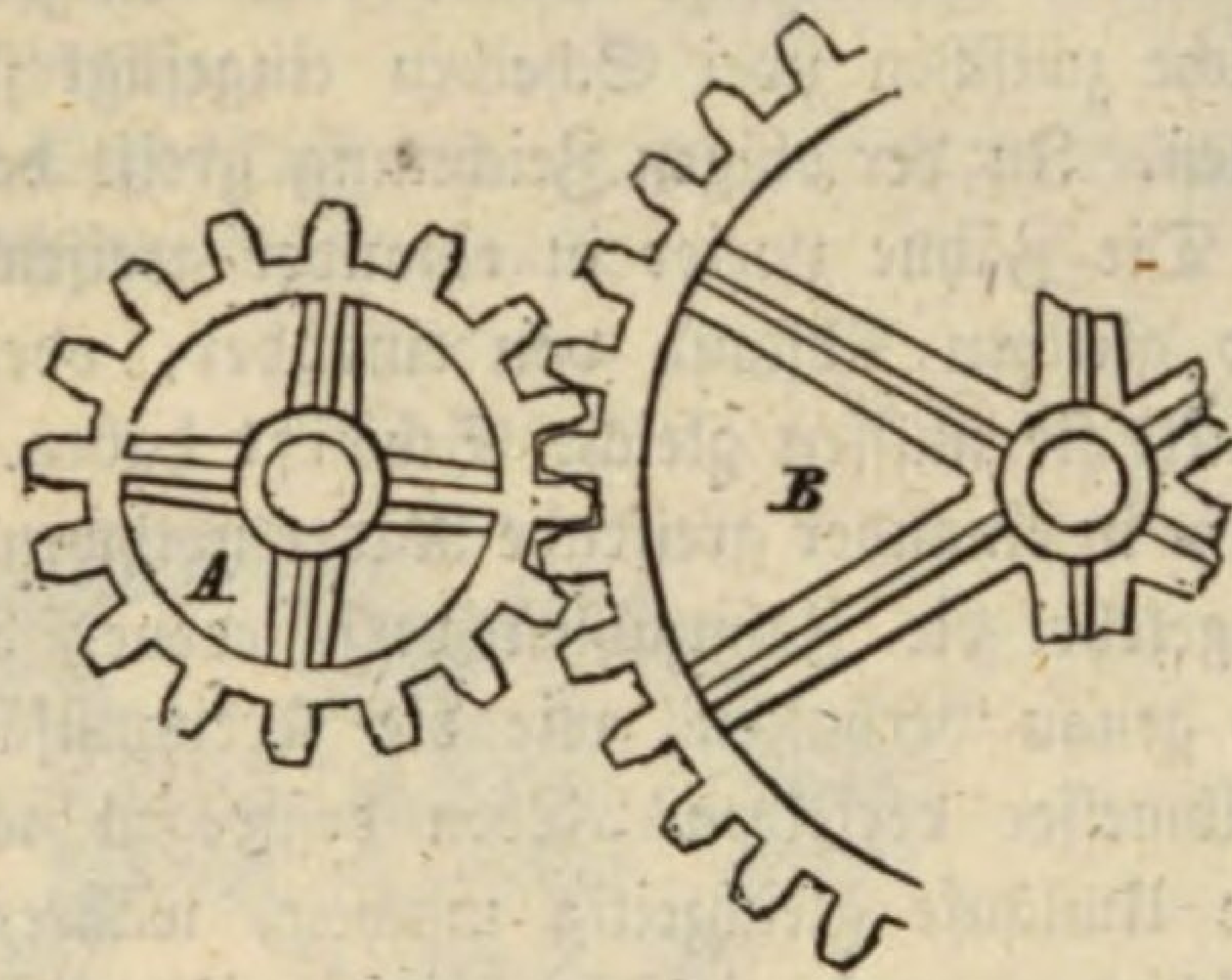
Eine Verbindung mehrerer Wellräder heißt man im Allgemeinen ein Räderwerk. Diese Verbindung wird auf verschiedene Weise hergestellt: seltener durch unmittelbare Berührung ihrer Radumfänge, wobei die Reibung die Verbindung vermittelt; häufiger durch Seile oder Riemen, die ebenfalls durch Reibung wirken (um das Gleiten zu verhindern, sind manchmal, wie in beigedruckter Figur, Spannrollen (D), die theils durch Gewichte, theils durch Federn angedrückt werden, angebracht); am gewöhnlichsten aber geschieht die Verbindung durch in einander eingreifende Hervorragungen und Einschnitte, die man Zähne nennt. Ist ein größerer Widerstand zu überwinden, oder soll



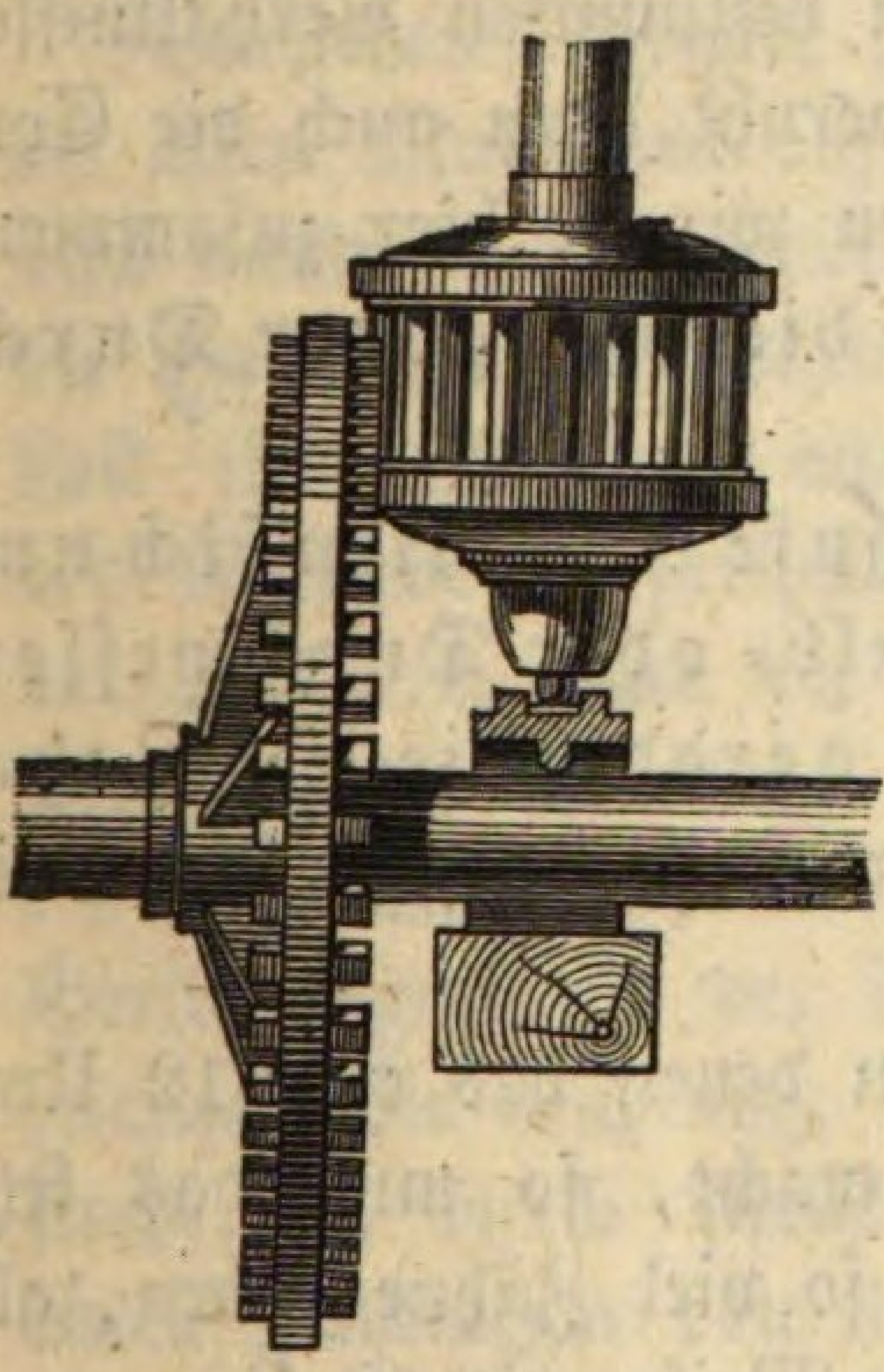
die verhältnißmäßige Geschwindigkeit der einzelnen Räder genau regulirt

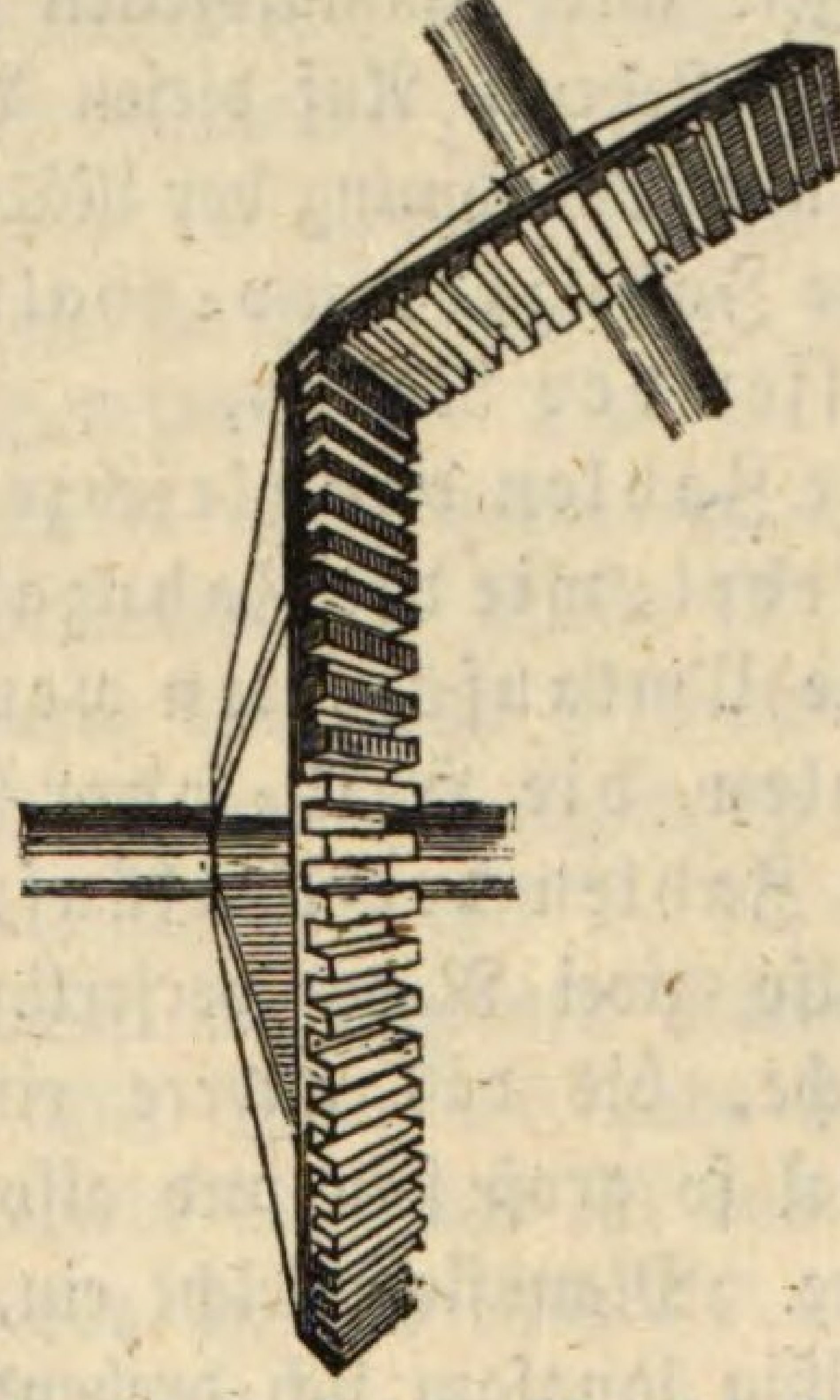
sein, oder soll endlich überhaupt ein sicherer Gang des Räderwerks erzielt werden, so werden stets gezahnte Räder angewendet.

Wenn zwei Räder, von denen das eine mit der Kraft, das andere mit der Last in Verbindung steht, in einander greifen, so entsteht zwischen den im Eingriff stehenden Zähnen ein wechselseitiger Druck. Ist dieser auf beiden Seiten gleich groß, so ruhen die Räder; im andern Fall schiebt das eine Rad das andere durch überwiegenden Druck voran, und beide bewegen sich in entgegengesetztem Sinn, d. h. das eine dreht sich von rechts nach links, das andere von links nach rechts, wie man aus vorstehender Figur leicht abnehmen kann.



Die Axen zweier verbundener Wellräder sind entweder parallel, oder sie machen einen Winkel mit einander. Im ersten Fall wendet man Stirnräder an, bei denen die Zähne, wie bei der vorhergehenden Figur, in der Richtung der Halbmesser liegen. Um die Richtung der zweiten Axe um 90° abzulenken, so daß sie also senkrecht zu stehen kommt, wenn die erste horizontal liegt, wendet man entweder Kronräder (Kamm-





räder) an, bei denen die Zähne senkrecht auf der Radscheibe stehen, oder konische Räder, welche zugleich den Vortheil haben, daß man durch sie zwei Wellbäume verbinden kann, die einen beliebigen Winkel mit einander bilden. Sitzen auf einer und derselben Welle zwei verschie-

den große Räder, so heißt gewöhnlich das große kurzweg das Rad, das kleinere dagegen das Getriebe. Trillinge heißt man kleine Getriebe, bei denen cylindrische Stäbe oder Bolzen — Triebstöcke genannt —, welche zwischen zwei Scheiben eingefügt sind, die Stelle der Zähne vertreten. In der obigen Zeichnung greift das Kronrad in einen Trilling ein.

Die Zähne zweier in einander greifender Räder müssen gleiche Größe und gleichen Abstand von einander, oder, wie man sich gewöhnlich ausdrückt, sie müssen gleiche Schrift haben. Daher haben auch zwei gleich große in einander greifende Räder nothwendig gleich viel Zähne, während umgekehrt die Zahnzahlen verschiedener Räder, die in einander greifen, sich genau verhalten, wie die Kreisumfänge oder wie die Durch- oder Halbmesser derselben. Eben deßwegen werden zwei gleich große Räder ihre Umläufe gleichzeitig machen, während die Zahl der Umläufe, die verschieden große, in einander greifende Räder in derselben Zeit machen, sich umgekehrt verhalten, wie ihre Durchmesser oder Zahnzahlen. Nehmen wir beispielsweise an, das eine Rad sei 3mal so groß, als das andere, so hat es auch 3mal so viel Zähne; hat also das kleine Rad z. B. 12 Zähne, so hat das große deren 36, und es ist daher natürlich, daß die einzelnen Zähne des kleinen Rades 3mal zum Eingriff kommen, bis dieß bei denen des großen Rades 1mal der Fall ist. Umgekehrt ist, wie sich nach dem bisher Gesagten von selbst versteht, bei dem großen Rad die Dauer eines Umlaufs 3mal so groß, als bei dem kleinen.

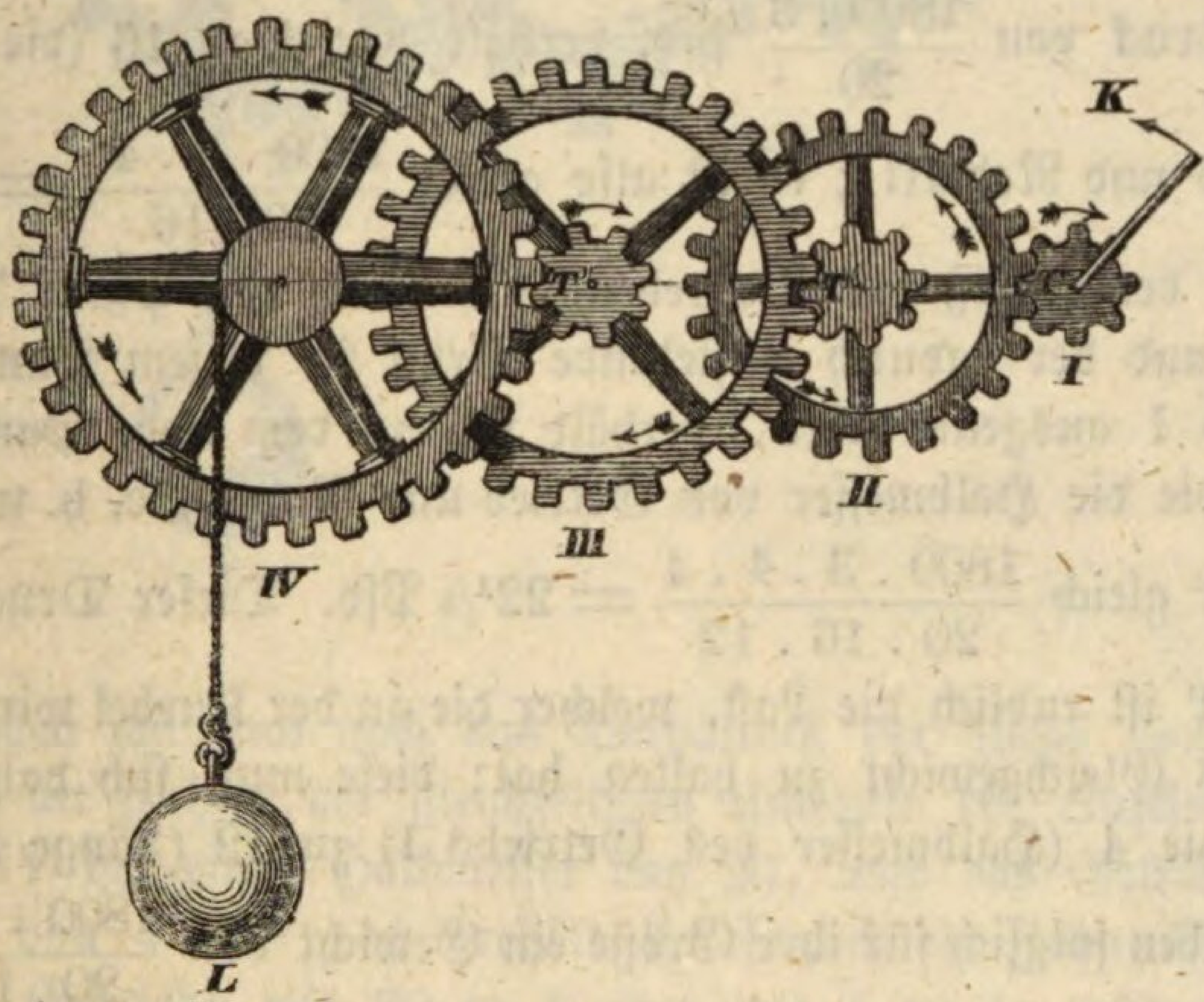
Wir sehen also, daß Durchmesser, Zahnzahlen, Zahl der Umläufe in gleicher Zeit und Umlaufszeiten in ganz genau bestimmten Verhältnissen zu einander stehen. Auf diesen Verhältnissen beruht denn auch die Construktion und Berechnung der Räderwerke; stellen wir sie hier zusammen:

1) Die Zahnzahlen verhalten sich, wie die Halb- oder Durchmesser der Räder.
2) Die Zahlen der gleichzeitigen Umläufe verhalten sich umgekehrt, wie die Zahnzahlen, die Halb- oder Durchmesser.
3) Die Umlaufszeiten verhalten sich gerade wie die Zahnzahlen, die Halb- oder Durchmesser, und umgekehrt, wie die Zahlen der Umläufe.

Sollen also zwei Räder verfertigt werden, von denen das eine 12 Umläufe mache, bis das andere einen einzigen macht, so muß das letztere 12mal so groß sein und also auch 12mal so viel Zähne haben, als das erstere. Man sieht leicht ein, wie auf diese Weise mittelst einer verhältnißmäßig langsam sich drehenden Welle einer zweiten eine sehr große Geschwindigkeit mitgetheilt werden kann; ein Rad mit 1000 Zähnen, das in einer Minute einen Umlauf macht, dreht z. B. ein kleines Rad mit 10 Zähnen 100mal in der Minute. Um jedoch auf der einen Seite nicht

übermäßig große und auf der andern nicht gar zu kleine Räder mit zu geringer Zahnzahl (ein Rad soll im äußersten Fall wenigstens 5—6 Zähne haben) anwenden zu müssen, zieht man gewöhnlich mehrere in einander greifende Räder und Getriebe vor.

Untersuchen wir nun das Verhältniß der Kraft und Last, welche an einem Räderwerk sich im Gleichgewicht halten:



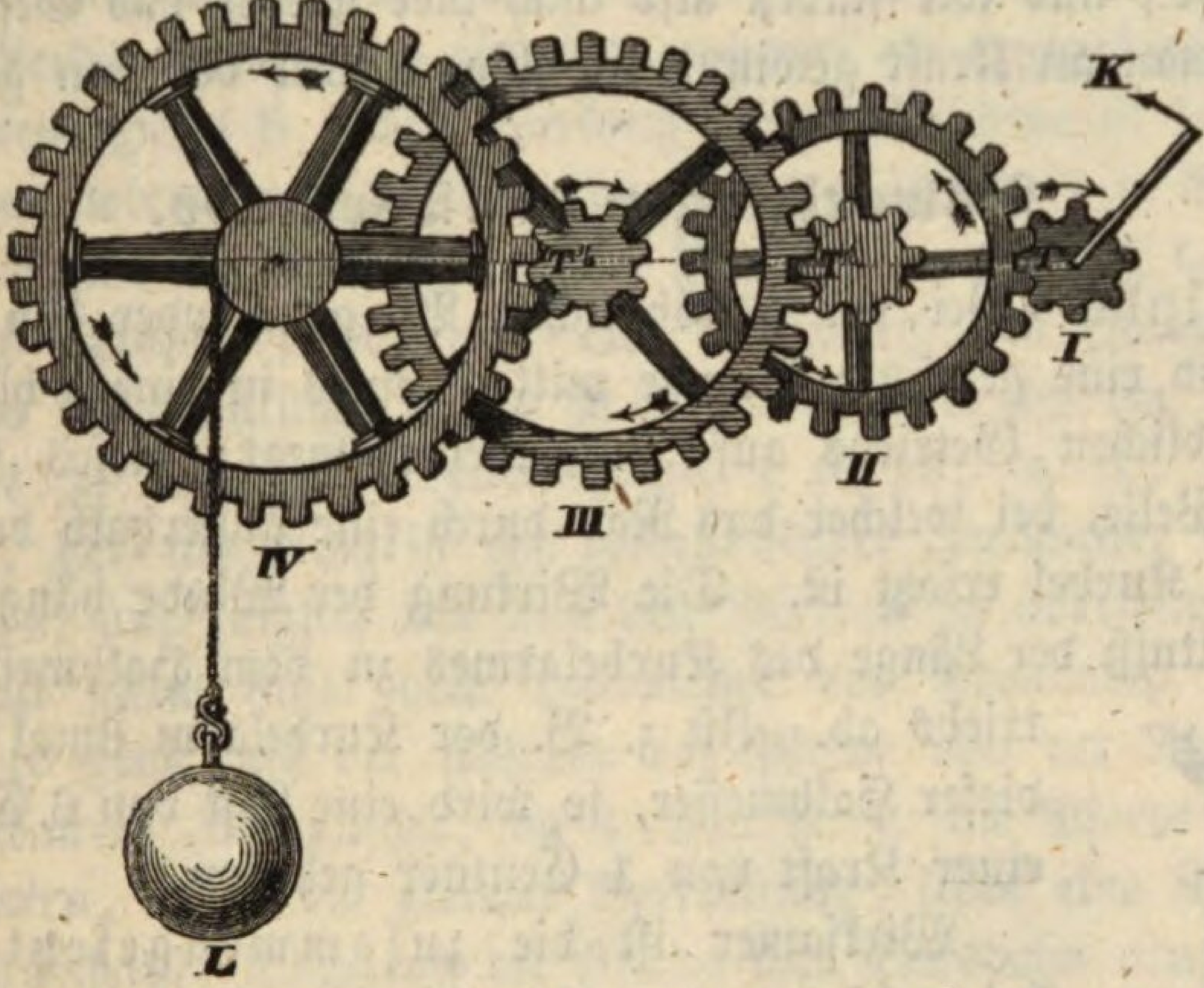
Vorstehende Figur stellt ein Räderwerk mit 4 Wellen dar. Da es bei allen Maschinen auf Krafterspárniß abgesehen ist, so sind Kraft und Last natürlich so angebracht, daß immer die großen Hebelarme — hier die Halbmesser der Räder — der Kraft zu Gute kommen, während die Last ihre Wirkung mittelst kleiner Hebelarme — hier die Halbmesser der Getriebe — fortpflanzt; die Kraft K wirkt daher an einer Kurbel der Welle I, und die Last am Wellbaum der Welle IV. Verfolgen wir nun die Wirkung der Last L durch das ganze Räderwerk hindurch bis zur Welle I, wo ihr die Kraft K das Gleichgewicht hält. Die Berührungspunkte der Räder und Getriebe sind mit T, T′ und T″ bezeichnet; die Richtung, in welcher die Last die einzelnen Räder zu drehen strebt, ist durch Pfeile angedeutet. Die Welle IV habe beispielsweise einen Halbmesser von 3 Zoll, die Getriebe I, II und III von 4 Zoll, die Kurbel und Rad II von 12, Rad III von 16 und Rad IV von 20 Zoll; die Last habe ein Gewicht von 18 Centnern.

Die Wirkung der Last äußert sich zunächst in dem Bestreben, das Wellrad IV zu drehen, und die Folge davon ist ein nach oben gerichteter Druck im Punkt T″, dem von dem Getrieb III Widerstand geleistet

wird. Dieser Druck verhält sich zur Last, wie der Halbmesser der Welle IV zum Halbmesser des Rads IV, d. h. er verhält sich zu 1800 Pfd. wie 3 zu 20, und er ist daher gleich $\frac{1800 \cdot 3}{20} = 270$ Pfd. In Folge dieses Drucks strebt das Wellrad III, sich in entgegengesetztem Sinne zu drehen, und übt deßhalb auf Getrieb II einen nach unten gerichteten Druck aus, der von diesem Getrieb bewältigt wird, und der sich zu dem vorhergehenden Druck von $\frac{1800 \cdot 3}{20}$ Pfd. verhält wie 4 zu 16 (die Halbmesser von Getrieb und Rad III); er ist also gleich $\frac{1800 \cdot 3 \cdot 4}{20 \cdot 16} = 67\frac{1}{2}$ Pfd. Rad II hat demgemäß das Bestreben, sich durch den Punkt T aufwärts zu drehen, und der dadurch entstehende Druck in diesem Punkt, der auf das Getrieb I ausgeübt wird, verhält sich zu dem vom Punkt T′ ausgehenden, wie die Halbmesser von Getrieb und Rad II, d. h. wie 4 zu 12; somit ist er gleich $\frac{1800 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4}{20 \cdot 16 \cdot 12} = 22\frac{1}{2}$ Pfd. Dieser Druck nach oben im Punkt T ist endlich die Last, welcher die an der Kurbel wirkende Kraft zunächst das Gleichgewicht zu halten hat; diese muß sich daher zu jener verhalten wie 4 (Halbmesser des Getriebs I) zu 12 (Länge der Kurbel) und wir haben folglich für ihre Größe ein Gewicht von $\frac{1800 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}{20 \cdot 16 \cdot 12 \cdot 12}$ $= 7\frac{1}{2}$ Pfd. Eine an der Kurbel angebrachte Kraft K, die mit einer Stärke von $7\frac{1}{2}$ Pfd. wirkt, ist somit im Stande, die Last von 1800 Pfund im Gleichgewicht zu halten.

Wir haben absichtlich bei dieser Berechnung immer sämmtliche Faktoren aufgeführt, um daraus das Gesetz zu erkennen, nach welchem an Räderwerken das Verhältniß von Kraft und Last für den Fall des Gleichgewichts bestimmt werden kann. Wir bemerken nämlich, daß in dem Bruch $\frac{1800 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}{20 \cdot 16 \cdot 12 \cdot 12}$, welcher die Größe der Kraft angibt, die Last (1800) mit dem Produkt (3 . 4 . 4 . 4) der Halbmesser sämmtlicher Getriebe multiplicirt, und durch das Produkt (20 . 16 . 12 . 12) der Halbmesser aller Räder dividirt ist. Hätten wir bei der ganzen Rechnung die einzelnen statischen Momente einander gleichgesetzt, also z. B. am Rad IV: $1800 \cdot 3 = T'' \cdot 20$ (wo T″ den Druck im Punkt T″ bedeuten soll), so wären wir zu dem Endergebniß gekommen: $K \cdot 20 \cdot 16 \cdot 12 \cdot 12 = 1800 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$, was mit dem Obigen genau übereinstimmt. Hieraus folgt der Satz:

Das Produkt aus der Kraft multiplicirt mit den Halbmessern der Räder ist gleich dem Produkt aus der Last multiplicirt mit den Halbmessern der Getriebe.

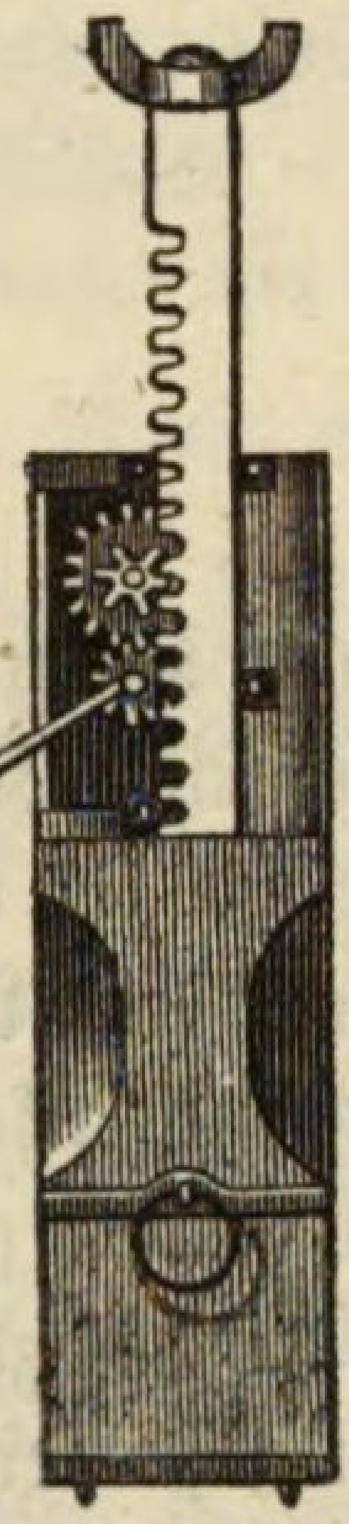


Untersuchen wir nun noch das Verhältniß der Wege von Kraft und Last, sowie die Zahlen der gleichzeitigen Umläufe der einzelnen Wellen. Das Rad IV hat einen Halbmesser von 20, und das Getrieb III einen Halbmesser von 4 Zoll; es verhält sich sonach die Zahnzahl des Rads zu der des Getriebs wie 20 zu 4 oder wie 5 zu 1; während also die Last durch einmaligen Umlauf des Wellrads IV sich um ein Stück gleich dem Umfang der Welle auf- oder abwickelt, dreht sich (s. oben das zweite Gesetz) das Getrieb III, und mit ihm das Rad III, 5mal. Da ferner das Rad III einen Halbmesser = 16″ und das Getrieb II einen Halbmesser von 4″ hat, so entsprechen einem Umlauf des Rads III 4 Umläufe des Getriebs und des Rads II, also 5 Umläufen des erstern, oder, was dasselbe ist, einem Umlauf des Rads IV, 5 mal 4 = 20 Umläufe des Wellrads II. Der Halbmesser des Rads II beträgt 12 Zoll, der des Getriebs I, wie bei den andern, 4 Zoll: ein Umlauf der Welle II bewirkt also 3 Umläufe des Wellrads I; es kommen somit auf 20 Umläufe des Rads II, d. h. auf 5 Umläufe des Rads III, oder auf einen Umlauf des Rads IV, 3 . 20 = 60 Umläufe. Bis also die Last L um eine Strecke gleich dem Umfang der Welle IV vorangeht, beschreibt der Angriffspunkt der Kraft K 60mal den Umfang eines Kreises, dessen Halbmesser gleich der Länge des Kurbelarmes ist. Der Halbmesser der Welle ist = 3 Zoll, der Kurbelarm hat eine Länge von 12 Zoll; also ist der vom Angriffspunkt der Kraft beschriebene Kreisumfang 4mal so groß, als der der Welle IV, und somit ist der Weg der Kraft 4 . 60 oder 240mal größer als der Weg der Last; umgekehrt ist aber auch die Kraft — nach dem Obigen

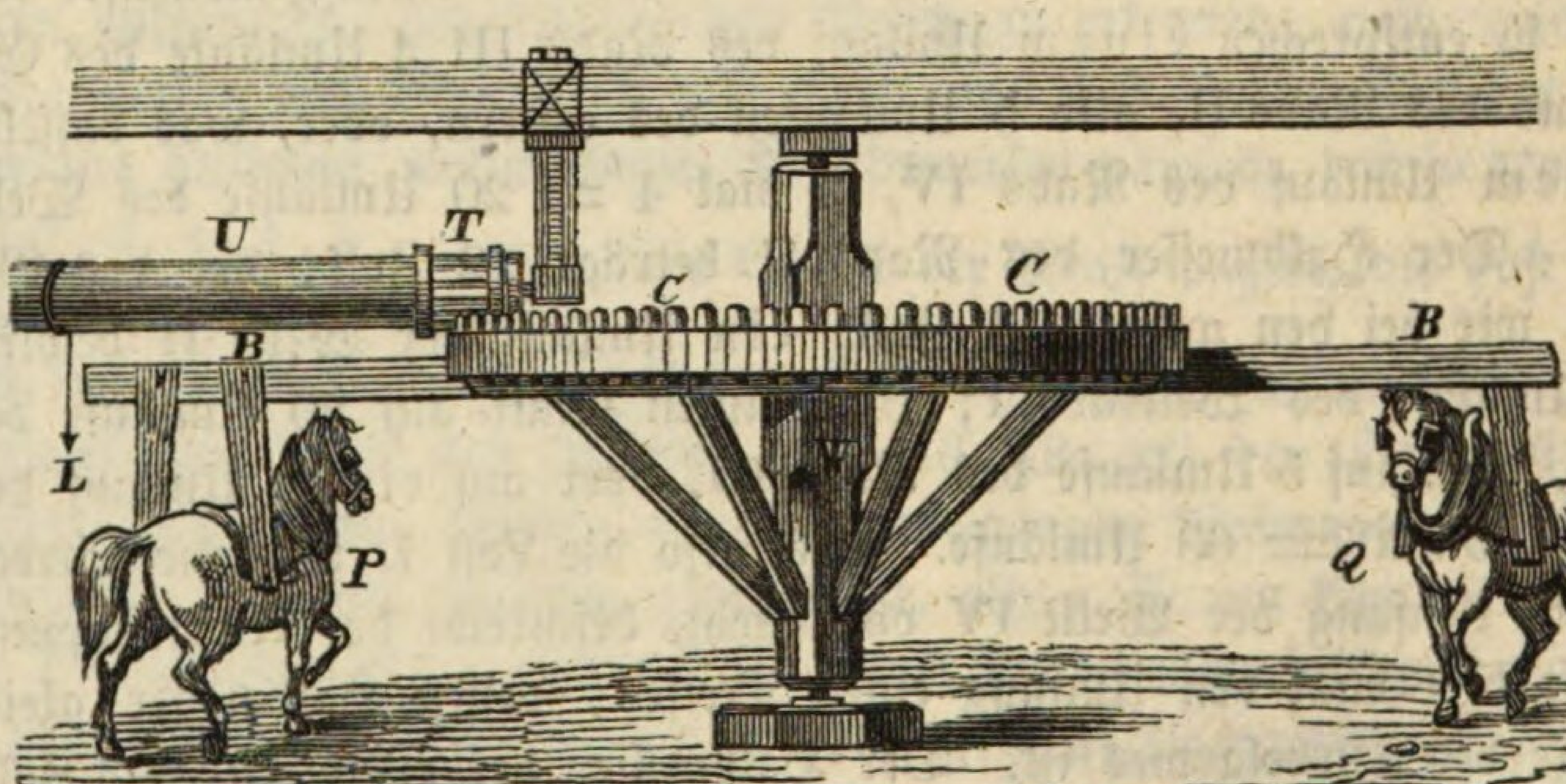
$= 7^1/_2$ Pfd. — 240mal kleiner als die Last, denn es ist 240mal $7^1/_2$ Pfd. = 1800 Pfd., und wir finden also auch hier wieder das Gesetz bestätigt, daß, was man an Kraft gewinnt, an Weg wieder verloren geht.

Anwendungen des Wellrads.

Die Winde. Bei der gewöhnlichen Wagen- oder Fuhrmannswinde wird eine gezahnte Stange mittelst eines in einem hölzernen Gehäuse befindlichen Getriebs auf- und niederbewegt; dieses Getrieb sitzt auf einer Welle, bei welcher das Rad durch eine außerhalb des Gehäuses angebrachte Kurbel ersetzt ist. Die Wirkung der Winde hängt somit von dem Verhältniß der Länge des Kurbelarmes zu dem Halbmesser des Getriebs ab. Ist z. B. der Kurbelarm 6mal so lang als dieser Halbmesser, so wird eine Last von 6 Centnern mit einer Kraft von 1 Centner gehoben.



Wirksamer ist die zusammengesetzte Winde, bei welcher das an der Kurbelwelle befindliche Getrieb in ein Rad, und erst ein zweites Getrieb, das mit dem Rad auf der gleichen Welle sitzt, in die gezahnte Stange eingreift. Wäre z. B. der Kurbelarm 6mal so groß, als der Halbmesser des zugehörigen Getriebes, und das Rad 3mal so groß, als das auf der gleichen Axe befindliche, in die gezahnte Stange eingreifende Getrieb, so wäre für obige Last von 6 Centnern nur eine Kraft von $\frac{600}{18} = 33^1/_3$ Pfd. nöthig.



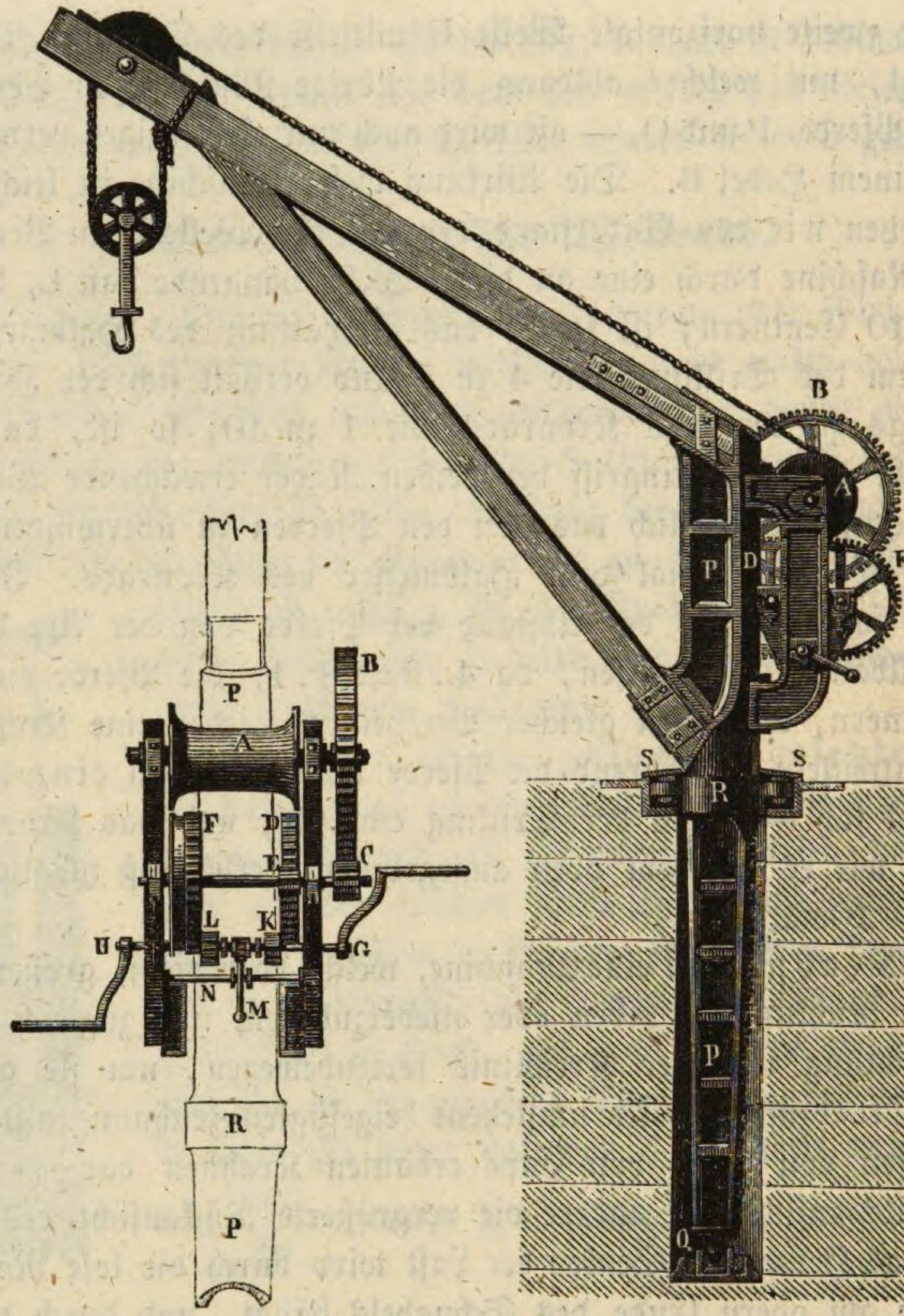
Der Pferdegöpel — die vorstehende Figur stellt einen solchen dar — besteht aus einer senkrechten Welle W, die ein Kronrad C trägt,

welches eine zweite horizontale Welle U mittelst des Trillings T in Bewegung setzt, mit welcher alsdann die übrige Maschine in Verbindung steht. Zwei Pferde, P und Q, — oft wird auch nur ein einziges verwendet — ziehen an einem Hebel B. Die Wirkung dieser Maschine ist leicht zu ermessen: ersetzen wir den Widerstand der mit der Welle U in Verbindung stehenden Maschine durch eine an dieser Welle hängende Last L, beispielsweise von 10 Centnern; ist ferner das Verhältniß des Halbmessers der Welle zu dem des Trillings wie 4 zu 5 und verhält sich der Halbmesser des Trillings zu dem des Kronrads wie 1 zu 10; so ist, da 8mal 5 = 10mal 4, der am Eingriff der beiden Räder erwachende Widerstand = 8 Centnern, und folglich das von den Pferden zu überwindende Moment der Last gleich 8mal dem Halbmesser des Kronrads. Ist dieser endlich halb so groß, als der Abstand der Pferde von der Axe des senkrechten Wellbaums, so müssen, da $4 . 2 = 8 . 1$, die Pferde eine Kraft von 4 Centnern, oder, bei gleicher Vertheilung, jedes eine Kraft von 2 Centnern entwickeln. Während die Pferde ihre Kreisbahn einmal durchlaufen, dreht sich — wenn der Trilling etwa 10, und das Kronrad 100 Zähne hat, wie es bei dem oben angegebenen Verhältniß möglich ist — die Welle U 10mal.

3) Der Krahnen ist eine Maschine, welche dazu dient, größere Lasten in vertikaler Richtung zu heben oder niederzulassen, und zugleich in horizontaler Richtung in einer Kreislinie fortzubewegen, um sie an einem bestimmten Ort abzusetzen. Die umstehend beigefügten Zeichnungen stellen den für den Hafen von Brest von Cavé erbauten Krahnen dar — die eine gibt die Seitenansicht, die andere die vergrößerte Rückansicht des Räderwerks —; das Heben und Senken der Last wird durch die lose Rolle ausgeführt, die am obern Ende des Schnabels hängt, und durch das über die feste Rolle gehende und auf dem Wellbaum A sich aufwickelnde Seil bewegt wird. Die Drehung der Last in horizontaler Richtung ist dadurch möglich gemacht, daß sich die ganze Maschine auf dem Zapfen Q um die Axe P drehen kann, die zu größerer Festigkeit und Sicherheit bei R zwischen Rollen läuft, welche in einem eingemauerten Gehäuse S angebracht sind.

Die Kraftersparniß, welche durch das Räderwerk herbeigeführt wird, ist so bedeutend, daß zwei Männer ohne besondere Anstrengung — mit einem Druck von je etwa 15 Pfd. — eine Last von ungefähr 40000 Pfd. zu heben vermögen. Verfolgen wir zunächst das Spiel des Räderwerks:

Auf der Welle H G (s. die Rückansicht des Räderwerks) sitzen zwei Getriebe, je mit 9 Zähnen, von denen L mit dem Rad F, und K mit dem Rad D — diese Räder haben je 54 Zähne — in Eingriff gebracht werden kann. Auf der Welle des Rads F sitzt noch ein Getriebe E mit 9 Zähnen,



das ebenfalls in das Rad D eingreift. Wird daher K in D eingerückt, so laufen E und F leer mit, und die Wirkung der Kraft auf das Rad D ist nur der 6. Theil von derjenigen, welche erzielt wird, wenn L in F eingerückt, und D erst durch E in Bewegung gesetzt wird. (Man bemerke wohl, daß F (mit E) und D auf zwei verschiedenen Axen sitzen, die an der Seitenansicht wohl unterschieden werden können, an der Rückansicht aber zusammenfallen.) Das mit D auf gleicher Axe sitzende Getrieb C mit 11 Zähnen dreht endlich das Rad B mit 66 Zähnen und mit ihm die Welle A — in dieser Form Trommel genannt —, auf welcher das Seil sich aufwickelt. Die Kurbelarme sind 3mal so lang als der Halbmesser der Welle A. —

Um nun das Verhältniß von Kraft und Last zu bestimmen, haben wir nach der auf Seite 36 aufgestellten Regel, für den Fall, daß das Getrieb L in F eingreift, und D durch E in Bewegung gesetzt wird, für

einen Mann: $K : 3 . 54 . 54 . 66 = \frac{1}{2}L . 1 . 11 . 9 . 9$ (wo die Spannung des Seils $= \frac{1}{2}L$, die Kurbel $= 3$ und der Halbmesser von $A = 1$ gesetzt ist), oder, wenn wir statt der Zahnzahlen nur deren Verhältnißzahlen, die bei allen 3 Eingriffen 1 und 6 sind, setzen: $K . 3 . 6 . 6 . 6 = \frac{1}{2}L . 1 . 1 . 1 . 1 = \frac{1}{2}L$, und für zwei Männer: $K . 2 . 3 . 6 . 6 . 6 = \frac{1}{2}L$. Ist also die Kraft eines Mannes 15 Pfd., so ist die von zwei Männern gehobene Last $L = 2 . 15 . 2 . 3 . 6 . 6 . 6 = 38880$ Pfd., oder in runder Zahl 40000 Pfd.

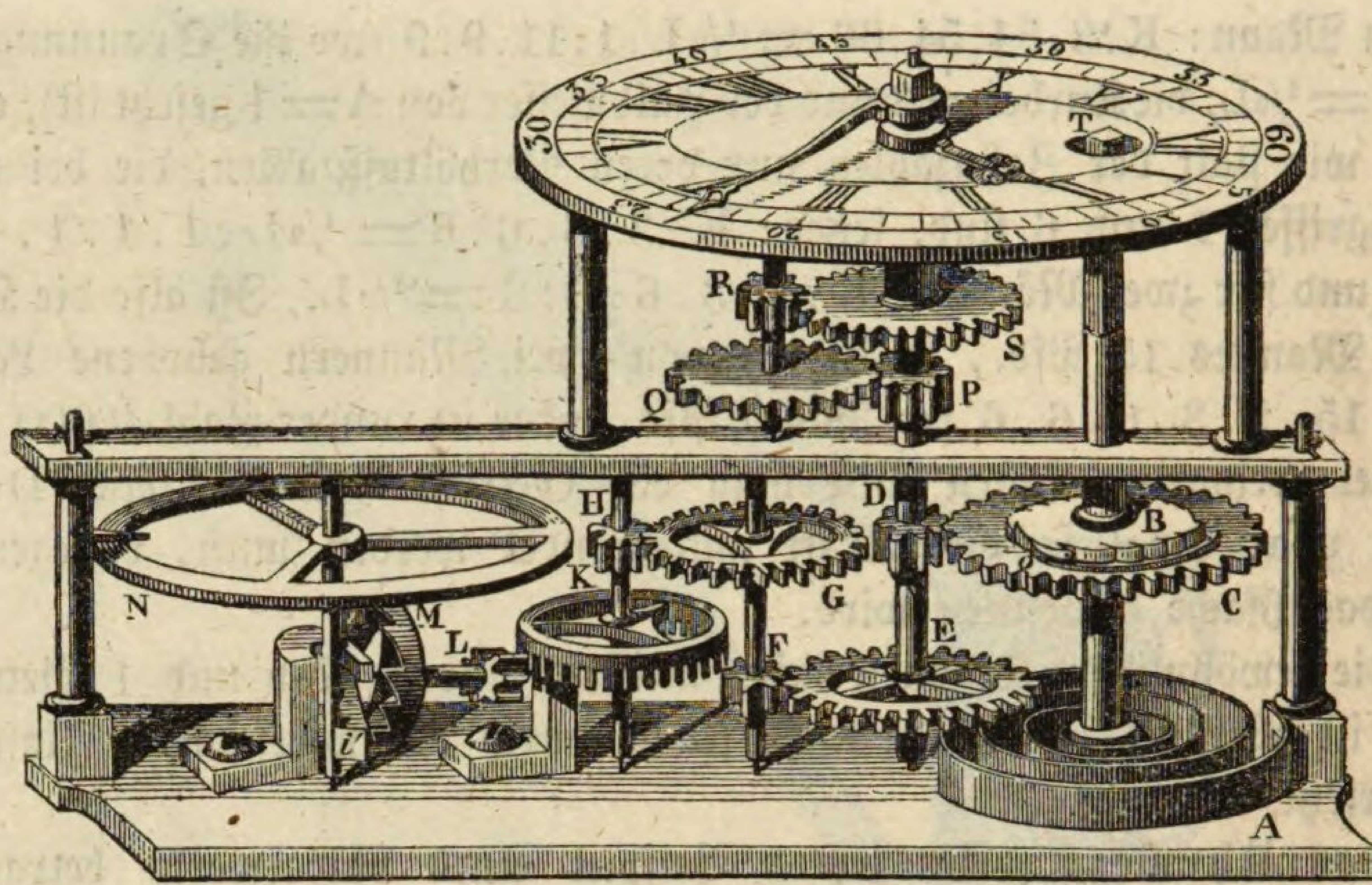
Bei geringeren Lasten rückt man das Getrieb K in das Rad D ein, wobei zwar 6mal so viel Kraft aufgewendet werden muß, dagegen an Zeit das 6fache gewonnen wird.

Die gewöhnlichen Krahnen haben meistens nur 1 Rad und 1 Getrieb; dabei ist aber die lose Rolle nicht selten durch den wirksamern Flaschenzug ersetzt.

Das Uhrwerk. Als letztes Beispiel eines Räderwerks betrachten wir das Uhrwerk, bei dem es sich fast nur um das richtige Verhältniß der Umlaufszeiten der einzelnen Wellen handelt, und außer dem von der Reibung herrührenden Widerstand keine Last zu bewältigen ist.

Die folgende Zeichnung stellt eine Uhr älterer Construktion in etwas vereinfachter Form dar, bei der als bewegende Kraft die Elastizität der Uhrfeder A wirkt. Die Wirkung dieser Feder beruht darauf, daß sie, wenn sie an ihrem einen Ende an einem unbeweglichen Punkt (hier die äußerste Säule rechts) befestigt ist, an ihrem andern Ende dagegen (in unserer Figur durch die Welle T) beim Aufziehen der Uhr so umgedreht wird, daß sie eine gespannte Lage erhält, in dem Bestreben, ihre vorherige, ungezwungene Lage wieder einzunehmen, die bewegliche Axe, an der ihr zweites Ende befestigt ist, und auf die sie gleichsam aufgerollt wurde, in entgegengesetzter Richtung umdreht. Dieß geschieht mit einer Kraft, die von der Stärke und Spannung der Feder abhängig ist; es läßt sich daher wohl denken, daß, je weiter sich dieselbe aufrollt und ihrer natürlichen, ungezwungenen Lage sich nähert, desto geringer ihre bewegende Kraft wird. Wir werden nachher auf diesen Punkt zurückkommen, und das Mittel angeben, wodurch diese Kraftabnahme ausgeglichen und eine möglich gleichförmige Wirkung der Feder erzielt wird. Gehen wir zunächst an die Betrachtung des Räderwerks:

Mit der Axe, welche unmittelbar durch die Feder in Bewegung gesetzt wird, dreht sich das sogenannte Bodenrad C, welches in das Getriebe D eingreift, und mit ihm das auf der gleichen Axe sitzende Rad E und das Getrieb P in Bewegung setzt. P dreht ferner das Rad Q und mit ihm das Getrieb R, welches letztere mit dem Rad S im Eingriff steht, das nicht auf einer Welle mit P, D und E, sondern auf einer lose über diese hergeschobenen Hülse sitzt, die sich somit ganz frei und



selbstständig bewegt. Auf dem über das Zifferblatt hervorragenden Theil dieser Hülse sitzt der Stundenzeiger, weßhalb S das Stundenrad heißt, und an dem frei durch dieselbe hindurchgehenden, den Stundenzeiger überragenden Theil der Welle des Rades E ist der Minutenzeiger befestigt, von welchem das Rad E den Namen Minutenrad hat.

Es ist leicht zu erkennen, daß durch das Dazwischentreten des Rades Q und des Getriebs R die Drehungsrichtung des Stunden- und des Minutenrades dieselbe wird. Damit nun aber das Stundenrad auf 12 Umläufe des Minutenrades 1 Umlauf mache, haben in obiger Ausführung (die übrigens auf die verschiedenste Weise angeordnet sein könnte) die dabei betheiligten Räder und Getriebe folgende Zahnzahlen: Getriebe P und R je 8, Rad Q 24, und Rad S 32 Zähne; es macht somit Rad S einen Umlauf, wenn R deren 4 vollendet, und diesen 4 Umläufen, die das Rad Q gleichzeitig mitmacht, entsprechen, da Q dreimal so viel Zähne hat, als P, 12 Umläufe des Getriebs P oder des Rads E, so daß also, ganz wie verlangt ist, das Stundenrad S in derselben Zeit einen Umlauf, in welcher das Minutenrad 12 volle Umläufe macht.

Durch diese Räderverbindung ist nun zwar das richtige Verhältniß in die Bewegung des Stunden- und Minutenzeigers gebracht; allein, theils um einen ganz gleichförmigen Gang der Uhr überhaupt herzustellen, theils um ihr eine solche Bewegung zu geben, daß einer Zeitstunde genau ein Umlauf des Minutenrads entspricht, d. h. um die Uhr zu reguliren, bedarf es einer weitern Vorrichtung, die auf der linken Seite unserer Zeichnung dargestellt ist.

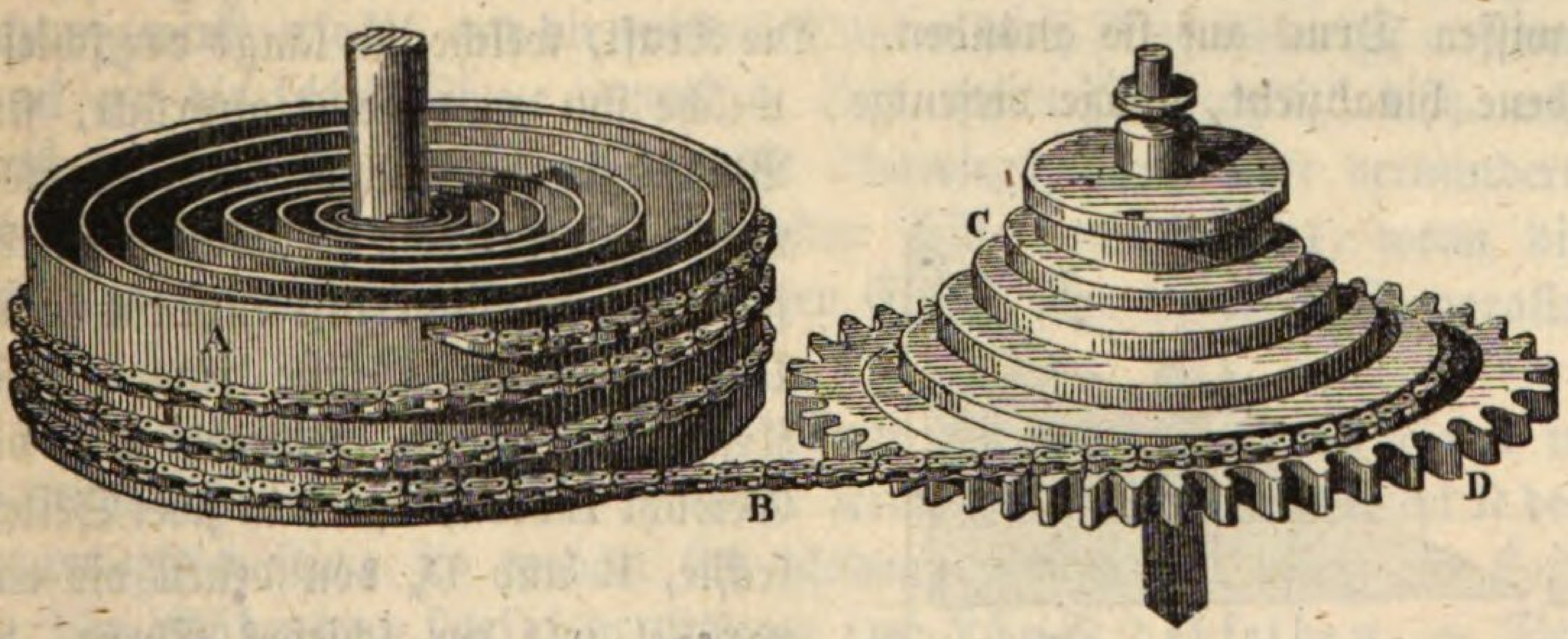
Das Rad E greift nämlich in ein Getriebe F ein, auf dessen Axe zugleich das sogenannte Mittelrad G sitzt, welches durch die Vermittlung des Getriebs H das Kronrad K in Bewegung setzt; dieses letztere end-

lich setzt durch seinen Eingriff in das Getrieb L das Steigrad M in Bewegung, welches mit demjenigen Apparat in Verbindung steht, welchen man im Allgemeinen mit dem Namen Hemmung oder mit dem französischen Wort Echappement bezeichnet. Die Hemmung hat den Zweck, durch hin- und hergehende Bewegung, die sie gewöhnlich von irgend einem schwingenden Körper, dem Regulator (in unserer Zeichnung das Schwungrad N), erhält, und durch abwechselndes Eingreifen ihrer Theile (in unserer Zeichnung der kleinen Läppchen i und i') in das Steigrad M dieses in der ihm von der bewegenden Kraft mittelst des übrigen Räderwerks mitgetheilten Bewegung so aufzuhalten, daß es je mit einer Schwingung des Regulators nur um einen Zahn vorwärts gehen kann. Das ganze Uhrwerk erhält dadurch eine stoß- oder ruckweise erfolgende Bewegung, die bei den Sekundenuhren am Sekundenzeiger deutlich hervortritt, an den Zeigern der gewöhnlichen Uhren dagegen, wegen der außerordentlichen Kleinheit des den einzelnen Stößen entsprechenden Vorrückens derselben, nicht leicht beobachtet werden kann.

Wir werden die Regulatoren später in einem besondern Abschnitt zusammenstellen, und unterlassen es daher, hier Weiteres darüber zu sagen.

Damit beim Aufziehen der Uhr das Bodenrad, und mit ihm das ganze Uhrwerk, nicht in entgegengesetzter Richtung gedreht werde, sitzt dieses Rad nicht unmittelbar auf der Axe T, sondern es wird durch das sogenannte Sperrrad B, das auf jener Axe befestigt ist, mittelst des Sperrkegels o im Sinne der Spannkraft der Feder mitgenommen, während dieser, wenn die Axe T im entgegengesetzten Sinne beim Aufziehen der Uhr gedreht wird, über die Zähne des Sperrrads hinweggleitet, wodurch das dabei stattfindende knarrende Geräusch verursacht wird.

Es bleibt uns jetzt noch übrig, die oben angedeutete Vorrichtung zu beschreiben, wodurch das Abnehmen der Spannkraft der Uhrfeder ausgeglichen wird.



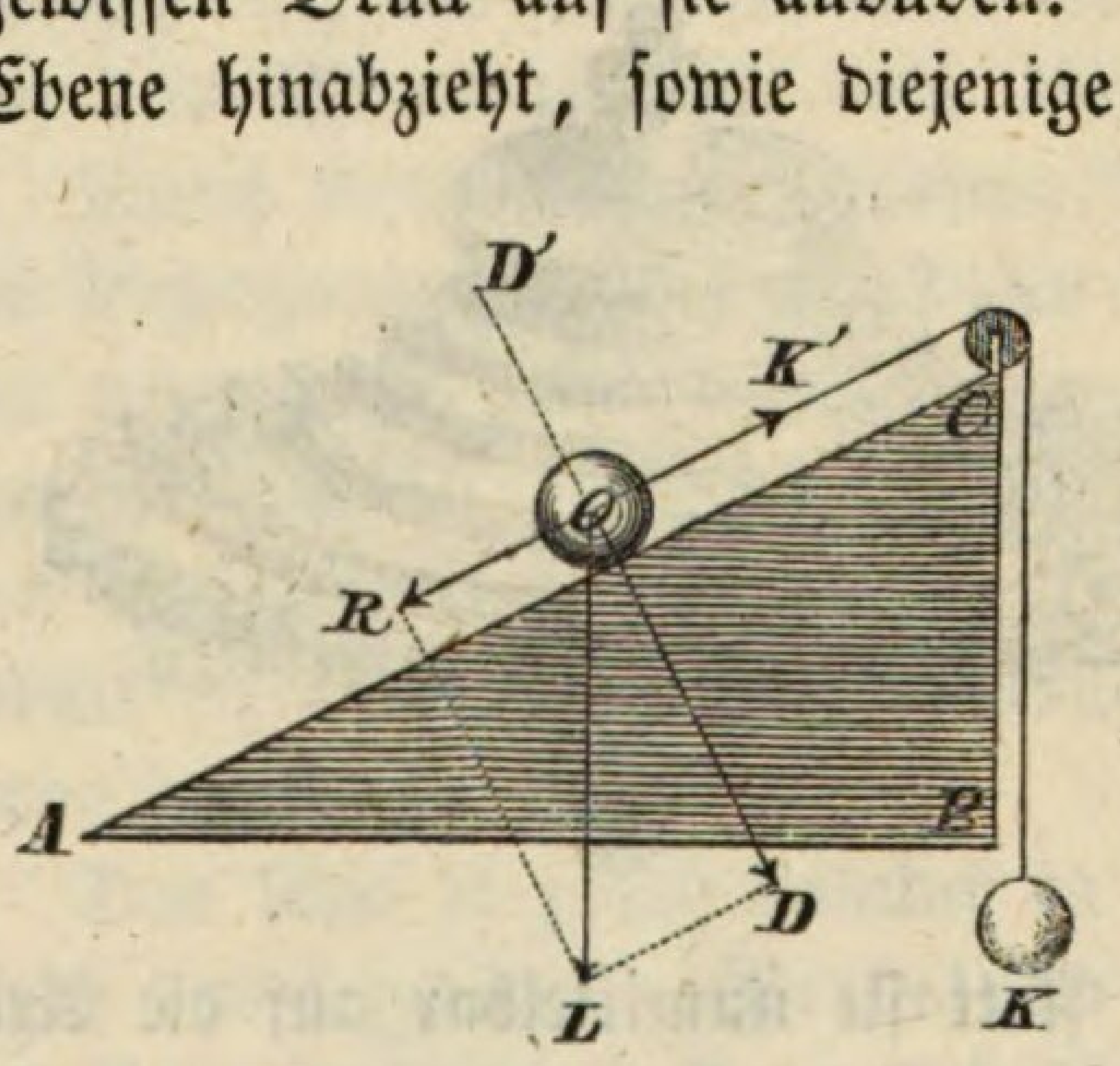
Zu diesem Zweck wird die Feder, statt sie unmittelbar auf die Axe des Bodenrades wirken zu lassen, in ein Gehäuse — das sogenannte

Federhaus (A der vorstehenden Figur) — eingeschlossen, welches sich sammt der Feder um eine besondere Axe, auf welche die Feder aufgespannt wird, drehen kann, dabei aber das Bodenrad D, mit welchem es durch eine gegliederte Kette verbunden ist, gleichzeitig umdrehen muß. Wird diese Verbindung aufgehoben, wie es beim Zerreißen der Kette der Fall ist, so springt die Feder sammt ihrem Gehäuse rasch in ihre ungezwungene, natürliche Lage zurück. Diese Verbindung mit dem Bodenrad ist nun von der Art, daß die Wirkung der bewegenden Kraft der Feder bei jedem Grad der Spannung derselben gleichbleibt. Es ist nämlich mit dem Bodenrad die sogenannte *Schnecke* (C) verbunden, auf deren Umgängen die Kette so aufgewickelt wird, daß sie sich im Anfange, wo die Spannkraft der Feder am stärksten wirkt, von den kleinern, und erst später, wenn jene matter wird, von den größern Umgängen der Schnecke abwickelt. Wir haben somit im Anfang eine größere Kraft, aber einen kleinern Hebelarm, später eine kleinere Kraft, aber einen um so größern Hebelarm; und zwar kann dieß durch die Form der Schnecke so regulirt werden, daß die Hebelarme genau in dem Maß *zunehmen*, in welchem die Spannkraft *abnimmt*.

Die schiefe Ebene.

Jede Ebene, welche mit dem Horizont einen Winkel macht, heißt eine *schiefe Ebene*. In der folgendeu Figur ist eine solche durch die Linie AC vorgestellt. Die Linie AB bildet den Horizont und heißt die *Grundlinie* oder die *Basis* der schiefen Ebene, während B C ihre *Höhe* und die Linie A C selbst ihre *Länge* heißt.

Legen wir auf die schiefe Ebene einen schweren Körper — er sei, damit die Reibung unmerklich klein wird, und somit außer Betracht gelassen werden kann, rund, kugel- oder walzenförmig, und, wie die schiefe Ebene selbst auch, fein polirt —; so wird derselbe auf der Ebene hinabrollen und zugleich einen gewissen Druck auf sie ausüben. Die Kraft, welche ihn längs der schiefen Ebene hinabzieht, sowie diejenige, welche ihn an dieselbe andrückt, sind



Wirkungen der Schwerkraft, vermöge welcher er senkrecht herabfallen würde, sobald das Hinderniß entfernt wäre. Um daher die Größe jener beiden Kräfte zu finden, zerlegen wir das Gewicht L des Körpers in zwei Seitenkräfte, R und D, von denen die eine parallel mit der schiefen Ebene, die andere senkrecht darauf wirkt. Die drei Kräfte O L, O D und O R haben

nun, was schon eine einfache Betrachtung der Dreiecke OLD — wo LD gleich OR — und ACB erkennen läßt, und was die Geometrie beweist, ganz genau dasselbe Verhältniß zu einander, wie die Linien AC, AB und BC des Dreiecks ACB. Heißen wir daher L das senkrechte Fallbestreben oder das absolute Gewicht, die Kraft R das Fallbestreben auf der schiefen Ebene oder das relative Gewicht, und die Kraft D den Druck auf die schiefe Ebene, so haben wir folgende Gesetze:

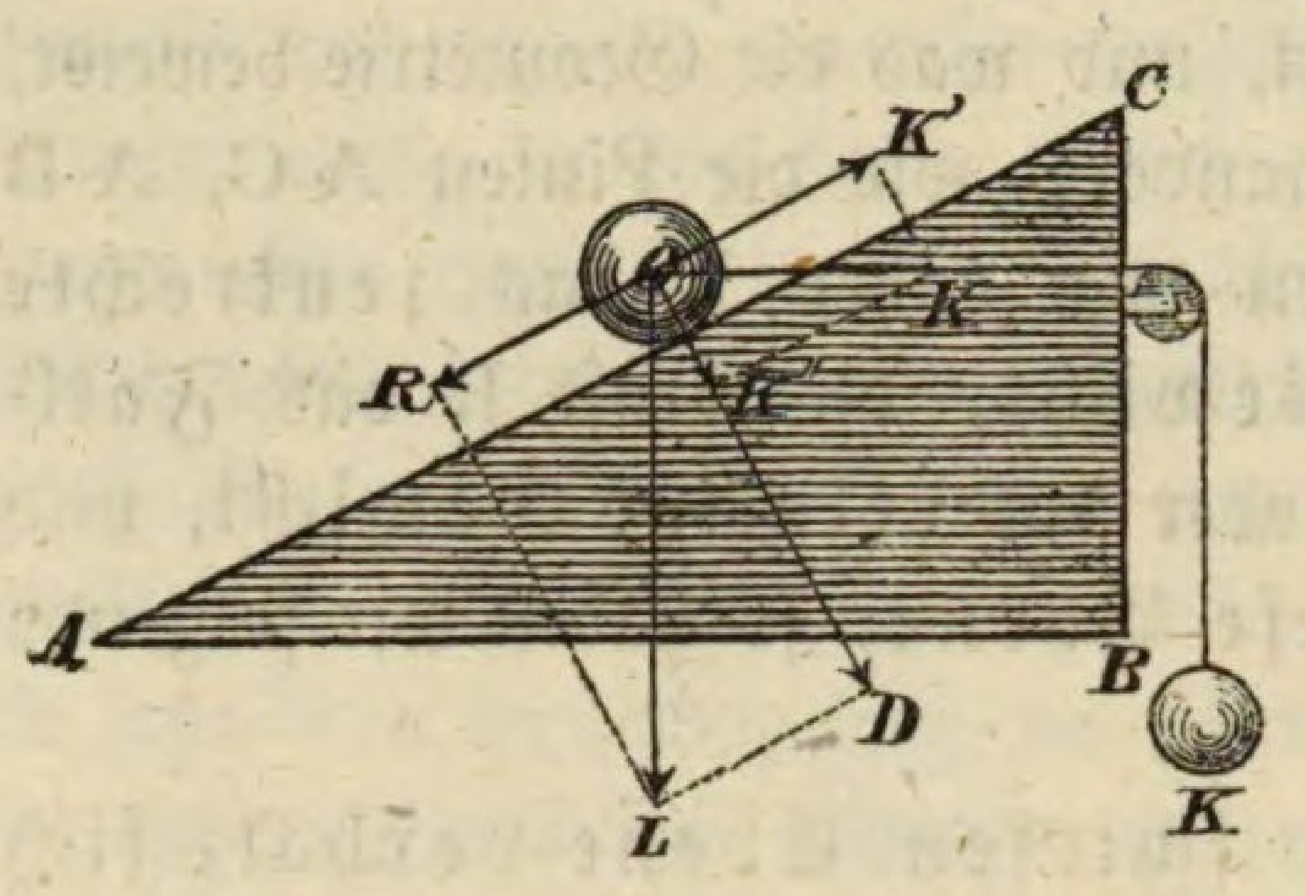
1) Das Fallbestreben auf der schiefen Ebene verhält sich zum senkrechten Fallbestreben, oder das relative Gewicht zum absoluten, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge.

2) Der Druck auf die schiefe Ebene verhält sich zum absoluten Gewicht des Körpers, wie die Grundlinie zur Länge der schiefen Ebene.

3) Das Fallbestreben auf der schiefen Ebene verhält sich zum Druck auf dieselbe, wie die Höhe zur Grundlinie der schiefen Ebene.

Fragen wir nach der Kraft, welche den Körper im Gleichgewicht zu halten im Stande ist, so erkennen wir leicht, daß die Richtung derselben nothwendig rechts von der Linie DD′ fallen muß, da sie, wenn sie links davon fiele, in zwei Seitenkräfte zerlegt werden könnte, von denen die eine entweder, wenn nach D gerichtet, den Druck auf die schiefe Ebene vermehren, oder, wenn nach D′ gerichtet, denselben theilweise oder ganz aufheben oder überwiegen würde, die andere aber mit R gleiche Richtung hätte, und also das Hinabrollen des Körpers auf der schiefen Ebene nur noch beschleunigen würde. Fällt aber die Richtung der Kraft rechts von DD′, so kann sie jede beliebige Richtung haben, wenn nur ihre Größe zugleich von der Art ist, daß sie in zwei Seitenkräfte zerlegt werden kann, von denen die eine mit R gleiche Stärke hat und in entgegengesetzter Richtung wirkt, wie K′, und die andere entweder nach D gerichtet ist, und den Druck auf die schiefe Ebene vermehrt, oder, wenn sie nach D′, d. h. aufwärts gerichtet ist, den Druck D nicht überwiegt, wohl aber vermindert. Betrachten wir hier die zwei einfachsten Fälle, nämlich: 1) wenn die Kraft parallel mit der Länge der schiefen Ebene, und 2) wenn sie parallel mit der Basis derselben wirkt.

Wirkt die Kraft parallel mit der Länge der schiefen Ebene, wie K in der vorhergehenden Figur, so muß die Kraft dem relativen Gewicht R des Körpers gleich sein: sie verhält sich alsdann nach dem Obigen zur Last, wie die Höhe der schiefen Ebene zur Länge derselben. — Der Druck auf die schiefe Ebene bleibt in diesem Fall unverändert.



Wirkt dagegen die Kraft parallel der Grundlinie der schiefen Ebene, so muß sie eine Composante K' gleich R geben, und dieß ist, wie sich mit Hülfe der Geometrie beweisen läßt, der Fall, wenn sie sich zu R verhält, wie die Länge der schiefen Ebene zur Basis derselben; oder zur Last selbst, wie die Höhe zur Grundlinie der schiefen Ebene. Der Druck wird in diesem Fall durch die zweite Composante K'' der Kraft K vermehrt.

Wir lernen hieraus, daß die erstere Richtung der Kraft, parallel der Länge der schiefen Ebene, die günstigere ist, denn da die Länge immer größer ist, als die Grundlinie, so macht die Höhe auch stets einen kleinern Bruchtheil von jener aus, als von dieser. Zugleich sehen wir, daß in beiden Fällen die Kraft um so kleiner ist, je kleiner die Höhe im Verhältniß zu den beiden andern Seiten des Dreiecks, oder, was dasselbe ist, je kleiner der Neigungswinkel der schiefen Ebene ist. —

Anwendungen der schiefen Ebene.

Von den unzähligen Anwendungen der schiefen Ebene im täglichen Leben heben wir nur einige hervor:

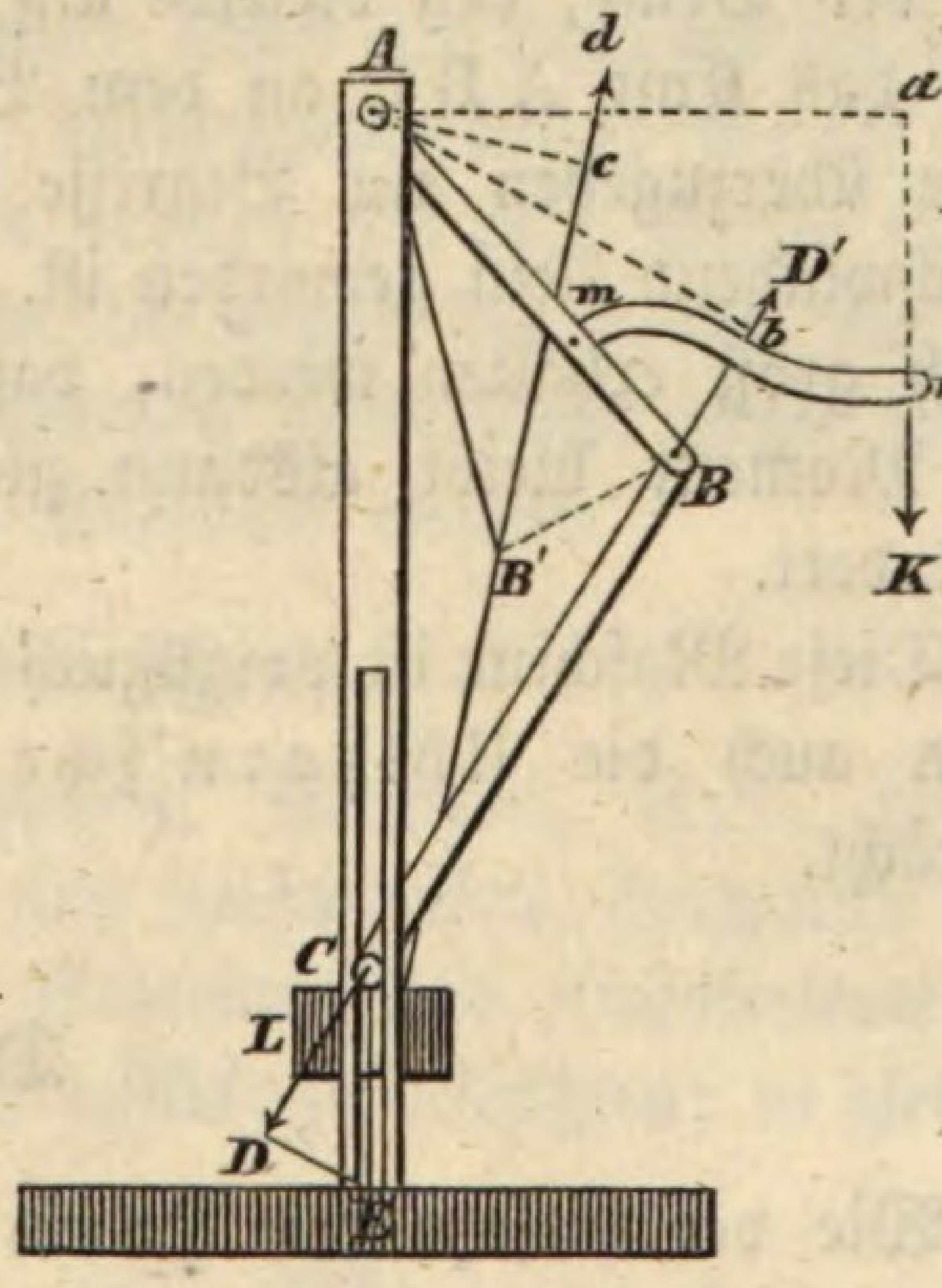
Beim Häuserbau rollen oder wälzen die Maurer und Steinhauer ihre schweren Quadersteine auf schief angelegten Brücken oder Rampen von einem Stockwerk in das andere; beim Aufladen größerer Waarenballen und Fässer legen die Fuhrleute sogenannte Schrotleitern, zwei dicke hölzerne, durch Querstücke verbundene Stangen, an den Wagen an; Schiffe werden auf schiefen Bahnen zur Reparatur ans Land gezogen, und auf gleiche Weise wieder ins Wasser gesetzt — vom Stapel gelassen; Leitern, Treppen u. s. w. sind ebenfalls nichts anders, als schiefe Ebenen.

Von ganz besonderer Wichtigkeit sind die Gesetze der schiefen Ebene für die Anlegung von Straßen, Eisenbahnen u. s. w. Während es in manchen Fällen geradezu unmöglich wäre, hohe Berge auf dem kürzesten, aber dabei steilsten Wege zu befahren, gelangt man ohne übermäßigen Kraftaufwand auf die Höhe derselben, wenn man den Straßen eine geringe Steigung gibt, indem man sie entweder, wo es angeht, schneckenförmig um den Berg oder im Zickzack auf einer Seite desselben hinaufführt.

Unter Steigung versteht man hier das Verhältniß der Höhe zur Basis der schiefen Ebene. Ist also z. B. die Höhe 1 Fuß und die Basis 100

Fuß, so sagt man, die Straße habe eine Steigung von $^1/_{100}$ oder von 1:100. Da bei den gewöhnlichen Straßen, die mit der Horizontalebene nur kleine Winkel bilden, die Länge der schiefen Ebene von der Basis nur wenig verschieden ist, so daß das Verhältniß der Höhe zur einen und andern nahezu dasselbe ist; so kann man bei der Berechnung ihrer Steigung ohne merklichen Fehler die Basis oder Horizontaldistanz gegen die Länge oder Wegdistanz vertauschen, und man würde daher auch einer Straße, welche auf 100 Fuß Länge sich um 1 Fuß hebt, eine Steigung von $^1/_{100}$ oder 1:100 beilegen. — Für diesen Fall beträgt demnach die Kraft (nach den oben aufgestellten Sätzen) den 100sten Theil der Last; dafür muß sie aber auch den 100fachen Weg durchlaufen — eine neue Bestätigung des früher aufgestellten Gesetzes.

Das Bett eines Flusses ist ebenfalls eine schiefe Ebene, auf welcher das Wasser von der Quelle bis zur Mündung hinabrollt. Wenn dabei das Bett vielerlei Unebenheiten und Unregelmäßigkeiten zeigt, so bietet dagegen die Oberfläche des ruhig dahinfließenden Wassers eine ziemlich genaue schiefe Ebene dar. Das Verhältniß der Senkung des Wasserspiegels zu seiner Länge heißt der Fall des Flusses.



Das Gelenk oder der Kniehebel kann als eine Verbindung der schiefen Ebene und des Hebels betrachtet werden. Diese Maschine besteht aus zwei Stangen A B und B C, die im Punkt B durch ein Scharnier verbunden sind, und von denen die erste im Punkt A einen Drehungspunkt hat, während das Ende C der zweiten in einem Geleise längs der Säule A E sich bewegen kann, welch' letzterer Bewegung jedoch der Körper L einen gewissen Widerstand entgegenstellt. Dieser Widerstand macht sich wegen der Unbiegsamkeit der Stange B C im Punkt B als ein nach oben gerichteter Druck D' geltend, der durch die an AB angebrachte Kraft K im Gleichgewicht gehalten wird. Die Stange AB kann daher als ein einarmiger Hebel mit dem Drehungspunkt A betrachtet werden; die Kraft K wirkt aber nicht unmittelbar an demselben, sondern an einem Ansatz m n; im Fall des Gleichgewichts müssen alsdann die Momente K . A a und D' . A b einander gleich sein. Wenn Gleichgewicht besteht, so ist umgekehrt die Wirkung der Kraft K ein Druck D = D' längs der Stange B C, den

wir uns in den Punkt C verlegt denken können. Betrachten wir sodann CE als die Länge einer schiefen Ebene DCE, auf die der Punkt C gehoben werden soll, so ist CD die Basis und DE die Höhe derselben. Die Kraft D, die parallel der Basis CD oder vielmehr längs derselben wirkt, muß sich somit (nach S. 46) zu dem Widerstand L, der, wie das relative Gewicht eines auf einer schiefen Ebene liegenden Körpers, in der Richtung der Länge der schiefen Ebene wirkt, verhalten, wie die Länge zur Basis der schiefen Ebene. Je weiter der Punkt C herunterrückt, desto kleiner wird der Winkel DCE, oder desto geringer wird die Steigung der schiefen Ebene, und desto mehr nähert sich ihre Länge ihrer Basis und also auch der Druck D dem Widerstand L, oder, was einerlei ist, desto näher kommt die nach CE gerichtete Composante des Drucks dem Druck selbst. Zu gleicher Zeit aber wächst auch — vorausgesetzt, daß das Moment der Kraft gleich bleibe — dieser Druck selbst, da sein Arm Ab immer kleiner wird, je mehr der Punkt B der Säule AE sich nähert. Für die Stellung AB′ des einarmigen Hebels z. B. ist dieser Arm nur noch Ac, und in demselben Maße, als der Arm abnimmt, muß der Druck D′ oder D wachsen, wenn die Momente von Kraft und Last gleich bleiben sollen. Die ungeheure Wirkung dieser Maschine liegt nun eben darin, daß der Druck, den dieselbe auf L ausübt, ins Unglaubliche wächst, sobald das Knie ABC an dem Punkt angelangt ist, wo es in eine gerade Linie überzugehen im Begriffe steht, und wo somit der Arm von D′ verschwindend klein geworden ist. — Der Arm der Kraft K kann dadurch gleich groß erhalten werden, daß man ihre Richtung stets wechselt, und ihr Moment bleibt alsdann gleich groß, solange sie selbst sich nicht verändert.

Diese Maschine ist vorzüglich in den sogenannten Kniehebelpressen, wozu auch die Uhlhorn'sche Münzpresse gehört, in Anwendung gebracht.

Der Keil.

Wie die Gesetze des Hebels sich bei Rolle und Wellrad wiederholt haben, so beruhen auch der Keil und die Schraube auf der schiefen Ebene, und können als besondere Arten derselben betrachtet werden.

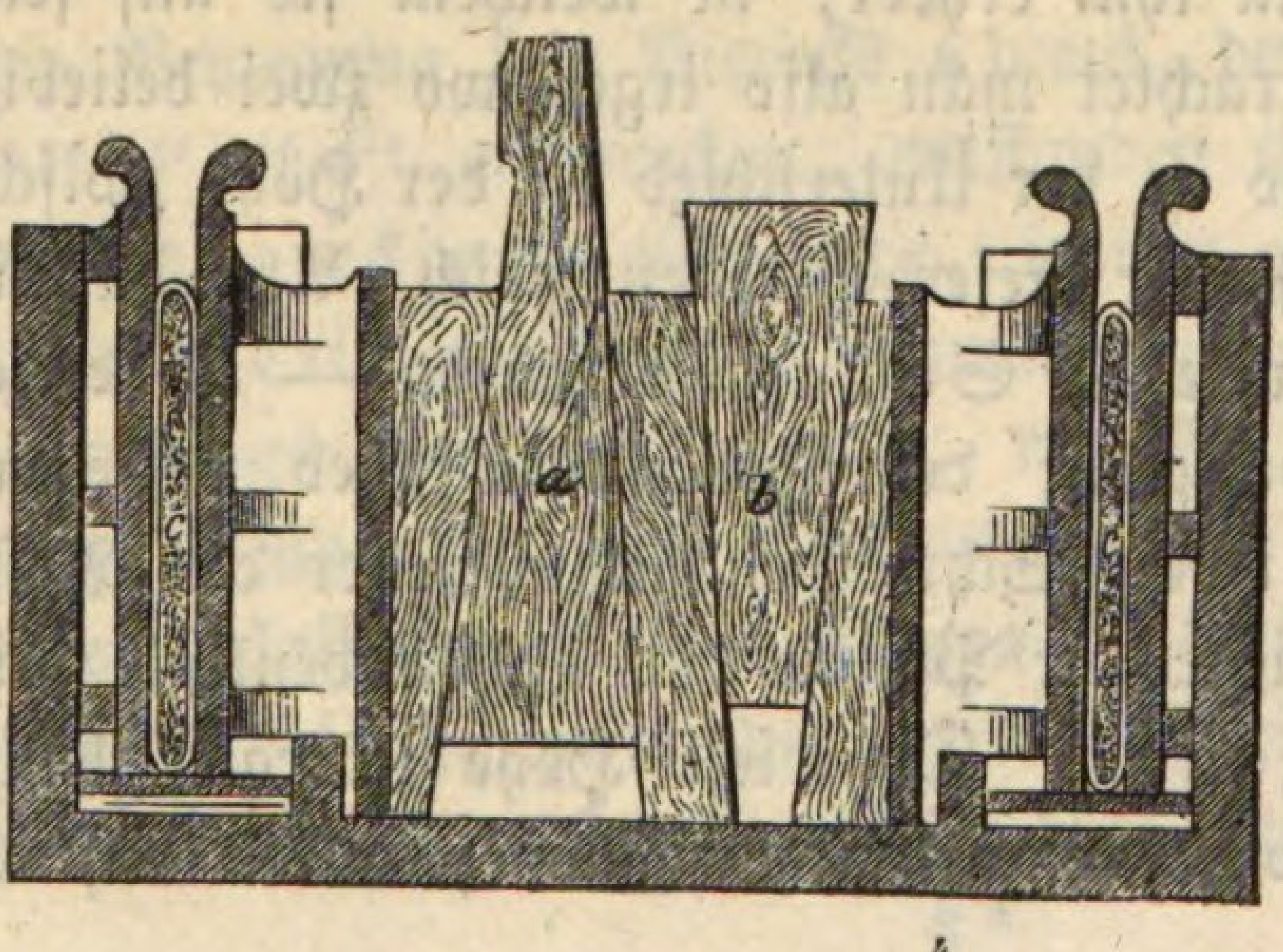
Der Keil ist nichts anders, als ein dreiseitiges Prisma; seine Wirkung besteht darin, daß er zwei Körper auseinander treibt, indem er sich in Folge der auf ihn wirkenden Kraft immer tiefer zwischen dieselben hineindrängt. Der Widerstand, den die Körper ihrer Trennung entgegenstellen, bildet hier die Last.

In unserer Figur sei ABC ein Keil, der als aus den beiden rechtwinkligen Dreiecken AKC und BKC zusammengesetzt betrachtet werden kann. Die Linie AB heißt der Rücken des Keils und KC seine Höhe. Je nach der Form des Dreiecks heißt der Keil gleichseitig, gleichschenklig, ungleichseitig u. s. w.; der hier abgebildete ist gleichschenklig. Dringt derselbe in die Lage A′ C′ B′ vor, indem die Kraft K in der Richtung des Pfeils auf ihn wirkt, so nehmen irgend zwei Theilchen a und b des zu trennenden Körpers (hier ein Baumstamm) die Lagen a′ und b′ an; sie haben sich von einander entfernt, indem sie auf den schiefen Ebenen AC und BC vorgerückt sind; dieselbe Bewegung haben aber auch alle übrigen Theilchen des Körpers gemacht. Wir haben daher nichts Anderes, als zwei schiefe Ebenen, bei denen der Widerstand des Körpers die Last bildet, und wo die Kraft in der Richtung der Grundlinie derselben wirkt. Es verhält sich demnach für jede Hälfte des Keils: Kraft zur Last, wie der halbe Rücken zur Höhe des Keils, oder für die Gesammtwirkung: Kraft zur Last, wie der Rücken des Keils zu seiner Höhe. Dieses Gesetz hat jedoch wenig praktischen Werth, da in der Regel der große, von der Reibung an den Seiten der Keils herrührende Widerstand einen bedeutenden Theil der Kraft für sich allein in Anspruch nimmt.

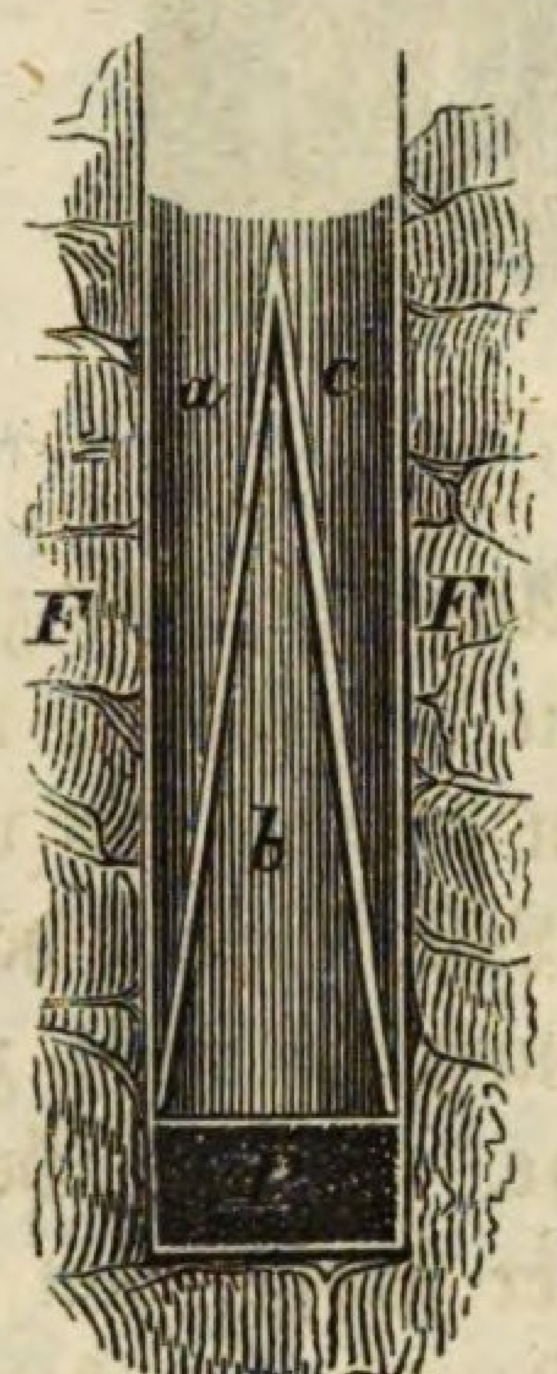


Anwendungen des Keils.

Der Keil wird als Messer, Scheere, Meißel, Axt, Beil, Pflugschaar, Nagel, Nadel u. s. w. zum Zerschneiden, Zerspalten und Durchbohren der Körper gebraucht; die Schreiner und Zimmerleute benutzen den Keil, um in einander gefügte Holzstücke zu befestigen; in gleicher Weise dient er in den verschiedenen Zweigen des Maschinenbau's; eine wesentliche Rolle spielt er auch beim Bau von Brückenbogen, Gewölben u. drgl.; wir sehen ihn ferner angewendet in der Keilpresse, gewöhnlich zum Auspressen von Flüssigkeiten aus Früchten gebraucht. Die hier beigegebene Figur stellt eine solche Keilpresse dar; der auszu-



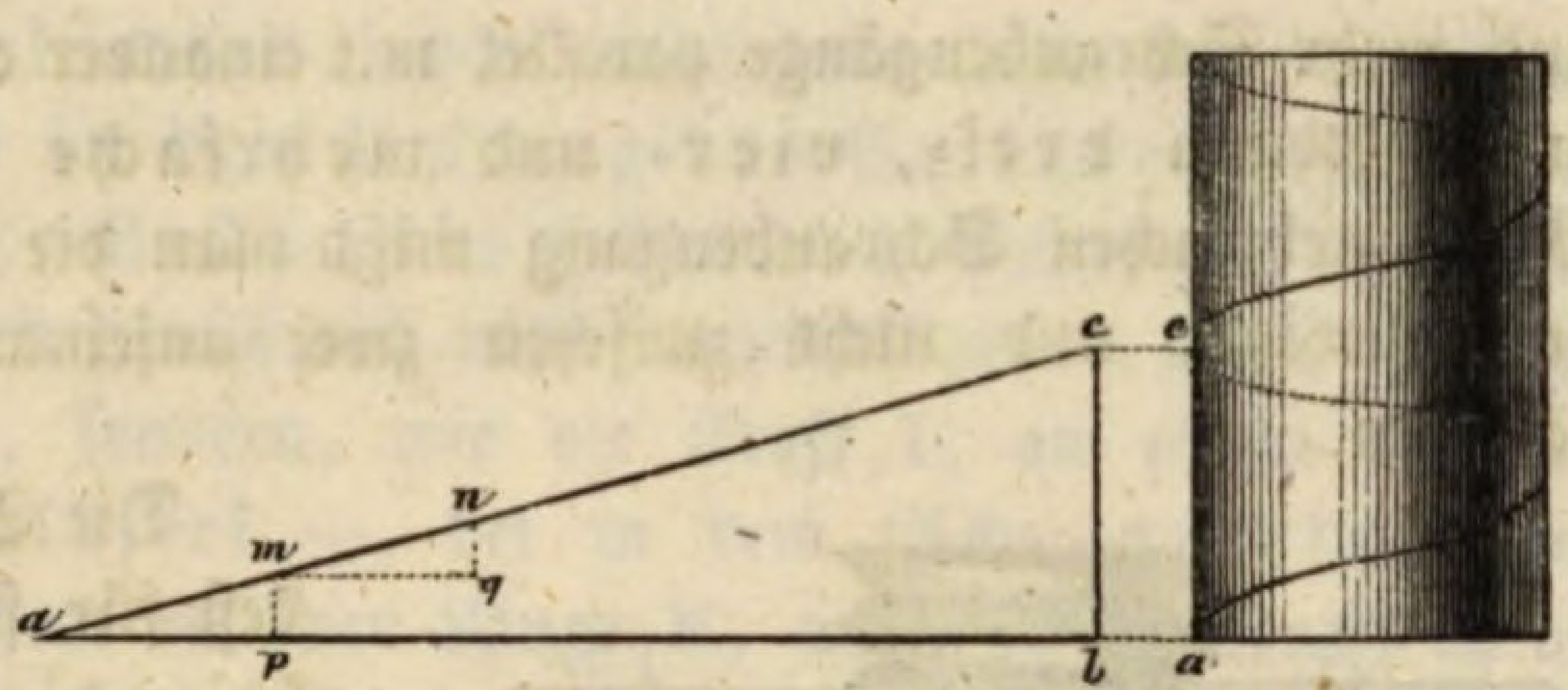
pressende Stoff wird zu beiden Seiten in c und c zwischen durchlöcherte Preßplatten eingesetzt; durch Antreiben des Keils b wird der Druck vermehrt; der Keil a dient zum Oeffnen der Presse, indem der Druck aufgehoben wird, sobald man diesen Keil niedertreibt. Den Schiffen gibt man gewöhnlich eine keilförmige Gestalt, damit sie das Wasser leicht durchschneiden; den Menschen und Thieren ist der Keil als kräftiges Werkzeug in den Zähnen, letztern auch in den Klauen, Schnäbeln ꝛc. beigegeben; die Wurzeln der auf Felsen wachsenden Bäume und Gesträuche dringen keilförmig in die Ritzen des Gesteins ein, sprengen dieses, unter Mithülfe des Wassers, und werfen zuweilen große Blöcke in die Thäler.



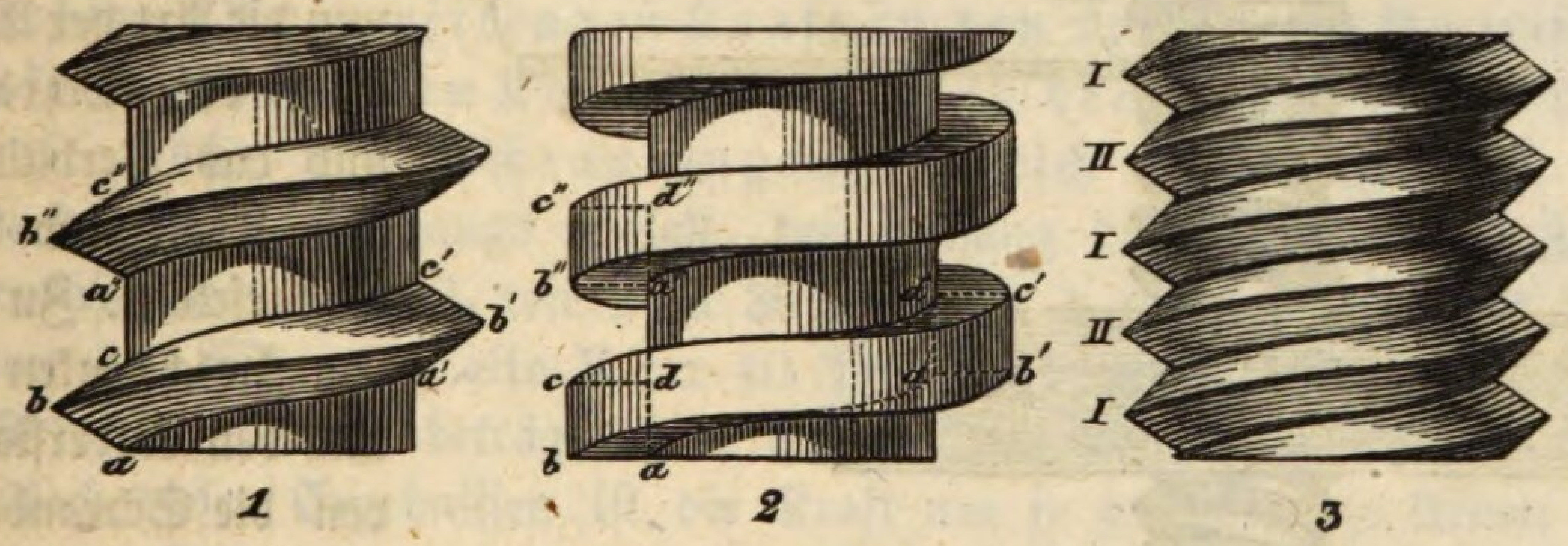
Die hier abgebildete Figur zeigt die Art, wie der Engländer Fox den Keil als sehr kräftiges Mittel zum Sprengen von Felsen anwendet: in den Felsen F ist ein rundes Loch gebohrt; zuunterst wird Pulver (P) geschüttet; auf dasselbe kommt ein Keil b, und zu beiden Seiten desselben werden die Keile a und c eingeschoben; diese 3 Keile sind aus einem cylinderförmigen Holz geschnitten, das genau in die runde Oeffnung paßt, und durch dieselben ist ein Loch gebohrt, das zum Entzünden des Pulvers ebenfalls mit Pulver gefüllt wird. Bei der Explosion des Pulvers wird der Keil b zwischen die beiden anderen hineingetrieben und dadurch ein Seitendruck verursacht, der eine viel stärkere Wirkung hervorbringt, als dieß bei der gewöhnlichen Art, Felsen zu sprengen, der Fall ist.

Die Schraube.

Unter einer Schraubenlinie versteht man eine gewundene Linie, die sich so um einen Cylinder schlingt, daß sie sich in demselben Maß an ihm erhebt, in welchem sie auf seinem Umkreis voranschreitet. Betrachtet man also irgendwo zwei beliebige, gleichlange Strecken derselben, so ist der Unterschied in der Höhe zwischen dem tiefsten und dem höchsten Punkt dieser Strecken gleich. Auch für einen vollen Umlauf der Schraubenlinie — Schraubengang — ist dieser Unterschied an allen Punkten derselbe; den Höhenunterschied zwischen dem tiefsten und höchsten Punkt eines Schraubengangs, oder den Abstand zweier zunächst übereinander liegender Punkte der Schraubenlinie heißt die Höhe des Schraubengangs. Da diese Höhe überall gleich ist, so müssen alle Schraubenwindungen mit einander parallel laufen.

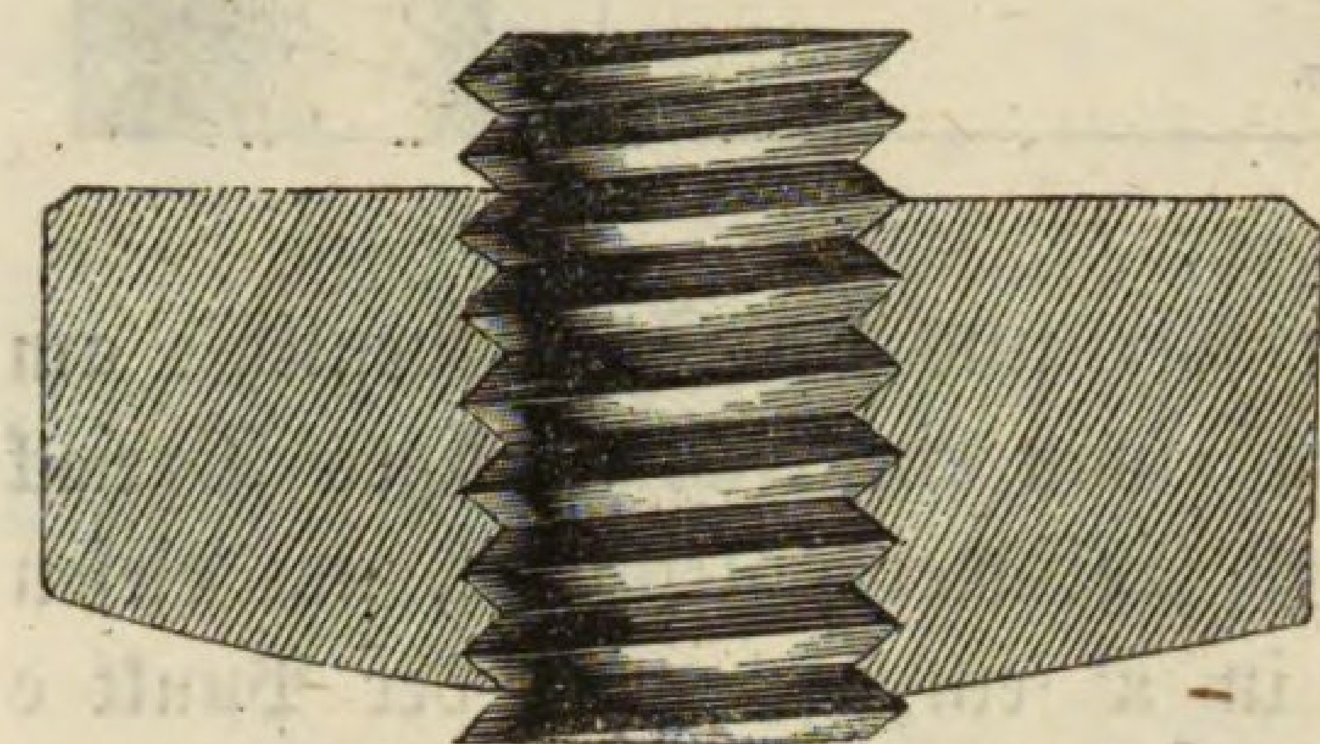


Auch eine gerade Linie a c, die mit einer horizontalen a b einen Winkel bildet, erhebt sich stetig, so daß für zwei gleichlange Stücke a m und m n die Höhen m p und n q gleich sind; daher können wir uns die Schraubenlinie am einfachsten dadurch entstanden denken, daß man ein rechtwinkliges Dreieck a b c, dessen Basis a b dem Umfang des Cylinders gleich ist, um diesen herumwickelt; setzt man den Punkt a in a' ein, so wird der Punkt c auf dem Schraubencylinder die Lage c', senkrecht über a, einnehmen; a'c' ist somit die Höhe des Schraubengangs.

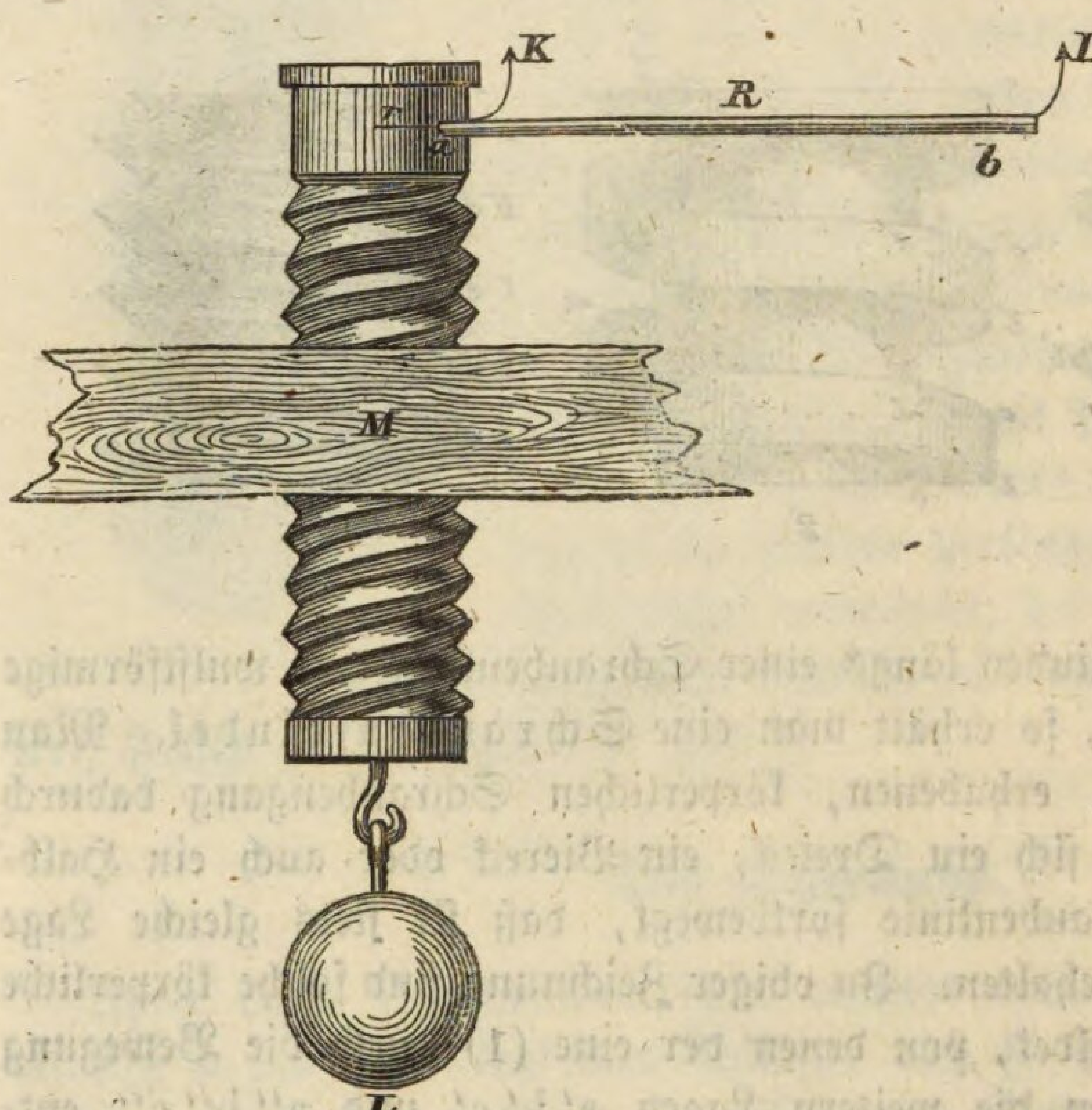


Wird an einem Cylinder längs einer Schraubenlinie eine wulstförmige Erhabenheit angebracht, so erhält man eine Schraubenspindel. Man kann sich einen solchen erhabenen, körperlichen Schraubengang dadurch entstanden denken, daß sich ein Dreieck, ein Viereck oder auch ein Halbkreis so auf der Schraubenlinie fortbewegt, daß sie stets gleiche Lage gegen die Cylinderaxe behalten. In obiger Zeichnung sind solche körperliche Schraubengänge abgebildet, von denen der eine (1) durch die Bewegung des Dreiecks a b c, dem die weitern Lagen a' b' c' und a'' b'' c'' entsprechen, der andere (2) durch die Bewegung des Vierecks a b c d, dem auch die Lagen a' b' c' d' und a'' b'' c'' d'' entsprechen, entstanden ist. Erstere Form heißt Schraube mit dreieckigem Gewinde, letztere — Schraube mit viereckigem Gewinde. Tritt zwischen die Schraubengänge eines solchen einfachen Schraubengangs noch ein zweiter, wie II in 3, so daß dieser den zwischen den Windungen des Schraubengangs I (welcher der Figur 1 entspricht) leer gelassenen Raum ganz oder theilweise ausfüllt, und sich neben I selbstständig hinaufwindet, so entsteht ein doppelter Schraubengang. Oft winden sich auf diese Weise drei, vier

und mehr Schraubengänge parallel mit einander am Cylinder hinauf, was man alsdann drei-, vier- und mehrfache Schraubengewinde heißt. Beim mehrfachen Schraubengang mißt man die Höhe an irgend einem der Gewinde und nicht zwischen zwei aufeinander folgenden ungleichnamigen.



Die Schraubenspindel kann indeß für sich allein nicht als Maschine dienen; vielmehr muß sie zu diesem Zweck in einen entsprechend gestalteten hohlen Körper, wie der hier abgebildete, eingreifen, welcher die Schraubenmutter heißt. Schraubenspindel und Schraubenmutter zusammen bilden alsdann das, was man einfach Schraube nennt.



Untersuchen wir nun die Art der Wirkung der Schraube und das Verhältniß von Kraft und Last an derselben. Zu diesem Zweck denken wir uns den Widerstand, den die Schraube zu überwinden hat, in der Last L dargestellt, und die Kraft (K) sei vorerst an der Oberfläche des Cylinders selbst angebracht, parallel mit der Grundfläche der Schraube, hier also horizontal. Ist die Schraubenmutter M ein fester Balken, so wird, sobald die Kraft die Schraubenspindel im Sinne des Pfeils dreht, die Schraubenspindel, und mit ihr die Last L, sich heben, und zwar bei einem einmaligen Umlauf um die Höhe eines Schraubengangs. Es ist dieß aber nach dem oben Gesagten ganz dasselbe, als ob die Last auf einer schiefen Ebene, deren Länge gleich der Länge eines Schraubengangs, aufwärts bewegt worden wäre; wir haben somit, da die Kraft parallel mit der Basis der schiefen Ebene wirkt, für den Fall des Gleichgewichts das Verhältniß: Kraft zur Last, wie die Höhe des Schraubengangs

zum Umfang des Cylinders, oder mit andern Worten: das Produkt aus der Kraft in den Umfang des Cylinders ist gleich dem Produkt aus der Last in die Höhe des Schraubengangs. Es wirkt jedoch die Kraft gewöhnlich nicht unmittelbar an der Oberfläche des Schraubencylinders, sondern, wie die Kraft I, an einem längern Arm — Schraubenschlüssel —, der in dem Schraubenkopf befestigt ist. Ist dieser Arm von der Länge R, während die Kraft K an einem Arm r gleich dem Halbmesser des Cylinders wirkt, so verhält sich nach den Hebelgesetzen die Kraft I zur Kraft K, wie der Arm r zum Arm R, so daß $K.R = I.r$ ist. Da aber die Halbmesser sich verhalten, wie die Kreisumfänge, so muß auch I zu K sich verhalten, wie der kleine Umfang u zum großen Kreisumfang U, oder es muß $K.u = I.U$ sein; und da wir oben gefunden haben, daß dieses Produkt Ku auch dem Produkt aus der Last in die Höhe des Schraubengangs gleich kommt, so können wir jetzt auch sagen: das Produkt einer an einem beliebigen Arm wirkenden Kraft in den von ihrem Angriffspunkt beschriebenen Kreisumfang muß dem Produkt der Last in die Höhe des Schraubengangs gleich sein. Ist z. B. die Höhe des Schraubengangs 2 Zoll, der Umfang des Cylinders 30 Zoll, so verhält sich K zu L wie 2 zu 30 oder wie 1 zu 15. Für eine Last L von 600 Pfd. muß also $K = 40$ Pfd. sein; verhält sich überdieß r zu R wie 1 zu 8, so beträgt I den achten Theil von K, nämlich 5 Pfd.

Nach diesen Ergebnissen ist die Kraft um so geringer, je kleiner die Höhe des Schraubengangs oder je größer der Halbmesser des Cylinders ist, d. h. je weniger steil das Schraubengewinde ansteigt. Jedoch sind auch diese Gesetze, wie die des Keils, von geringem praktischem Werth, da die Reibung zwischen Spindel und Mutter zu bedeutend ist.

In obiger Zeichnung ist die Schraubenmutter fest, und die Schraubenspindel beweglich gedacht; manchmal ist das Umgekehrte der Fall; alsdann muß sich die Schraubenmutter, damit sie vermöge der Reibung sich nicht zugleich mit der Spindel drehe, in einer sogenannten Führung bewegen, die ihr wohl eine voranschreitende, aber keine drehende Bewegung zuläßt.

Ist die Schraubenmutter aus weicherer Substanz, als die Schraubenspindel — jene z. B. aus Holz, diese aus Eisen — so bohrt sich die Spindel in der Regel ihre Mutter selbst aus, zu welchem Zweck dieselbe etwas schärfere Kanten erhält, als gewöhnlich.

Manchmal wird auch die Mutter gedreht, und es können dabei zwei Fälle stattfinden. Die Mutter ist entweder blos drehbar, so daß sie keine fortschreitende Bewegung machen kann; alsdann muß sich die Spindel durch dieselbe hindurchziehen, wie beim Spannen des Sägblattes mancher Sägen; oder es ist dabei die Spindel fest, wie bei einer Buch-

binderpresse, alsdann muß die Mutter sich an der Spindel auf und ab bewegen können.

Schrauben mit mehrfachem Gewinde sind stärker als einfache von derselben Ganghöhe, da dort die Last auf doppelt, dreimal ꝛc. so viel Punkte vertheilt ist, als hier.

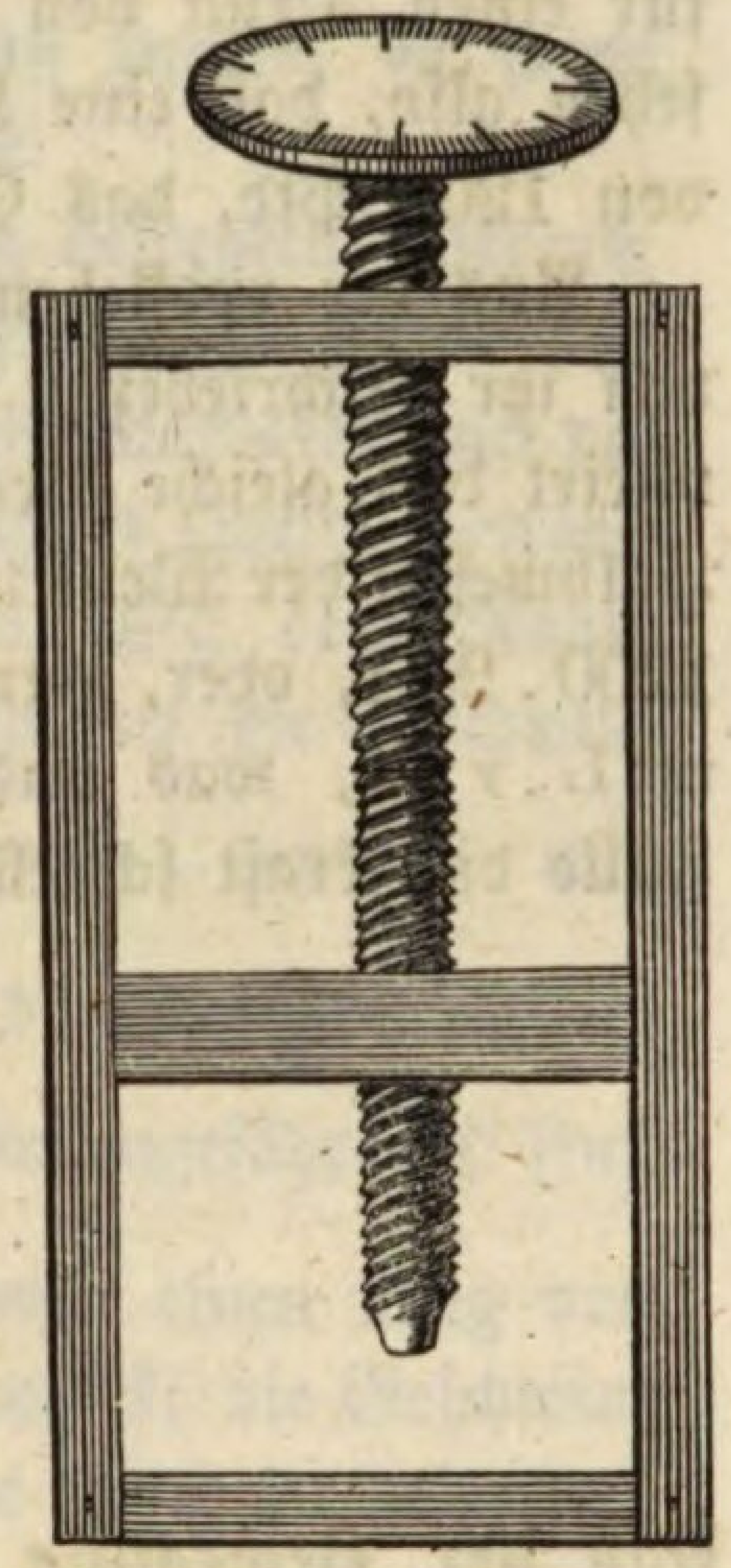
Anwendungen der Schraube.

Die Anwendung dieser einfachen Maschine ist außerordentlich mannigfaltig, und ihre Größe wechselt von der winzigen Schraube an, die in unsern Uhrwerken die einzelnen Plättchen auf einander befestigt, bis zu der enormen Spindel der Kelterpresse. Wir können die gewöhnliche Anwendungsart der Schraube in zwei Punkte zusammenfassen, nämlich: 1) zur Ausübung eines bedeutenden Drucks, als Hauptheil der verschiedenen Arten von Pressen, und 2) zur Befestigung der Körper an einander. — Zur Hebung von Lasten, wie beim Kelterbaum, wird sie höchst selten angewendet.

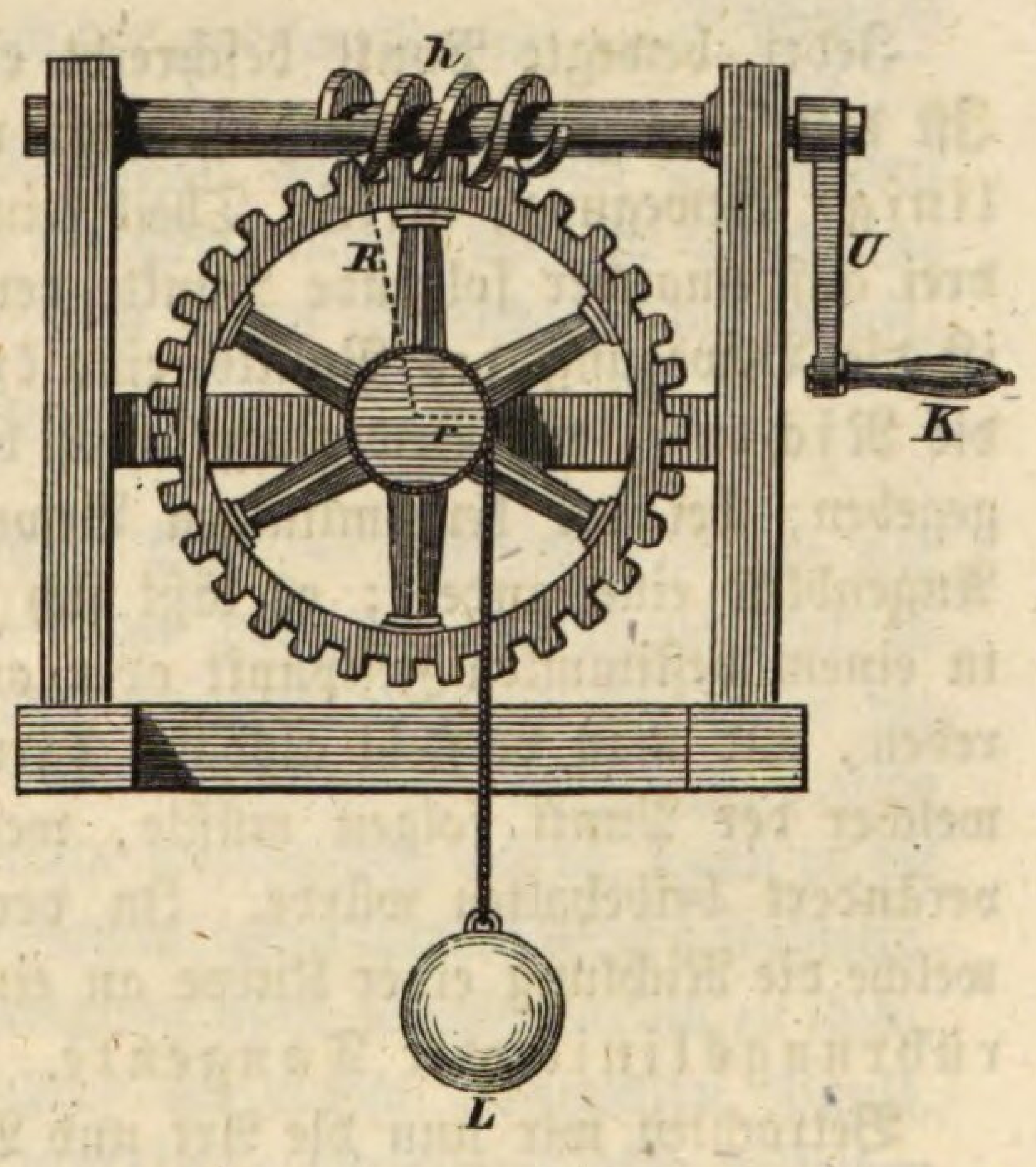
In ersterer Weise wird sie gebraucht bei der Buchbinder- und Buchdruckerpresse, bei der Schraube der Schreiner, womit diese frisch geleimte Gegenstände fest gegen einander drücken, bei der Münzpresse, den Oel- und Mostpressen u. s. w. Als Befestigungsmittel ist sie hauptsächlich darum nützlich, weil sie einestheils selbst bei starken und anhaltenden Stößen nicht leicht locker wird oder gar ausfällt, wie Nägel, Bolzen u. drgl., anderntheils aber auch gestattet, wiederholt ausgezogen und wieder eingesetzt zu werden, ohne sich dadurch abzunutzen, was besonders an Maschinen von Werth ist, die zeitweise auseinander gelegt werden müssen. Außer diesen Anwendungsarten dient sie hauptsächlich noch zur Erzielung einer sehr subtilen und regelmäßigen Bewegung. In vielen Fällen, namentlich in feineren mechanischen Arbeiten, wie z. B. beim Auftragen sehr feiner, dem bloßen Auge kaum sichtbarer Eintheilungen auf Scheiben und Stäben von Glas, Metall ꝛc., ist eine sehr langsame und genau regulirte Bewegung erforderlich; dazu können Schrauben dienen, deren Gänge sehr geringe Höhen haben. Sofern es nämlich zum Vorschreiten um die Ganghöhe einer ganzen Umdrehung der Spindel bedarf, so kann, wenn man diese mit einer genau eingetheilten Scheibe versieht, auch noch um jeden beliebigen Bruchtheil, $^1/_{10}$, $^1/_{100}$, $^1/_{1000}$ ꝛc., der Ganghöhe vorangeschritten werden.

Es ist indeß schwierig, sehr genaue Schrauben von so kleiner Ganghöhe zu verfertigen, und man hat daher ein anderes Mittel erdacht, solche subtile — sogenannte mikrometrische — Bewegungen herzustellen. Dieses Mittel ist die Differentialschraube, auf welcher zwei verschiedene Schraubengewinde eingeschnitten sind, von denen das eine eine

größere Ganghöhe hat, als das andere. Ist nämlich die Ganghöhe desjenigen Theils der hier abgebildeten Schraube, an dem die Schraubenmutter sich vor- und rückwärts bewegen, aber nicht drehen kann, gleich h und die des andern Theils gleich H, so wird bei einer einmaligen Drehung der Schraube die Mutter um den Unterschied oder die Differenz — daher der Name dieser Maschine — der beiden Ganghöhen, nämlich um H weniger h, vorangehen. Wäre h gleich H, so würde die Schraubenmutter gar nicht bewegt; vielmehr würde sich die Spindel nur durch sie hindurchziehen; geht dagegen die Spindel um ein Stück H voran, während sich nur ein Stück h derselben durch die Mutter hindurchziehen kann, so wird diese nothwendig noch um ein Stück gleich dem Ueberschuß von H über h vorangeschoben.



Eine Schraube, welche in ein gezahntes Rad eingreift, und dieses dadurch bewegt, heißt eine Schraube ohne Ende; eine solche ist in der nebenstehenden Figur abgebildet. Diese Verbindung der Schraube mit dem Wellrad gibt eine außerordentlich wirksame Maschine.



Es sei z. B. der Halbmesser r der Welle, an welcher die Last hängt, 2, der Halbmesser R des Rads 20 Zoll, die Höhe h des Schraubgangs 1 Zoll und der Kreisumfang U, den der Angriffspunkt der Kraft beschreibt, 30 Zoll, so finden wir das Verhältniß der Kraft zur Last auf folgende Weise. Ist die Last L beispielsweise 1200 Pfd., so übt dieselbe auf die Schraube, da wo ihre Zähne mit den Schraubengängen im Eingriffe stehen, einen Druck gleich 120 Pfd. aus, da R zehnmal so groß ist als r; damit aber die Kraft K irgend einem auf die Schraube ausgeübten Druck das Gleichgewicht zu halten vermöge, muß sie sich nach dem Frühern zu diesem verhalten, wie die Höhe des Schraubengangs zu dem von ihrem Angriffspunkt beschriebenen Kreisumfang, also hier wie 1 zu 30;

für einen Druck von 120 Pfd. gibt dieß eine Kraft von 4 Pfd., und wir sehen also, daß eine Kraft von 4 Pfd. mittelst dieser Maschine einer Last von 1200 Pfd. das Gleichgewicht zu halten im Stande ist.

Aus der vorstehenden Rechnung geht hervor, daß die Kraft mit dem von ihr beschriebenen Weg und mit dem Halbmesser des Rads multiplicirt das gleiche Produkt geben muß, wie die Last multiplicirt mit dem Halbmesser der Welle und der Höhe des Schraubengangs, d. i. 4 . 30 . 20 = 1200 . 2 . 1, oder, wenn wir die entsprechenden Buchstaben setzen: K . U . R = L . r . h, was uns ein Mittel an die Hand gibt, für alle beliebigen Fälle die Kraft schnell zu berechnen.

Dynamik fester Körper.

Von der Bewegung und den bewegenden Kräften im Allgemeinen.

Jeder bewegte Punkt beschreibt eine gewisse ununterbrochene Bahn. Ist diese eine gerade Linie, so sagt man, der Punkt habe eine geradlinige Bewegung; ist kein Theil seiner Bahn gerade, d. h. liegen nicht drei auf einander folgende Punkte derselben in der gleichen Richtung, so ist die Bewegung des Punkts eine krummlinige. Im ersten Fall ist die Richtung der Bewegung durch die Richtung der geraden Linie selbst gegeben; bei der krummlinigen Bewegung hingegen ist dieselbe in jedem Augenblick eine andere; es läßt sich deßhalb hier nur von der Richtung in einem bestimmten Zeitpunkt oder an einem bestimmten Punkt der Bahn reden, und man versteht alsdann darunter die Richtung derjenigen Linie, welcher der Punkt folgen müßte, wenn er seine jeweilige Richtung unverändert beibehalten würde. In der Geometrie heißt die gerade Linie, welche die Richtung einer Kurve an einem bestimmten Punkt angibt, Berührungslinie oder Tangente.

Betrachten wir nun die Art und Weise, wie ein bewegter Punkt seine Bahn durchläuft, so unterscheiden wir zunächst zwischen gleichförmiger und ungleichförmiger Bewegung. Gleichförmige Bewegung heißen wir eine solche, bei welcher der bewegte Punkt in gleichen Zeiten gleiche Strecken durchläuft, oder, bei welcher sich die durchlaufenen Wege genau verhalten, wie die dazu verwendeten Zeiten; ungleichförmig ist dagegen die Bewegung, wenn dieß nicht der Fall ist.

Den Weg, welchen ein gleichförmig bewegter Körper während der Dauer einer Sekunde zurücklegt, nennen wir seine Geschwindigkeit; legt er

also z. B. in jeder Sekunde eine Strecke von 5 Fuß zurück, so sagen wir: der Körper hat eine Geschwindigkeit von 5 Fuß.

Kennen wir die Geschwindigkeit eines gleichförmig bewegten Körpers, und die in Sekunden ausgedrückte Dauer der Bewegung, so finden wir die Länge des durchlaufenen Wegs, wenn wir die Geschwindigkeit mit der Zeit multipliciren; es ist also, wenn C die Geschwindigkeit (lat. celeritas), T die Zeit (lat. tempus), und S den durchlaufenen Weg oder Raum (lat. spatium) bezeichnen: $S = C \cdot T$; umgekehrt finden wir die Geschwindigkeit, wenn wir den Weg durch die Zeit dividiren: $C = \frac{S}{T}$; und endlich ist die Zeit gleich dem Weg dividirt durch die Geschwindigkeit: $T = \frac{S}{C}$. Eine Brieftaube, die eine Geschwindigkeit von ungefähr 110 Fuß hat, legt also nach der ersten Formel in einer Stunde einen Weg von $110 \cdot 3600 = 396000$ Fuß (ungefähr 30 Stunden) zurück; die Geschwindigkeit des Lichts, das, um von der Sonne auf die Erde zu gelangen, d. h. um einen Weg von 20666800 geogr. Meilen zu durchlaufen, 8 Minuten 13 Sekunden Zeit braucht, ist nach der zweiten Formel $= \frac{20666800}{493} = 41920$, oder in runder Zahl 42000 geogr. Meilen; nach der dritten Formel endlich ist die Zeit, in welcher ein Wettrenner, der eine Geschwindigkeit von 50 Fuß hat, eine 3000 Fuß lange Rennbahn durchläuft, $= \frac{3000}{50} = 60$ Sekunden oder 1 Minute.

Bei der ungleichförmigen Bewegung kann — ähnlich wie bei der Richtung einer krummlinigen Bahn — nur von der Geschwindigkeit in einem bestimmten Zeitpunkt oder an einem bestimmten Punkt der Bahn die Rede sein, und man versteht alsdann darunter diejenige Weglänge, welche der bewegte Körper in der nächsten Sekunde durchlaufen würde, wenn er die ihm in dem betrachteten Punkte eigene Geschwindigkeit unverändert beibehielte.

Ist es bei einer veränderlichen Bewegung nicht sowohl darum zu thun, die Geschwindigkeit des bewegten Körpers an einem bestimmten Punkt, als vielmehr die durchschnittliche oder mittlere Geschwindigkeit desselben während einer gewissen Zeit zu bestimmen, so hat man die Frage zu beantworten: welche Geschwindigkeit hätte der Körper haben müssen, um in der gleichen Zeit die gleiche Strecke mit gleichförmiger Bewegung zu durchlaufen. So ist z. B. die mittlere Geschwindigkeit eines geübten Schlittschuhläufers, der in einer Viertelstunde einen Weg von einer Meile (26000′) mit wechselnder Geschwindigkeit zurücklegt, $= \frac{26000}{60 \cdot 15}$, d. i. nahezu 29 Fuß.

Ist die ungleichförmige Bewegung von der Art, daß die Geschwindigkeit mit der Zeit fortwährend wächst, so heißt sie **beschleunigte**, nimmt sie dagegen stets ab, so heißt sie **verzögerte** Bewegung. Wir betrachten hier hauptsächlich die **gleichförmig veränderte** (beschleunigte oder verzögerte) Bewegung, bei welcher der Zuwachs oder die Abnahme in gleichen Zeiten gleich groß, oder, was dasselbe ist, der Zeit proportional ist. Den Zuwachs an Geschwindigkeit in **einer** Sekunde bezeichnet man mit dem Wort **Beschleunigung**, und die Abnahme an Geschwindigkeit in **einer** Sekunde mit dem Wort **Verzögerung**. Beschleunigung und Verzögerung unterliegen den gleichen Gesetzen; wir werden daher in der Folge letztere in der Regel nicht besonders anführen.

Fängt ein vorher in Ruhe befindlicher Körper eben an, sich gleichförmig beschleunigt zu bewegen, so erreicht er, da mit jeder Sekunde seine Geschwindigkeit um die Beschleunigung zunimmt, in der ersten Sekunde eine Geschwindigkeit eben gleich der Beschleunigung, in zwei Sekunden gleich der doppelten, in drei Sekunden gleich der dreifachen Beschleunigung u. s. f. Man bezeichnet gewöhnlich die Beschleunigung mit G (von dem lat. Wort gravitas), die Endgeschwindigkeit, d. h. die Geschwindigkeit am Ende einer gewissen Anzahl von Sekunden, mit V (von dem lat. Wort velocitas), und die entsprechende, in Sekunden ausgedrückte Zeit mit T; mit dieser Bezeichnung haben wir alsdann allgemein: $V = G . T$.

Um nun die Länge des Wegs zu bestimmen, welchen der Körper durchläuft, bemerken wir, daß seine Zunahme an Geschwindigkeit ganz gleichförmig erfolgt, und daß somit die **mittlere** Geschwindigkeit, mit welcher er den gleichen Weg durchlaufen würde, diejenige ist, die er genau in der Mitte der Zeit hat, während welcher er sich bewegt. Hat er also am Ende der ersten Sekunde eine Geschwindigkeit G erreicht, so ist, da seine Anfangsgeschwindigkeit $= 0$, für diese Zeit seine mittlere Geschwindigkeit $= \frac{1}{2} G$ und somit auch sein Weg in der ersten Sekunde $= \frac{1}{2} G$. Die zweite Sekunde beginnt er mit einer Geschwindigkeit $= G$, und er würde daher, wenn ihm kein neuer Zuwachs an Geschwindigkeit ertheilt würde, vermöge seines Beharrungsvermögens in der zweiten Sekunde einen Weg $= G$ zurücklegen; erhält er aber während der Dauer der zweiten Sekunde wieder eine Beschleunigung $= G$, so entspricht diesem neuen Zuwachs an Geschwindigkeit ein weiterer Weg von $\frac{1}{2} G$, und es ist somit der ganze Weg in der zweiten Sekunde $G + \frac{1}{2} G = 3 . \frac{1}{2} G$. In der dritten Sekunde würde er, da er am Anfang derselben eine Geschwindigkeit von $2 G$ hat, vermöge seines Beharrungsvermögens einen Weg $= 2 G$ zurücklegen; hiezu kommt aber wiederum ein der neuen Beschleunigung entsprechender Weg von $\frac{1}{2} G$, so daß der ganze Weg in der dritten Sekunde $2 G + \frac{1}{2} G = 5 . \frac{1}{2} G$ beträgt. Auf gleiche Weise

finden wir den Weg für die vierte Sekunde = 7 . 1/2 G, für die fünfte Sekunde = 9 . 1/2 G u. s. w. Aus der Zusammenstellung der den einzelnen Sekunden entsprechenden Wege:

erste S.	zweite S.	dritte S.	vierte S.	fünfte S.	sechste S. 2c.
1 . 1/2 G	3 . 1/2 G	5 . 1/2 G	7 . 1/2 G	9 . 1/2 G	11 . 1/2 G 2c.

erkennen wir, daß sich die Wege in den auf einanderfolgenden Sekunden, wie die ungeraden Zahlen (1, 3, 5...) verhalten.

Hieraus läßt sich nun auch leicht der Weg bestimmen, der einer bestimmten Anzahl von Sekunden entspricht: in zwei Sekunden ist derselbe nämlich, wenn wir die Wege der ersten und zweiten Sekunde addiren, 4 . 1/2 G, in drei Sek. 9 . 1/2 G, in vier Sek. 16 . 1/2 G u. s. w. Vergleichen wir auch diese Werthe mit einander:

in einer Sekunde	. . 1 . 1/2 G.	in vier Sekunden	. . 16 . 1/2 G.
" zwei "	. . 4 . 1/2 G.	" fünf "	. . 25 . 1/2 G.
" drei "	. . 9 . 1/2 G.	" sechs "	. . 36 . 1/2 G.
		u. s. w.	u. s. w.

so erkennen wir sogleich, daß sich die Wege verhalten, wie die Quadrate der Sekundenzahlen oder kurz: wie die Quadrate der Zeiten. Um also den Weg für die Zeit T zu bestimmen, dürfen wir nur die Zahl T ins Quadrat erheben, d. h. mit sich selbst multipliciren ($T . T = T^2$), und hierauf das erhaltene Produkt mit dem Weg der ersten Sekunde, nämlich mit 1/2 G, multipliciren. Dieß drücken wir aus durch die Formel: $S = 1/2\, G . T^2$. Wäre z. B. die Beschleunigung 6 Fuß, so hätten wir für den Weg von 10 Sekunden das Produkt $1/2 . 6 . 10^2 = 3 . 10 . 10 = 300$ Fuß.

Zu dem gleichen Resultat kommen wir auch, wenn wir die mittlere Geschwindigkeit zu Hülfe nehmen. Im vorstehenden Beispiel wäre die Geschwindigkeit des Körpers nach 10 Sekunden = 60 Fuß, daher seine mittlere Geschwindigkeit für die ganze Dauer seiner Bewegung = 30 Fuß, und der Weg, den er in 10 Sek. mit dieser Geschwindigkeit durchlaufen würde, = 300 Fuß, wie oben.

Als Hauptgesetze für die gleichförmig beschleunigte Bewegung können wir demnach aufstellen:

1) Die Endgeschwindigkeiten des bewegten Körpers verhalten sich, wie die während der Bewegung verflossenen Zeiten.
2) Die Wege, welche der Körper zurücklegt, verhalten sich, wie die Quadrate der dazu verwendeten Zeiten.

Betrachten wir nun noch den Fall, daß die Anfangsgeschwindigkeit des Körpers nicht gleich Null ist, sondern daß er in dem Augenblick, wo die beschleunigende Ursache auf ihn zu wirken anfängt, entweder schon eine

gewisse Geschwindigkeit hat oder gleichzeitig erhält, vermöge welcher er sich gleichförmig bewegen würde. Ist diese Geschwindigkeit $= C$ und die Beschleunigung, wie oben, $= G$, so ist nach T Sekunden seine Endgeschwindigkeit $V = C + G . T$, d. h. gleich der anfänglichen, vermehrt um diejenige, welche er durch die Beschleunigung in dieser Zeit erlangt. Um für diesen Fall den Weg zu bestimmen, erinnern wir uns, daß er vermöge der Anfangsgeschwindigkeit C mit gleichförmiger Bewegung einen Weg $= C . T$ und, ohne diese Anfangsgeschwindigkeit, vermöge seiner gleichförmig beschleunigten Bewegung allein, einen Weg $= \frac{1}{2} G . T^2$ zurücklegen würde; es muß somit der in Wirklichkeit zurückgelegte Weg $S = C . T + \frac{1}{2} G . T^2$ sein.

Ein Körper, der eine Anfangsgeschwindigkeit von 25′ hat, und der eine Beschleunigung von 12′ erhält, wird also nach dem Obigen in 10 Sekunden eine Geschwindigkeit von $25 + 12 . 10 = 145'$ erlangen, und zu gleicher Zeit einen Weg von $25 . 10 + \frac{1}{2} . 12 . 10^2 = 250 + 600 = 850'$ zurücklegen. Die mittlere Geschwindigkeit des Körpers für seine Bewegung während dieser 10 Sekunden ist $= \frac{25 + 145}{2} = 85'$; mit dieser würde er in 10 Sekunden ganz denselben Weg, nämlich $10 . 85 = 850'$, zurückgelegt haben.

Wir haben hier vorausgesetzt, die Richtungen der beiden Bewegungen — der gleichförmigen und der beschleunigten —, denen der Körper folgt, seien ganz dieselben; nehmen wir nun aber an, die zweite sei der ersten direkt entgegengesetzt, so wird der Körper eine verzögerte Bewegung annehmen, da jene Anfangsgeschwindigkeit durch die Beschleunigung in entgegengesetztem Sinne nothwendig immer kleiner werden muß. Um daher zu wissen, wie groß die Geschwindigkeit des Körpers im Sinne jener Anfangsgeschwindigkeit nach einer Anzahl von Sekunden ist, müssen wir die dieser Zeit entsprechende Verzögerung von derselben abziehen, und es ist daher in diesem Fall $V = C - G . T$. Ist T von der Art, daß $G . T = C$ wird, so ist die Anfangsgeschwindigkeit ganz aufgezehrt, denn es ist alsdann $V = o$. Dieß ist der Fall, wenn $T = \frac{C}{G}$ ist, d. h. wenn die Anzahl der Sekunden so groß ist als die Zahl, welche angibt, wie oft die Verzögerung in der Anfangsgeschwindigkeit enthalten ist, oder wie oft sie von dieser hinweggenommen werden kann. Ist z. B. die Anfangsgeschwindigkeit des Körpers 60′ und die Verzögerung 12′, so ist seine Geschwindigkeit nach 3 Sekunden nur noch $60 - 3 . 12 = 24'$, und nach $\frac{60}{12} = 5$ Sekunden ist dieselbe gleich Null geworden. Fährt die verzögernde Ursache auch nach diesem Zeitpunkt noch fort, auf den Körper zu

wirken, so nimmt seine Bewegung eine entgegengesetzte Richtung an, d. h. er kehrt um und bewegt sich nun rückwärts.

Um den Weg zu finden, der dieser verzögerten Bewegung des Körpers entspricht, können wir uns denken, der Körper bewege sich zuerst T Sekunden lang gleichförmig mit der Geschwindigkeit C, kehre alsdann um und bewege sich ebensolang mit gleichförmig beschleunigter Bewegung im entgegengesetzten Sinne; d. h. wir können uns denken, die beiden Bewegungen, welche in der Wirklichkeit gleichzeitig stattfinden, gehen einzeln nach einander vor sich. Der Weg, welcher der gleichförmigen Bewegung des Körpers entspricht, ist nach dem Obigen ausgedrückt durch $C.T$, und der mit gleichförmig beschleunigter Bewegung zurückgelegte durch $\frac{1}{2}G.T^2$; wir bekommen daher den gesuchten Weg S, den der Körper in der Wirklichkeit in T Sekunden zurücklegt, wenn wir den letztern vom erstern abziehen; es ist demzufolge $S = C.T - \frac{1}{2}G.T^2$. Es sei die Anfangsgeschwindigkeit $= 30'$, die Verzögerung $= 4'$, die Zeit $= 6$ Sekunden, so haben wir für den Weg die Größe $S = 30.6 - \frac{1}{2}.4.6^2 = 180 - 72 = 108.$ Zu dem gleichen Ergebniß würden wir auch durch Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit des Körpers gelangen. Nach der obigen Formel $V = C - G.T$ hat nämlich der Körper am Ende von 6 Sekunden eine Geschwindigkeit $= 30 - 4.6 = 6'$; seine Anfangsgeschwindigkeit ist $30'$, somit seine mittlere $\frac{30 + 6}{2} = 18'$; bewegt er sich mit dieser 6 Sekunden lang, so beträgt der zurückgelegte Weg $6.18 = 108'$, wie wir ihn auch nach der obigen Formel gefunden haben.

Bei der ungleichförmig veränderten Bewegung liegt entweder ein bestimmtes Gesetz zu Grund oder nicht. Nur im ersten Fall läßt sich die Rechnung darauf anwenden, sobald man das Gesetz genau kennt. Immerhin aber kann hier nur von einer Beschleunigung oder Verzögerung in einem bestimmten Zeitpunkt oder an einem bestimmten Punkte der Bahn die Rede sein.

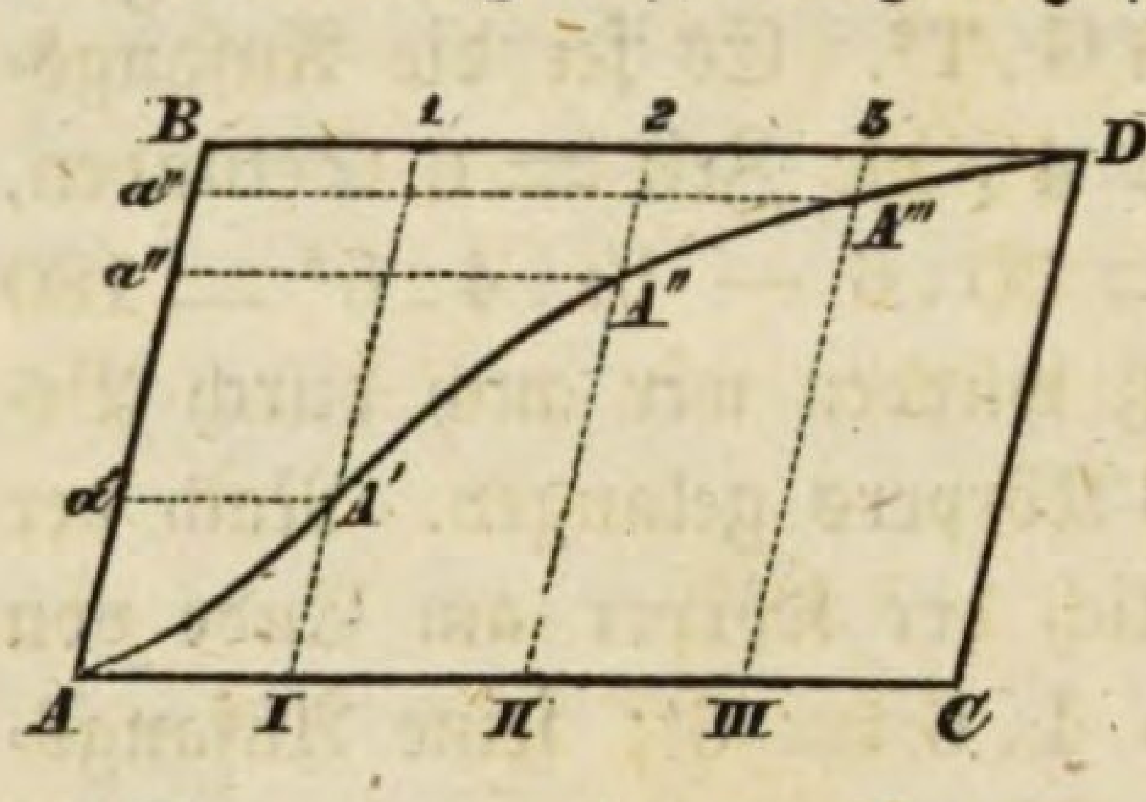
Werden einem Körper gleichzeitig zwei oder mehrere Bewegungen in verschiedener Richtung mitgetheilt, so versteht sich von selbst, daß er keiner derselben ausschließlich, und ebensowenig in der gleichen Zeit jeder derselben einzeln folgen kann; vielmehr nimmt der Körper eine gewisse mittlere Bewegung an, die man als das Ergebniß jener einzelnen Bewegungen eine zusammengesetzte Bewegung heißt. Die zusammengesetzte Bewegung steht zu jenen in demselben Verhältniß, wie bei den Kräften die Resultante zu den Composanten, und man nennt dieselbe daher auch wohl resultirende Bewegung im Gegensatz zu den componirenden Bewegungen, aus denen sie hervorgegangen ist.

Wir haben schon bei der Zusammensetzung der Kräfte den Fall näher

untersucht, wo ein materieller Punkt gleichzeitig zwei gleichförmige Bewegungen nach verschiedenen Richtungen erhält, und wir sind dort zu dem Schluß gekommen, daß sich der Punkt nach der Diagonale des Parallelogramms bewegt, das über den in gleichen Zeiten zurückgelegten, den componirenden Bewegungen entsprechenden Wegen construirt wird.

Ein Anderes ist es, wenn nicht beide componirende Bewegungen gleichförmig, sondern nur die eine gleichförmig, die andere dagegen ungleichförmig, oder auch beide ungleichförmig sind. Im Allgemeinen entsteht in allen diesen Fällen eine krummlinige Bewegung, und es hängt die Gestalt der Kurve, in welcher sich der Körper bewegt, von der besondern Natur der componirenden Bewegungen ab.

Betrachten wir den einfacheren Fall, wo eine gleichförmige Bewegung mit einer ungleichförmigen zusammengesetzt werden soll.



Gesetzt, ein Punkt A erhalte gleichzeitig eine Bewegung nach AC und eine andere nach AB, von denen ihn die erstere für sich allein in einer gewissen Zeit nach C und die letztere in derselben Zeit nach B bringen würde, so wird der Punkt eine zusammengesetzte Bewegung erhalten, vermöge welcher er in derselben Zeit nach D gelangt, welches auch im Uebrigen die Art der componirenden Bewegungen und dem zufolge seine Bahn zwischen A und D sein mag.

Wir haben schon darauf aufmerksam gemacht, daß dieser Weg geradlinig und also durch die Diagonale dargestellt sein müßte, wenn beide componirenden Bewegungen gleichförmig wären; dasselbe würde auch noch stattfinden, wenn die vermöge der beiden Einzelbewegungen in gleichen Zeittheilchen zurückgelegten Wege unter sich zwar ungleich groß wären, aber doch genau in demselben Verhältniß ständen.

Ist aber die eine componirende Bewegung, etwa die längs AC, gleichförmig, während die andere, längs AB, ungleichförmig ist, so ist die zusammengesetzte Bewegung krummlinig. Denken wir uns die zum Durchlaufen der Linie AB oder AC erforderliche Zeit in 4 gleiche Theile getheilt, und es seien I, II, III und C, sowie a', a'', a''' und B die Punkte, die der Punkt durch jede der componirenden Bewegungen am Ende des ersten, zweiten, dritten und vierten Zeittheilchens erreichen würde, so wird er bei seiner resultirenden Bewegung am Ende des ersten Zeittheilchens in A', am Ende des zweiten in A'', am Ende des dritten in A''' und am Ende des vierten in D sich befinden, und er wird also irgend eine krummlinige, durch A, A', A'', A''' und D gehende, etwa wie die in der Figur verzeichnete, Bahn durchlaufen. Denn lassen wir,

wie früher, die Linie A B parallel mit sich selbst längs A C mit gleichförmiger Bewegung vorrücken, so wird sie in den auf einanderfolgenden Zeittheilchen nach einander die Lagen I 1, II 2, III 3 und CD annehmen; rückt zu gleicher Zeit der Punkt A auf ihr in der Weise vor, daß er in den einzelnen Zeittheilchen die entsprechenden Wege A a′, a′ a″, a″ a‴ und a‴ B durchläuft, so wird er, indem er auf diese Art beide Bewegungen streng ausführt, nothwendig nach einander in die Lagen A′, A″, A‴ und D kommen.

Noch haben wir auf den Unterschied zwischen fortschreitender oder progressiver und drehender oder rotirender Bewegung aufmerksam zu machen. Bewegen sich nämlich alle Punkte eines Körpers in derselben Richtung, parallel und mit gleicher Geschwindigkeit, so heißt die Bewegung eine fortschreitende; ist dagegen ein Punkt oder eine Linie des Körpers in Ruhe, während die übrigen Punkte in ungleichen Entfernungen und also auch mit ungleichen Geschwindigkeiten sich um jene herum bewegen, so heißt die Bewegung eine drehende. Im letztern Fall heißt der feste Punkt der Drehungspunkt, und die feste Linie die Drehungsaxe oder kurz die Axe. Eine progressive Bewegung hat z. B. ein Vogel im Flug, fließendes Wasser, der Wind; eine drehende Bewegung um einen Punkt ein auf scharfer Spitze ruhender, nach allen Seiten schwankender Wagebalken, und eine drehende Bewegung um eine Linie ein Mühlstein, die Spule des Spinnrads, ein Rad an der Welle. Denkt man sich an irgend einen Punkt des Körpers vom Drehungspunkt oder von der Axe einen Halbmesser gezogen, so beschreibt dieser bei der Drehung in einer gewissen Zeit einen gewissen Winkel, der für alle Punkte des Körpers gleich groß ist. Ist die Drehung eine gleichförmige, so heißt der in der Sekunde beschriebene Winkel die Umdrehungsgeschwindigkeit oder die Winkelgeschwindigkeit des Körpers; ist die Drehung eine beschleunigte, so heißt Winkelbeschleunigung der Zuwachs an Winkelgeschwindigkeit in der Sekunde. Alle Punkte eines drehenden Körpers haben gleiche Winkelgeschwindigkeit und also auch gleiche Winkelbeschleunigung.

Untersuchen wir nun die Natur der Kräfte, welche diese verschiedenen Arten von Bewegungen hervorzubringen im Stande sind.

Wir nennen Kraft das, was eine Bewegung hervorzubringen oder aufzuheben vermag. Zur Ertheilung einer Bewegung ist immer eine gewisse Zeit nöthig; manche Kräfte sind im Stande, einem Körper schon in einer unendlich kleinen Zeit — in einem Augenblick — eine gewisse, meßbare Geschwindigkeit zu ertheilen, während andere dieß nur dadurch zu thun vermögen, daß sie während einer längern, also jedenfalls meß-

baren Zeit auf den Körper wirken; wir nennen daher jene momentane oder Stoßkräfte, diese continuirliche oder stetig wirkende Kräfte.

Hat ein Körper durch eine momentane Kraft eine gewisse Geschwindigkeit erhalten, so fährt er vermöge seines Beharrungsvermögens fort, sich mit derselben unverändert zu bewegen; wirkt aber eine continuirliche Kraft auf derselben, so wächst seine Geschwindigkeit stetig, d. h. nicht stoßweise, so lange die Kraft ihre Thätigkeit auf ihn äußert. Wir sehen hieraus, daß die gleichförmige Bewegung eines Körpers nur die Folge einer momentanen, und die ungleichförmige die Folge einer continuirlich wirkenden Kraft sein kann; letztere Art von Kräften heißt man deßhalb auch beschleunigende. Die beschleunigenden Kräfte wirken, wie wir schon oben gesehen haben, in dem Fall verzögernd, wenn ihre Richtung derjenigen entgegengesetzt ist, welche der Körper vermöge einer ihm vorher ertheilten Bewegung schon eingeschlagen hat.

Wirkt eine continuirliche Kraft mit unveränderter Stärke, so heißt sie beständig oder constant, im andern Fall veränderlich. Erstere nennt man auch absolute Kräfte, wenn darauf Rücksicht genommen wird, ob sie auf einen in Ruhe befindlichen Körper ebenso stark wirken, als auf einen bewegten; wogegen man diejenigen relative Kräfte nennt, deren Stärke von der Ruhe und Bewegung, und in Beziehung auf letztere noch besonders von deren Richtung und Geschwindigkeit abhängt. Die Schwerkraft z. B. nennen wir eine absolute Kraft, weil sie auf einen in Ruhe befindlichen Körper eben so stark wirkt, wie auf einen bewegten, und demgemäß einem fallenden Körper während der ganzen Dauer des Falls immer wieder die gleiche Beschleunigung ertheilt. Unter die relativen Kräfte dagegen zählen wir z. B. die Kraft des Windes und des Wassers; der Wind wirkt stärker auf einen ihm entgegenkommenden oder wenigstens in Ruhe befindlichen Körper, als auf einen solchen, der ihm mit einiger Geschwindigkeit davon eilt; das Wasser setzt durch seine ununterbrochen wirkenden Stöße ein Rad nach und nach in Bewegung; diese Bewegung ist anfangs eine beschleunigte; aber je schneller die Radschaufeln ausweichen, desto geringer ist die Wirkung des Wasserstoßes auf dieselben, und am Ende dient die Wasserkraft nur noch dazu, die Widerstände, die sich der Bewegung des Rades entgegenstellen, zu überwinden; von diesem Zeitpunkt an hat das Rad eine gleichförmige Bewegung, und man sagt alsdann, es sei im Beharrungszustand.

Wir haben in der Statik die Kräfte mit Gewichten verglichen; wir werden nun suchen, ein anderes Maß für dieselben aufzustellen, indem wir sie nach den Wirkungen schätzen, welche sie hervorbringen.

Wirken zwei momentane Kräfte auf gleichgroße Massen (unter Masse verstehen wir die Menge materieller Theilchen, welche ein Körper enthält),

so ertheilen sie diesen entweder gleiche oder ungleiche Geschwindigkeiten. Sind die Geschwindigkeiten gleich, so sind auch die Kräfte gleich; sind dieselben ungleich, so müssen wir nothwendig diejenige Kraft als die stärkere betrachten, welche die größere Geschwindigkeit zu ertheilen im Stande ist; und zwar heißen wir eine Kraft zwei=, drei=, viermal... so stark, als eine andere, wenn sie der gleichen Masse eine zwei=, drei=, viermal... so große Geschwindigkeit ertheilt, als diese. Dieses drücken wir aus durch den Satz:

Bei gleichen Massen verhalten sich die Kräfte, wie die von ihnen ertheilten Geschwindigkeiten.

Nehmen wir umgekehrt an, zwei Massen seien verschieden, die Geschwindigkeiten, die ihnen von zwei Kräften ertheilt werden, dagegen gleich, so können wir uns beide Massen in gleiche Theile zerlegt denken, von denen jeder der bewegten Körper eine gewisse Anzahl, die übrigens bei beiden verschieden ist, in sich vereinigt. Auf jeden Massentheil wird alsdann auch ein gleicher Theil der Kraft kommen, und es muß daher diejenige Kraft aus soviel mal mehr solcher kleiner Kräfte bestehen, als die andere, wie viel mal mehr Massentheile der von ihr bewegte Körper enthält, als der von der andern Kraft bewegte. Daher sagen wir:

Bei gleichen Geschwindigkeiten verhalten sich die Kräfte wie die Massen.

Sind endlich Geschwindigkeiten und Massen verschieden, so läßt sich das Verhältniß der Kräfte durch die Produkte aus den Massen in die Geschwindigkeiten ausdrücken. Es sei beispielsweise die eine Masse 2, die andere 6; die erste erhalte durch eine Kraft K eine Geschwindigkeit von 5, die zweite durch eine Kraft K' eine Geschwindigkeit von 20 Fuß. Eine Kraft nun, welche der Masse 6 eine Geschwindigkeit von 5 Fuß ertheilen soll, muß 3mal so groß sein als die Kraft K, welche der Masse 2 diese Geschwindigkeit ertheilt; die Kraft K' aber, welche der Masse 6 die 4mal so große Geschwindigkeit von 20 Fuß ertheilt, muß wiederum 4mal so groß sein, als jene Kraft, welche dieser Masse nur eine Geschwindigkeit von 5 Fuß ertheilt; da aber diese, wie wir gesehen haben, 3mal so groß ist, als K, so muß nothwendig die Kraft K' zwölfmal so groß sein, als K. Es verhält sich daher K zu K' wie 2.5 zu 6.20 oder wie 10 zu 120. Als dritten Hauptsatz, der die beiden vorhergehenden in sich schließt, stellen wir daher den folgenden auf:

Bei verschiedenen Massen und verschiedenen Geschwindigkeiten verhalten sich die Kräfte, wie die Produkte aus den Massen in die Geschwindigkeiten.

Nehmen wir demgemäß zum Maß der Kräfte diejenige als Einheit an, welche einer Masse = 1 eine Geschwindigkeit = 1 ertheilt, so ist

eine beliebige Kraft, die einer Masse M eine Geschwindigkeit C ertheilt, ausgedrückt durch das Produkt M . C. Dieses Produkt aus der Masse in die Geschwindigkeit heißt in der Mechanik auch die Größe oder Quantität der Bewegung.

Um das Maß der continuirlichen Kräfte zu bestimmen, können wir ganz dieselben Betrachtungen anwenden, wie bei den momentanen, wenn wir nur hier die Zeit noch mit in Anschlag bringen, welche wir dort nicht zu berücksichtigen hatten. Wir nennen nämlich zwei continuirliche Kräfte gleich groß, wenn sie zwei gleichen Massen in gleichen Zeiten gleiche Geschwindigkeiten, oder wenn sie gleichen Massen gleiche Beschleunigungen ertheilen. Hiernach können wir sogleich das oben gefundene Hauptgesetz in folgender Form wiedergeben:

Beschleunigende Kräfte verhalten sich, wie die Produkte aus den Massen in die denselben ertheilten Beschleunigungen.

Setzen wir also für diese Kräfte als einheitliches Maß diejenige Kraft, welche der Einheit der Masse in einer Zeiteinheit eine Geschwindigkeit = 1 ertheilt, so haben wir für eine beliebige Kraft, die einer Masse M eine Beschleunigung G ertheilt, die Größe M . G.

Wirkt eine continuirliche Kraft längere Zeit auf eine Masse, so kann sie dieser nach und nach jede beliebige Geschwindigkeit ertheilen, und wir sehen hieraus, wie auch eine an sich kleine Kraft in längerer Zeit großer Wirkungen fähig ist, ja wie selbst die kleinste Kraft der größten Masse eine beträchtliche Geschwindigkeit zu geben im Stande ist, wenn nur keine fremden Widerstände vorhanden sind, die für sich schon in jedem Augenblick die bewegende Kraft aufwiegen. Es ist somit, als ob in der bewegten Masse sich Kraft ansammle, sich gleichsam in ihr concentrire, weßwegen eine solche Masse auch wieder im Stande ist, eine bedeutende Wirkung hervorzubringen. Man legt daher einer bewegten Masse eine sogenannte lebendige Kraft bei, und betrachtet diese gleich der Summe des Kraftaufwandes, der nöthig war, um derselben ihre Geschwindigkeit zu ertheilen.

Das Verhältniß momentaner und continuirlicher Kräfte kann nicht in Zahlen ausgedrückt werden, da jene diesen gegenüber als unendlich groß erscheinen, sofern sie einer gegebenen Masse in einer unendlich kleinen Zeit eine meßbare Geschwindigkeit ertheilen, während die continuirlichen Kräfte hiezu auch eine angebbare Zeit in Anspruch nehmen.

In der Maschinenkunde ist man gewöhnt, die Größe der Kräfte in sogenannten Fußpfunden, Pferdskräften, oder nach französischem Maß in Kilogramm-Metern auszudrücken.

Jede Arbeit, welche irgend ein Motor (Beweger, bewegende Kraft) verrichtet, denkt man sich verwandelt in das Geschäft, ein gewisses Ge-

wicht in der Sekunde um eine gewisse Strecke in die Höhe zu heben. Den Widerstand, den Pferde zu überwinden haben, wenn sie einen Wagen fortziehen, denkt man sich durch ein Gewicht ersetzt, welches die Pferde mit derselben Kraftanstrengung an einem über eine Rolle gehenden Seil in die Höhe ziehen. Statt mit der Welle eines Wasserrads irgend welche Maschine in Verbindung zu setzen, denkt man sich an derselben eine Last angehängt, welche das Rad mit der gleichen Geschwindigkeit, mit der es die Maschine in Bewegung setzt, in die Höhe zieht. Einem Motor nun, welcher im Stande ist, eine Last von 1 Pfund in der Sekunde um 1 Fuß zu heben, schreiben wir eine Kraft von 1 Fußpfund zu, ein Ausdruck, in welchem auf die Arbeit, welche dieser Motor zu verrichten vermag, hingewiesen ist. Demgemäß hat ein zweiter Motor eine Kraft von 6 Fußpfunden, wenn er 6 Pfund Last in der Sekunde 1 Fuß hoch hebt, und ein dritter endlich hat eine Kraft von 12 Fußpfunden, wenn er 6 Pfund Last in der Sekunde 2 Fuß emporhebt. Immer hängt die Größe der Arbeit einerseits von dem Druck, der geleistet wird — hier ausgedrückt in Gewichten —, und anderseits von der Geschwindigkeit, die der bewegte Körper in Folge dieses Drucks annimmt, ab, und sie läßt sich daher auch am einfachsten durch ein Produkt ausdrücken, in welchem jene beiden Größen als Faktoren enthalten sind.

Da die Kraft sehr starker Maschinen in Fußpfunden ausgedrückt unbequem große Zahlen erfordern würde, so hat man als höhere Einheit der Arbeit die Pferdskraft eingeführt. Ein Pferd von mittlerer Stärke ist im Stande, in der Sekunde eine Arbeit von ungefähr 500 Fußpfunden zu verrichten; und man versteht daher unter einer Pferdskraft eben diese Arbeit. Nach der Verschiedenheit der Gewichts- und Längenmaße in den verschiedenen Ländern beträgt eine Pferdskraft in Oestreich 424, in Preußen 510, in Baiern 459, in Württemberg 557 und in Baden 500 Fußpfunde. Die Kraft eines Mannes wird durchschnittlich zu 1/7 Pferdskraft angenommen. In Frankreich rechnet man nach Kilogramm-Metern, wo als Einheit des Gewichts das Kilogramm, und als Einheit der Weglänge das Meter eintritt; man rechnet hier 75 Kilogramm-Meter auf eine Pferdskraft.

Eine und dieselbe Kraftanstrengung kann in verschiedener Weise verwendet werden: eine Maschine, die eine Kraft von 2000 Fußpfunden hat, kann ebensogut eine Last von 80 Pfund in der Sekunde 25 Fuß, als eine Last von 200 Pfund 10 Fuß hoch heben; die Arbeit ist in beiden Fällen dieselbe, denn es sind die beiden Produkte 80 . 25 und 200 . 10 einander gleich. Ebenso hebt ein Mann ein Gewicht von 30 Pfd. mit derselben Anstrengung 3 Fuß in die Höhe, mit welcher er 45 Pfd. 2 Fuß hoch hebt. Jedoch finden in dieser Beziehung je nach der Natur der

Motoren mancherlei Beschränkungen statt; namentlich haben animalische Motoren (Menschen und Thiere) in Beziehung sowohl auf Geschwindigkeit als auf die zu hebende Last streng gesteckte Grenzen. Während z. B. ein Mann, wie im vorigen Beispiel, 30 Pfund frei mit nicht übermäßiger Anstrengung in der Sekunde 3 Fuß hebt, ist es ihm unmöglich, eine Last von 450 Pfd. frei 2 Zoll, oder umgekehrt eine Last von 1 Pfd. 90 Fuß hoch zu heben, und doch ist die Arbeit in allen drei Fällen dieselbe, da $30 . 3 = 450 . \frac{1}{5} = 1 . 90 = 90$ ist.

Die jetzt gebräuchlichsten Motoren sind: die Kraft der Thiere und Menschen — animalische Kraft —, die Kraft des fließenden Wassers, die Wirkung des Windes und die Wirkung der Wärme durch Ausdehnung des Wasserdampfs und anderer Gase. Von der Federkraft wird ein beschränkter Gebrauch gemacht und versuchsweise wurden auch schon Magnetismus und Elektrizität als bewegende Kräfte angewendet.

Die Widerstände, welche die Motoren zu überwinden haben, sind von zweierlei Art: 1) die zu bewältigende Last selbst (aktiver Widerstand, auch Haupt- oder Nutzeffekt), die theils in der Wirkung der Schwere — Heben von Lasten —, theils im Widerstand der Reibung — Transport von Lasten auf Flächen —, theils endlich in der Wirkung der Cohäsion, die sich dem Zerkleinern oder Pulverisiren der Körper widersetzt, besteht; 2) der sogenannte passive Widerstand (Hindernißeffekt, Nebeneffekt), der in dem Gewicht der einzelnen Maschinentheile, in der zwischen denselben sich entwickelnden Reibung, in der unvollkommenen Biegsamkeit (Steifheit) der Seile und in den Widerständen seinen Grund hat, welche die Flüssigkeiten, wie Wasser, Luft und andere Gase, von denen einzelne Maschinentheile umgeben sind, der Bewegung entgegenstellen.

Besondere Arten der Bewegung.

Wenn ein Körper in Bewegung ist, so folgt er entweder ausschließlich den an ihm thätigen Kräften, oder seine Bewegung ist, nach Richtung und Größe, zugleich bedingt durch Hindernisse, die ihm nach der einen oder andern Seite hin im Wege stehen. Im ersten Fall heißt seine Bewegung eine freie, im zweiten Fall eine gezwungene, unfreie oder beschränkte. Betrachten wir einige der wichtigsten Beispiele zuerst von freier, und dann von gezwungener Bewegung.

Die freie Bewegung.

1) Der freie Fall.

Wir haben schon im ersten Buch dieses Werkes bei Gelegenheit der Schwerkraft gezeigt, daß die Bewegung der frei fallenden Körper, in Folge dieser konstant wirkenden, continuirlichen Kraft, eine gleichförmig beschleunigte ist. Die Entdeckung der Fallgesetze verdanken wir dem berühmten Galilei, der sie im Anfang des 17. Jahrhunderts zuerst aufstellte. Bis dahin hatten ganz irrige Meinungen darüber geherrscht; namentlich galt seit Aristoteles der Satz, daß die Geschwindigkeit der fallenden Körper sich direkt verhalte, wie ihr Gewicht, so daß also z. B. ein zweipfündiger Stein doppelt so schnell falle als ein anderer von 1 Pfund Gewicht; Galilei dagegen stellte den Satz auf: alle Körper fallen gleich schnell. Vor ihm galt die Meinung, die Geschwindigkeiten eines fallenden Körpers in verschiedenen Höhen verhalten sich, wie die durchfallenen Räume; er aber wies nach, daß die Geschwindigkeit im geraden Verhältniß zur **Fallzeit** steht, während der Fallraum mit dem **Quadrat** der Fallzeit — also in einem ganzen andern Verhältniß — zunimmt. Nach der ältern Meinung müßte z. B. ein Körper, der den vierfachen Weg zurücklegt, die vierfache Geschwindigkeit erlangen, während er nach dem Galilei'schen Gesetz nur die doppelte Geschwindigkeit erreicht, da dem vierfachen Weg auch nur die doppelte Zeit entspricht.

Nachdem wir über das Wesen der Schwere bereits im ersten Buche das Nöthige mitgetheilt und im vorhergehenden Abschnitt auch die Gesetze der gleichförmig beschleunigten Bewegung kennen gelernt haben, beschränken wir uns hier darauf, die Folgerungen dieser Gesetze für den Fall der Körper kurz zusammen zu stellen:

Die Erdbeschleunigung (man ist übereingekommen, diese mit g, statt des allgemeinen G (s. oben), zu bezeichnen) beträgt unter dem Aequator an der Oberfläche des Meeres 9,804812 Meter oder 30,18352 Par. Fuß oder 31,2407 Rhein. Fuß. Da sie mit dem Breitegrad eines Orts wechselt, so nehmen wir — zugleich der Bequemlichkeit halber — einfach die runde Zahl 30. Demnach fällt ein Körper, den Widerstand der Luft abgerechnet:

in der 1sten Sekunde	($\frac{1}{2}$ g $= \frac{30}{2}$)		$= 15'$
" " 2ten "		3 . 15	$= 45'$
" " 3ten "		5 . 15	$= 75'$
" " 4ten "		7 . 15	$= 105'$
" " 5ten "		9 . 15	$= 135'$
u. s. w.		u. s. w.	

Der ganze Fallraum in einer, zwei, drei ꝛc. Sekunden ist somit nach dem Gesetz $S = \frac{1}{2} g T^2$:

in einer Sekunde		$1 . 15 =$	$15'$
„ zwei Sekunden		$4 . 15 =$	$60'$
„ drei	„	$9 . 15 =$	$135'$
„ vier	„	$16 . 15 =$	$240'$
„ fünf	„	$25 . 15 =$	$375'$
u. s. w.		u. s. w.	

Für die Geschwindigkeiten, die der fallende Körper am Ende der aufeinanderfolgenden Sekunden erreicht, haben wir nach dem Gesetz $V = gT$:

am Ende der 1sten Sekunde		$=$	$30'$
„ „ „ 2ten	„	$2 . 30 =$	$60'$
„ „ „ 3ten	„	$3 . 30 =$	$90'$
„ „ „ 4ten	„	$4 . 30 =$	$120'$
„ „ „ 5ten	„	$5 . 30 =$	$150'$
u. s. w.		u. s. w.	

Zeigen wir endlich noch, wie aus der beim freien Fall erlangten Geschwindigkeit eines Körpers der Fallraum berechnet werden kann, welchen er durchlaufen hat. Für den Fallraum haben wir oben den Ausdruck $S = \frac{1}{2} g T^2 = \frac{1}{2} g T . T$ gefunden; da nun $V = g T$ ist, so können wir in dem vorhergehenden Ausdruck $g T$ durch V ersetzen, und wir haben alsdann $S = \frac{1}{2} V T$; die Fallzeit T finden wir aber, wenn wir die Geschwindigkeit V durch die Beschleunigung dividiren, d. h. T ist gleich $\frac{V}{g}$. Ersetzen wir daher in dem Ausdruck $S = \frac{1}{2} V T$ die Zeit T noch durch die gleiche Größe $\frac{V}{g}$, so haben wir $S = \frac{1}{2} V . \frac{V}{g} = \frac{V^2}{2g}$. Ist also z. B. die Geschwindigkeit, die ein fallender Körper bis zu seiner Ankunft am Boden erreicht hat, 300 Fuß, so ist die Höhe, von der er herabgefallen ist, $\frac{300 . 300}{2 . 30} = 1500$ Fuß.

2) Die Wurfbewegung.

Für den Fall, daß ein Körper senkrecht — also in einer der Schwerkraft geradezu entgegengesetzten Richtung — in die Höhe geworfen wird, beantworten uns die beiden oben (S. 60 und 61) gefundenen Formeln $V = C - G T$ und $S = C T - \frac{1}{2} G T^2$ die hierauf bezüglichen Fragen vollkommen, wenn wir in denselben für C die Geschwindigkeit setzen, mit welcher der Körper in die Höhe geworfen wird, und für G die Erdbeschleunigung $g = 30'$. Nehmen wir an, der Körper werde mit einer Geschwindigkeit von $150'$ aufwärts geworfen, so ist seine Geschwindigkeit:

nach der 1sten Sekunde	150 — 1 . 30	=	120′
" " 2ten "	150 — 2 . 30	=	90′
" " 3ten "	150 — 3 . 30	=	60′
" " 4ten "	150 — 4 . 30	=	30′
" " 5ten "	150 — 5 . 30	=	0′

Nach 5 Sekunden hat somit der Körper keine Geschwindigkeit mehr; seine ganze anfängliche Geschwindigkeit ist durch die Verzögerung, die ihm die Schwerkraft ertheilte, aufgehoben und er ist von nun an dieser ganz allein überlassen. Fragen wir nun nach der Höhe, zu der sich der Körper erhoben hat, so antwortet uns der Ausdruck $S = CT - \frac{1}{2} g T^2$. Es sind nämlich die Höhen des Körpers am Ende der einzelnen Sekunden folgende:

Höhe am Ende der 1sten Sekunde	150 . 1 — ½ . 30 . 1	=	135′
" " " " 2ten "	150 . 2 — ½ . 30 . 4	=	240′
" " " " 3ten "	150 . 3 — ½ . 30 . 9	=	315′
" " " " 4ten "	150 . 4 — ½ . 30 . 16	=	360′
" " " " 5ten "	150 . 5 — ½ . 30 . 25	=	375′

Die höchste Höhe also, die der Körper erreicht, ist 375 Fuß, dieselbe, die er mit der mittleren Geschwindigkeit von 75 Fuß (Anfangsgeschwindigkeit = 150′, Endgeschwindigkeit = 0) in 5 Sekunden erreicht haben würde.

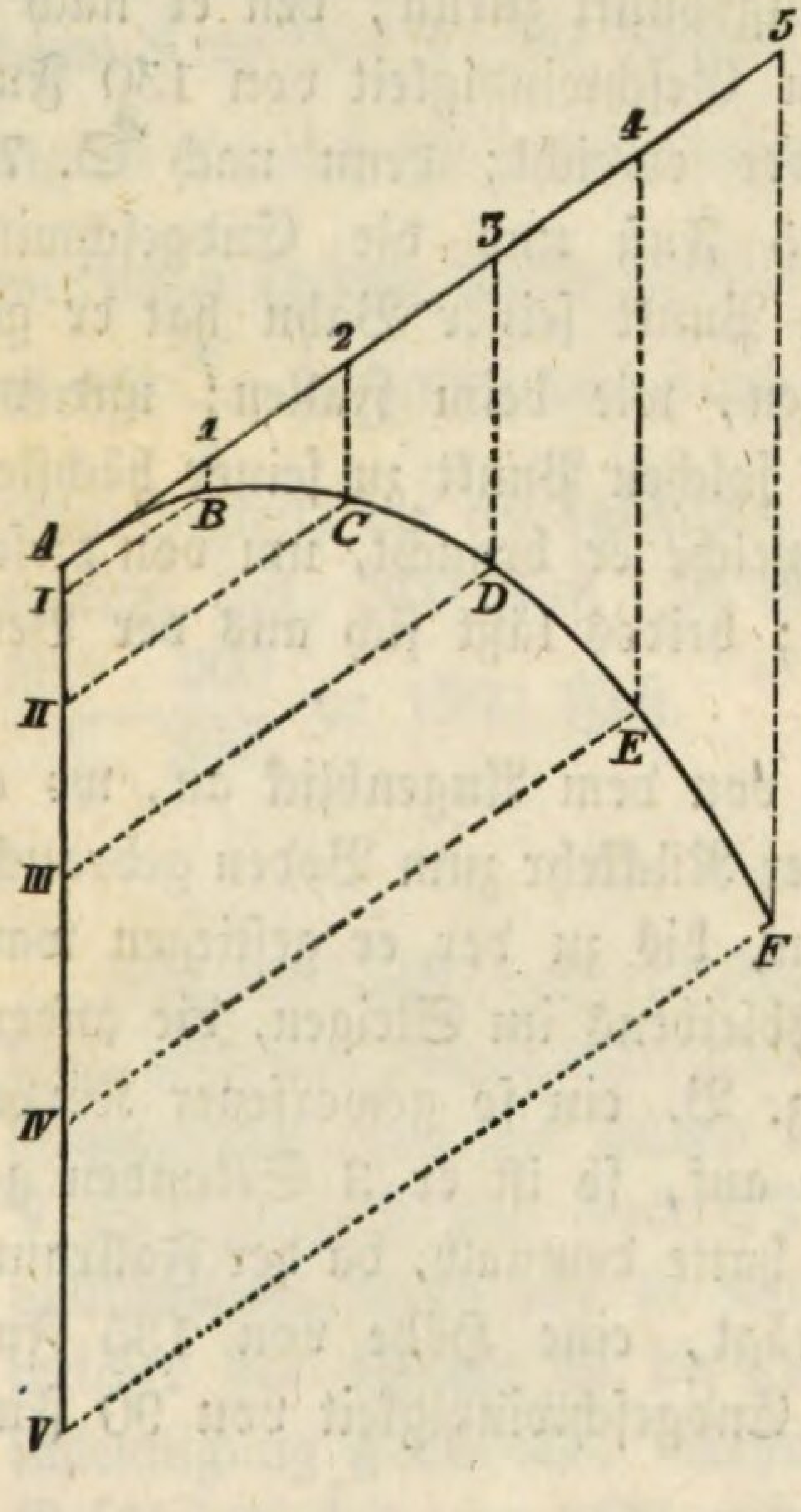
Der Schwerkraft ausschließlich folgend kehrt er nun um, und fällt auf der gleichen Bahn zu seinem Ausgangspunkt zurück, den er nach 5 weiteren Sekunden und mit der gleichen Geschwindigkeit von 150 Fuß (nur in entgegengesetzter Richtung) wieder erreicht; denn nach S. 70 ist der Fallraum in 5 Sekunden 375 Fuß und die Endgeschwindigkeit 150 Fuß. Auch in jedem andern Punkt seiner Bahn hat er genau dieselbe Geschwindigkeit beim Steigen, wie beim Fallen; und die Zeit, welche verstreicht, bis er von einem solchen Punkt zu seiner höchsten Höhe steigt, ist genau so groß, als die, welche er braucht, um von dieser bis zu jenem Punkt wieder zurückzufallen; beides läßt sich aus der Vergleichung obiger Zahlen leicht erkennen.

Kennt man die Zeit, die ein Körper von dem Augenblick an, wo er in die Höhe geworfen wurde, bis zu seiner Rückkehr zum Boden gebraucht hat, so läßt sich leicht die Höhe berechnen, bis zu der er gestiegen war, da er die eine Hälfte der Zeit seines Ausbleibens im Steigen, die andere Hälfte im Fallen begriffen war. Fällt z. B. ein so geworfener Körper nach 6 Sekunden wieder auf dem Boden auf, so ist er 3 Sekunden gestiegen und 3 Sekunden gefallen, und er hatte demnach, da der Fallraum für 3 Sekunden ½ . 30 . 9 = 135′ beträgt, eine Höhe von 135 Fuß erreicht. Da ferner dieser Fallzeit eine Endgeschwindigkeit von 90 Fuß

entspricht, so mußte er auch mit dieser Geschwindigkeit in die Höhe geworfen worden sein.

Wird ein Körper senkrecht abwärts geworfen — also im gleichen Sinne, wie die Schwerkraft wirkt —, so finden wir nach dem Frühern Geschwindigkeit und Weg mittelst der Ausdrücke: $V = C + g T$ und $S = C T + \frac{1}{2} g T^2$. Geschieht z. B. der Wurf mit einer Geschwindigkeit von 60 Fuß, so sind die Endgeschwindigkeiten nach der 1sten, 2ten, 3ten rc. Sekunde $60 + 30 = 90$, $60 + 2 . 30 = 120$, $60 + 3 . 30 = 150$ u. s. w., und der Weg in 1 Sekunde $60 . 1 + \frac{1}{2} . 30 . 1 = 75'$, in 2 Sekunden $60 . 2 + \frac{1}{2} . 30 . 4 = 180$, in 3 Sekunden $60 . 3 + \frac{1}{2} . 30 . 9 = 315$ Fuß u. s. f.

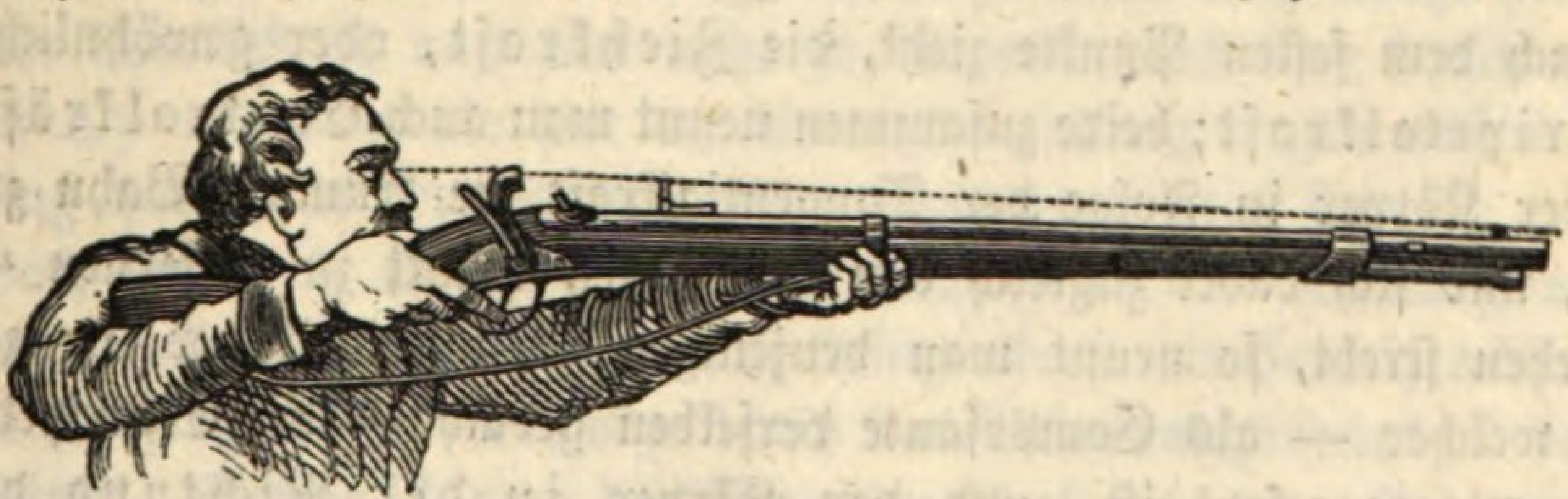
Nun bleibt uns noch der Fall zu betrachten übrig, wenn der Körper nach irgend einer andern beliebigen Richtung geworfen wird. In diesem Fall entsteht nothwendig eine krummlinige Bewegung, da sie aus einer gleichförmigen — in Folge des Wurfs — und aus einer gleichförmig beschleunigten — in Folge der Schwerkraft — zusammengesetzt ist. Um diese Bahn zu verzeichnen, brauchen wir nur Parallelogramme über den Wegen zu construiren, welche der geworfene Körper in einer, zwei, drei u. s. f. Sekunden in Folge jeder der beiden componirenden Bewegungen durchlaufen würde, und sodann die diagonal einander gegenüberliegenden Eckpunkte dieser Parallelogramme durch eine stetige Kurve zu verbinden.



In beigefügter Figur bezeichne A 5 die Richtung des Wurfs, d. h. die Richtung der gleichförmigen Bewegung, die er ohne die Schwerkraft in Folge der Wirkung einer momentanen Kraft annehmen und vermöge welcher er in den fünf ersten Sekunden die gleichen Wege A—1, 1—2, 2—3, 3—4 und 4—5 durchlaufen würde; ist ferner A I der Fallraum für eine Sekunde, A II der Fallraum für zwei, A III für drei Sekunden rc., so muß sich der Körper nach dem obigen Gesetz am Ende der ersten Sekunde in B, am Ende der zweiten in C, am Ende der dritten in D, am Ende der vierten in E und am Ende der fünften endlich in F befinden, und seine Bahn wird daher durch die Kurve ABCDEF dargestellt sein.

Um weitere Bestimmungsstücke für die genaue Verzeichnung dieser Kurve zu erhalten, hat man nur noch die Punkte zu bestimmen, an welchen sich der Körper nach jeder halben oder nach jeder Viertelssekunde &c. befindet. Außerdem lassen sich aber auch weitere Theile derselben auf rein geometrischem Wege construiren, sofern dieselbe eine auf streng geometrischen Gesetzen beruhende krumme Linie ist, die man mit dem Namen **Parabel** bezeichnet (Näheres über diese, wie über ihre verwandten Kurven, die Ellipse und die Hyperbel, findet sich im ersten Buch). Wir können diese Bahn am leichtesten am Strahl eines gewöhnlichen Rohrbrunnens, oder am schiefen Strahl mancher Springbrunnen, oder an einem nicht zu schnell geschleuderten Stein oder sonstigen größern Körper beobachten.

Je größer die Geschwindigkeit ist, welche der geworfene Körper durch die momentane Kraft erhält, desto gestreckter wird ihre parabolische Bahn und desto weniger weicht sie folglich von der geraden Linie ab. Eine Büchsenkugel, die mit einer Geschwindigkeit von 1200 Fuß den Lauf verläßt, braucht bei einer Schußweite von 120 Fuß $^1/_{10}$ Sekunde, um ihr Ziel zu erreichen; der Fallraum für diese Zeit ist aber $15 \,.\, \frac{1}{100} = \frac{3}{20}$ Fuß oder $1^1/_2$ Zoll, und es wird daher die Kugel $1^1/_2$ Zoll herabsinken und um ebensoviel unter dem Ziel ankommen, das der Schütze im Auge hatte. Bei einer Schußweite von 300 Fuß würde die Kugel $^1/_4$ Sekunde brauchen, und es würde daher in diesem Fall das Herabsinken der Kugel, bis sie am Ziel ankommt, $15 \,.\, \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$, d. h. beinahe einen Fuß betragen. Will daher der Schütze ein bestimmtes Ziel treffen, so muß er, statt den Lauf seiner Büchse genau auf dieses Ziel zu richten, auf einen um jenen Fallraum höher liegenden Punkt zielen. Bei größern Entfernungen wird dieser Zweck gewöhnlich dadurch erreicht, daß Visir und Korn so gestellt werden, daß der Lauf nicht mit der Sehlinie parallel lauft, sondern stets gegen einen höher liegenden Punkt gerichtet ist, als diese. (In der folgenden Figur ist dieß veranschaulicht.) Eine Kanonen-



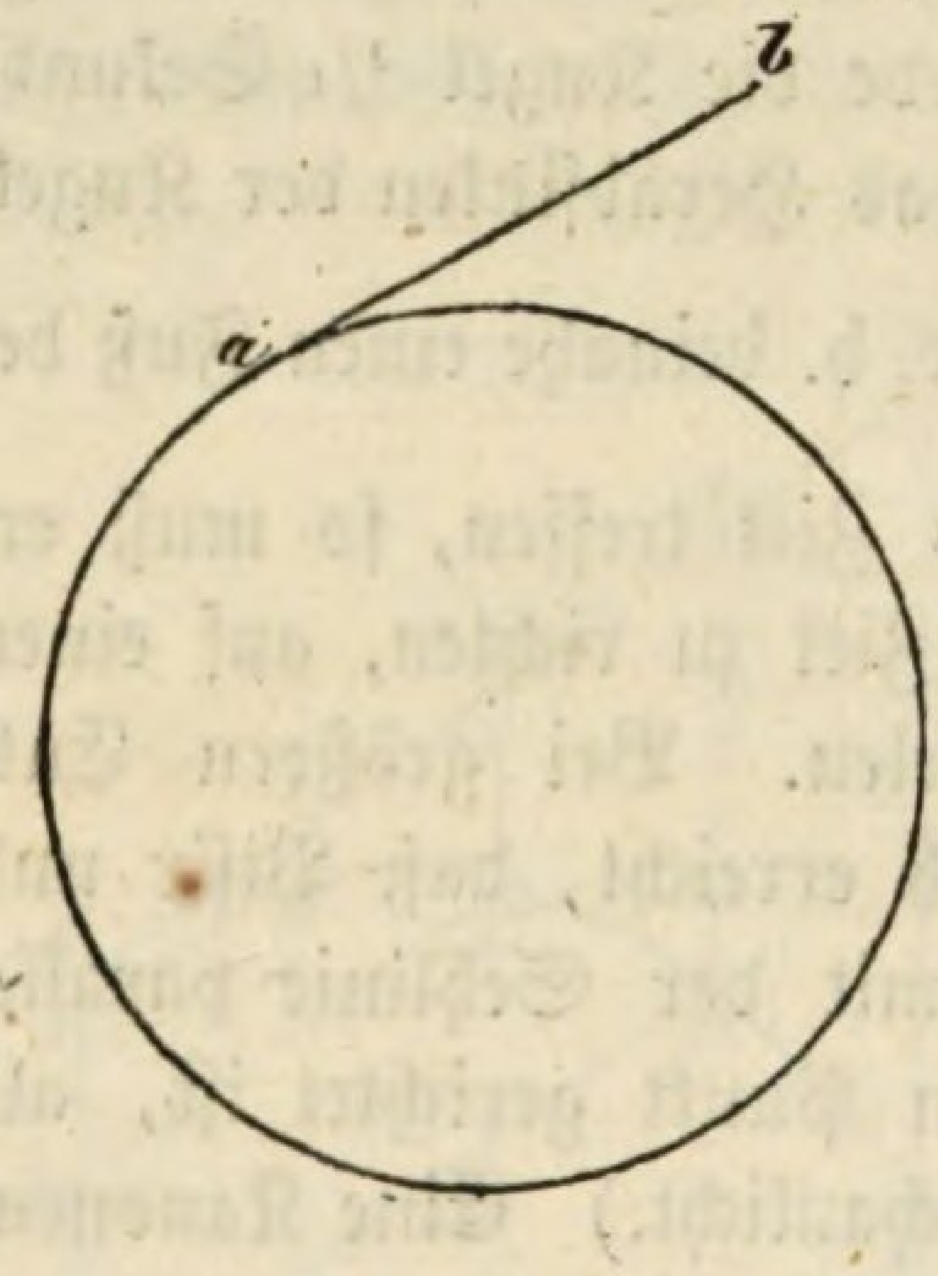
kugel, die ein 6000 Fuß (also nahezu $^1/_2$ Stunde) entferntes Ziel erreichen soll, braucht, wenn sie mit einer Geschwindigkeit von 2000 Fuß das Geschütz verläßt und wenn der Widerstand der Luft, der übrigens

in der Praxis nicht vernachlässigt werden kann, nicht mit eingerechnet wird, 3 Sekunden. Dieser Zeit entspricht ein Fallraum von 15 . 9 = 135 Fuß; das Geschütz muß also, um in dieser Entfernung ein bestimmtes Ziel zu erreichen, auf einen um 135 Fuß höher stehenden Punkt gerichtet sein. Die Ballistik oder Wurfgeschützkunst lehrt, aus der Stoßkraft des Pulvers, der Fallgeschwindigkeit, dem Widerstand der Luft ꝛc., sowohl die Bahn, welche eine abgeschossene Kugel beschreibt, als die Zeit, welche sie dazu braucht, genau zu bestimmen.

3) Die Centralbewegung.

Unter Centralbewegung versteht man die krummlinige Bewegung eines Körpers um einen festen Punkt herum, welche durch zwei Kräfte hervorgerufen wird, von denen die eine dem Körper ein für allemal eine Bewegung nach einer gewissen Richtung gibt, während die andere ihn beständig nach dem festen Punkt, der nicht in jener Richtung liegt, hinzieht.

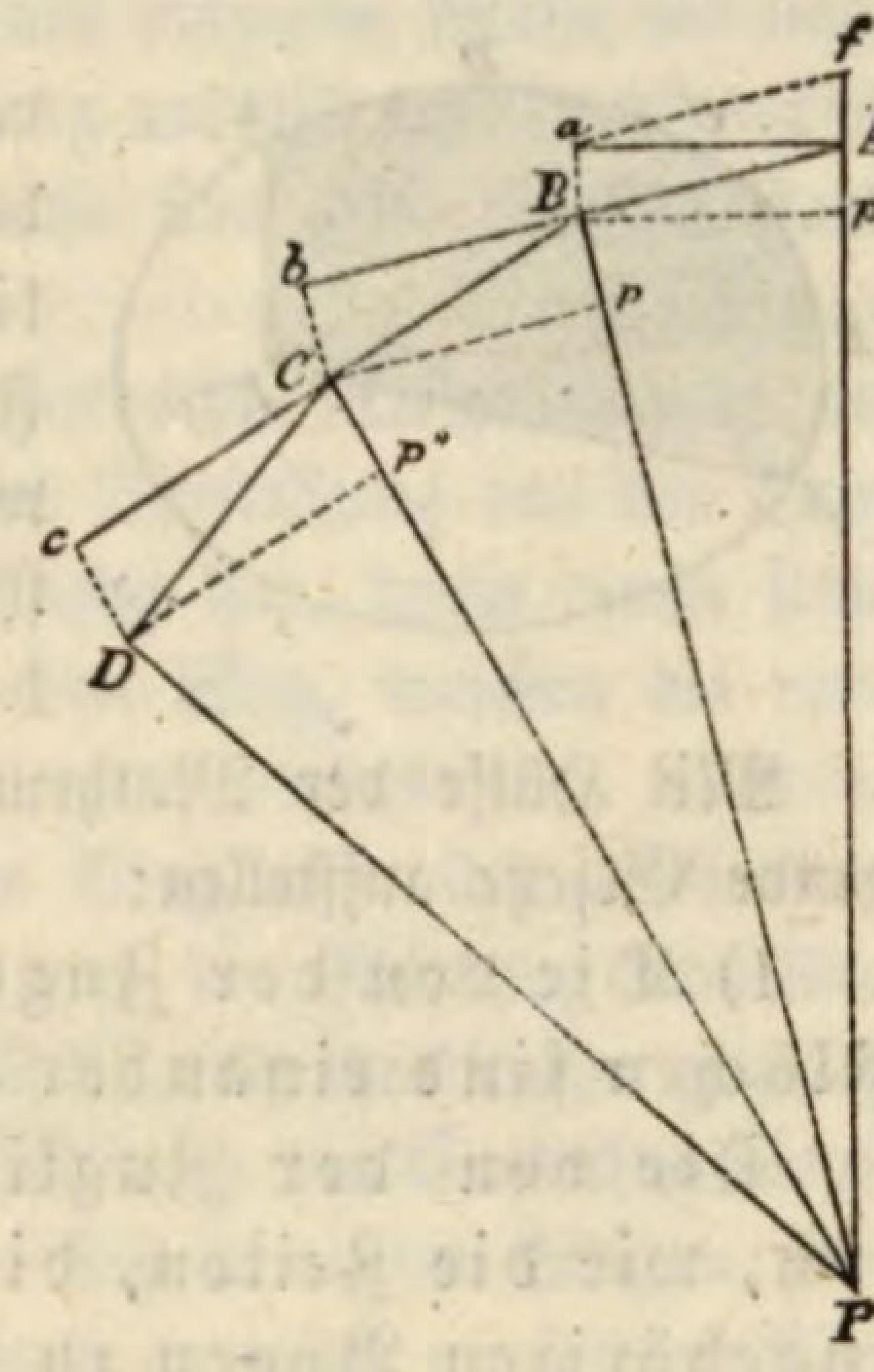
Würde die zweite Kraft plötzlich aufhören, auf den Körper zu wirken, so würde derselbe vermöge seiner Trägheit mit gleichförmiger Bewegung sich in der Richtung geradlinig fortbewegen, welche er in dem Augenblick hat, wo jene Kraft zu wirken aufhört, d. h. er würde die krumme Bahn nach



der Richtung der Tangente oder Berührungslinie — a b der nebenstehenden Figur — verlassen, da diese die Richtung der Kurve im Berührungspunkt a bezeichnet; wäre es umgekehrt möglich, dem Körper plötzlich die Geschwindigkeit, vermöge der er die Bahn tangentiell zu verlassen strebt, zu nehmen, so würde er, der continuirlichen Kraft allein folgend, mit beschleunigter Bewegung dem festen Punkt zueilen. Die Kraft nun, welche den Körper nach der Tangente fortzuführen strebt, heißt die Tangentialkraft und diejenige, welche ihn nach dem festen Punkte zieht, die Ziehkraft, oder gewöhnlicher die Centripetalkraft; beide zusammen nennt man auch Centralkräfte. — Da der Körper in Folge der Tangentialkraft die krumme Bahn zu verlassen, und sich dabei zugleich von dem festen Punkt zu entfernen — ihn zu fliehen strebt, so nennt man denjenigen Bestandtheil der Tangentialkraft, welcher — als Composante derselben gedacht — der Centripetalkraft direkt entgegengesetzt ist, und den Körper in der Richtung dieser Kraft von dem festen Punkt zu entfernen strebt, auch Fliehkraft oder Centrifugalkraft.

Betrachten wir die Entstehung der Centralbewegung und das Ver-

hältniß der Centralkräfte, mit dem die Gestalt der Bahn des Körpers eng zusammenhängt, etwas näher, indem wir uns diese als aus unendlich kleinen geradlinigen Elementen bestehend denken.

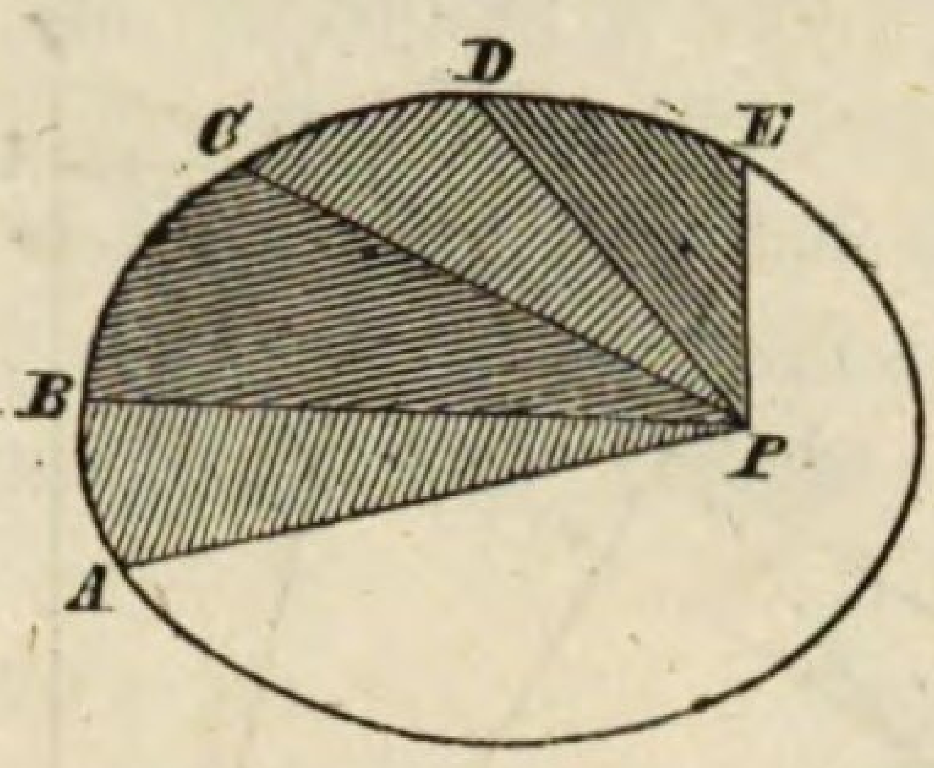


Der materielle Punkt A erhalte durch eine momentane Kraft eine Bewegung, vermöge welcher er in einem unendlich kleinen Zeittheilchen die Strecke A a zurücklegen würde; zu gleicher Zeit werde er von der Centripetalkraft so gegen P gezogen, daß er in dem unendlich kleinen Zeittheilchen von A nach p gelangen würde: der körperliche Punkt wird daher nach den früher aufgestellten Sätzen eine zusammengesetzte Bewegung annehmen, die ihn in demselben Zeittheilchen nach B führt. Von B aus würde der Körper ohne die Wirkung der Centripetalkraft vermöge seiner Trägheit seinen Weg in der gleichen Richtung und mit der gleichen Geschwindigkeit, mit der er in B angekommen, fortsetzen, d. h. er würde im zweiten Zeittheilchen den Weg Bb = AB durchlaufen; da aber die Centripetalkraft ihm einen neuen Antrieb in der Richtung gegen P ertheilt, vermöge dessen er die Strecke Bp′ durchlaufen würde, so ist sein wirklicher Weg im zweiten Zeittheilchen die Linie BC. Ebenso ist sein Weg im dritten Zeittheilchen, wie eine ähnliche Betrachtung zeigt, die Diagonale CD u. s. f.

Auf diese Weise setzt der Körper seine Bahn fort, die eine stetige Kurve bildet, sobald die Wege AB, BC, CD u. s. w. unendlich klein angenommen werden. — Man bemerke nämlich wohl, daß, da die Centripetalkraft stetig und nicht in aufeinanderfolgenden Stößen wirkt, auch die kleinsten meßbaren Zeittheilchen, in welchen nach unserer Betrachtungsweise die einzelnen Antriebe erfolgen sollen, immer noch viel zu groß sind, um der Wirklichkeit auch nur nahe zu kommen, und daß somit auch die Linien Ap und Aa, die hier der Veranschaulichung wegen meßbare Ausdehnung haben, in der Wirklichkeit verschwindend klein sind.

Vom Punkt A an ist, sobald der Anstoß in der Richtung von Aa einmal gegeben ist, die einzige noch thätige Kraft die Centripetalkraft, die zweite Kraft wird in der Folge durch das Beharrungsvermögen der Körper ersetzt. Somit ist auch die Centrifugalkraft nur eine Folge des Beharrungsvermögens, denn in jedem Punkt läßt sich, wie bei A, die Tangentialkraft in eine Composante AB, nach welcher die Bewegung wirklich erfolgt, und in eine andere, Af, zerlegen, die der ihr stets gleichen Centri=

petalkraft direkt entgegengesetzt ist, und von dieser aufgehoben wird, so daß nur noch die nach AB gerichtete Composante als bewegende Kraft übrig bleibt.



Eine gerade Linie von irgend einem Punkt der Bahn zum festen Mittelpunkt der Centralbewegung P, wie AP, BP u. s. w., heißt Zuglinie, Leitstrahl oder Radiusvektor. Die Flächen APB, BPC, CPD u. s. w., über welche die Zuglinie in ihrer Bewegung hinwegstreicht, heißen die von der Zuglinie beschriebenen Flächen.

Mit Hülfe der Mathematik lassen sich für die Centralbewegung folgende Gesetze aufstellen:

1) Die von der Zuglinie in gleichen Zeiten beschriebenen Flächen sind einander gleich; oder:

Die von der Zuglinie beschriebenen Flächen verhalten sich, wie die Zeiten, die der bewegte Körper braucht, um die zugehörigen Bogen zu durchlaufen.

2) Die Umfangsgeschwindigkeiten des bewegten Körpers an verschiedenen Stellen seiner Bahn verhalten sich umgekehrt, wie die Abstände seiner jeweiligen Richtung vom Centralpunkt, d. h. wie die vom Centralpunkt auf die entsprechenden Tangenten gefällten Perpendikel.

3) Ist die Bahn eine Ellipse, deren einer Brennpunkt zugleich Centralpunkt ist, so steht die Größe der Centripetalkraft im umgekehrten Verhältniß des Quadrats der Entfernung des bewegten Körpers vom Centralpunkt.

4) Ist die Bahn ein Kreis, so gelten für die Centripetalkraft folgende Gesetze:

a) In Kreisbahnen von verschiedenen Halbmessern verhalten sich die Centripetalkräfte, bei gleichen Geschwindigkeiten der bewegten Körper, **umgekehrt** wie die Halbmesser.

b) In Kreisbahnen von verschiedenen Halbmessern verhalten sich die Centripetalkräfte, bei gleichen Umlaufszeiten, **gerade** wie die Halbmesser.

c) In gleichgroßen Kreisbahnen verhalten sich die Centripetalkräfte, bei ungleichen Geschwindigkeiten, wie die Quadrate der Geschwindigkeiten.

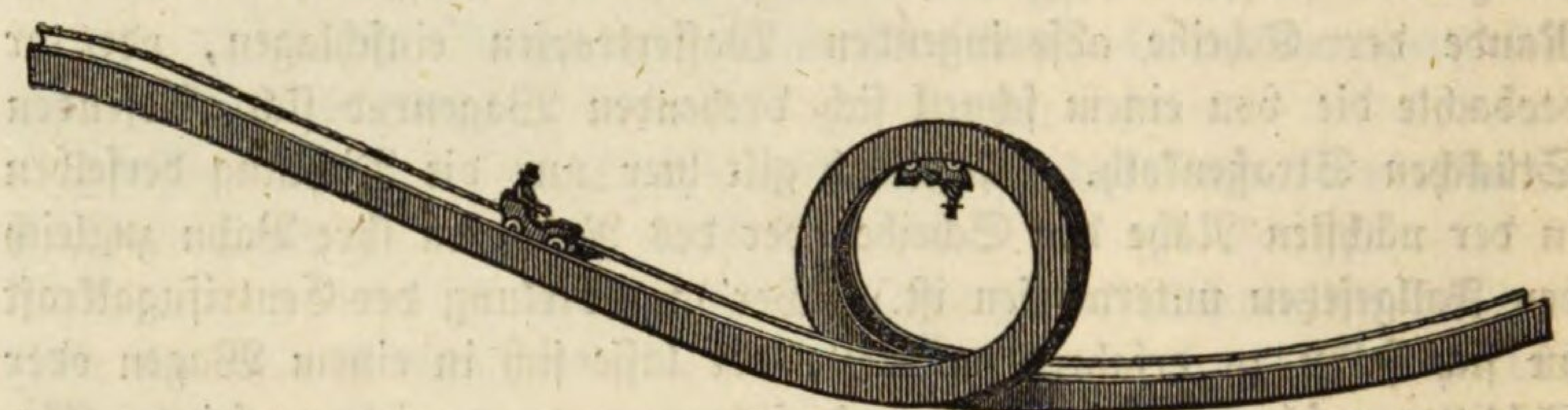
Die großartigste Anwenduug dieser Gesetze sehen wir in der Bewegung der Planeten um die Sonne, der, wie wir mit Grund schließen

dürfen, ohne Zweifel auch die der übrigen Weltkörper entsprechend sind. Die Centripetalkraft ist hier die allgemeine Anziehung, die in Verbindung mit der diesen Himmelskörpern vom Schöpfer anfänglich mitgetheilten Bewegung, ohne welche sie alle längst sich zu einer einzigen Masse vereinigt hätten, denselben eine elliptische Centralbewegung ertheilt. Wir verweisen im Uebrigen auf das, was wir im ersten Buche über diesen Gegenstand mitgetheilt haben.

Auch im täglichen Leben zeigen uns tausenderlei Erscheinungen die Wirkungen der Centralkräfte. Wer keine klare Vorstellung von der Tangentialkraft, und insbesondere von deren Richtung hat, drehe einen stark benetzten Schleifstein rasch um, und betrachte den Weg, welchen die vom Rande der Scheibe abspringenden Wassertropfen einschlagen, oder er beobachte die von einem schnell sich drehenden Wagenrad sich ablösenden Stückchen Straßenkoth. (Natürlich gilt hier nur die Richtung derselben in der nächsten Nähe der Scheibe oder des Rads, da ihre Bahn zugleich den Fallgesetzen unterworfen ist.) Wer die Wirkung der Centrifugalkraft an sich selbst zu erfahren wünscht, der lasse sich in einem Wagen oder Schlitten rasch um eine Straßenecke führen, und er wird an seinem Körper das Bestreben verspüren, sich von der umfahrenen Ecke weiter zu entfernen. Ist die Geschwindigkeit des Wagens oder des Schlittens sehr groß, oder der Kreis, den sie beschreiben, sehr klein, so werden diese selbst auch nach Außen gleiten, wie dieß bei einem Schlitten auf glatter Bahn gewöhnlich der Fall ist, oder, wenn die zu große Reibung auf der Straße oder andere Umstände das Gleiten verhindern, sich um ihre äußersten Punkte drehen und umstürzen. Selbst auf Eisenbahnen, bei denen man wegen dieser Gefahr stets nur sehr große Kreisbogen (in Uebereinstimmung mit Gesetz 4, a) anwendet, und die äußern Schienen höher legt, als die innern, werden die Fahrenden durch ein leichtes Bestreben ihres Körpers nach einer Seite des Wagens gemahnt, daß sie sich auf einem Kurvenstück bewegen. Wenn ein Schlittschuhläufer auf dem Eise einen Kreis beschreibt, so nimmt er eine schräge, gegen den Mittelpunkt des Kreises geneigte Stellung an, welche er in der Ruhe, ohne zu fallen, nicht beibehalten könnte und die nur dadurch möglich ist, daß sein Bestreben, nach Innen zu fallen, durch die Centrifugalkraft, die ihn nach außen treibt, aufgehoben ist. Aehnliches sehen wir bei Kunstreitern u. drgl.; diese hängen zuweilen an der innern Seite ihrer Pferde, als ob sie angeheftet wären, und doch ist es nur die Centrifugalkraft, welche sie an die Pferde andrückt und dadurch schwebend erhält; eine ähnliche Stellung im Zustand der Ruhe oder an der dem Mittelpunkt der Bahn abgewandten Seite des Pferdes wäre eine Unmöglichkeit. —

Die Centrifugalkraft ist es ferner, welche einen Faden spannt und

auch wohl abreißt, an welchem ein Körper befestigt und schnell im Kreise herumgeschwungen wird. — Ebenso bewirkt sie, daß ein in einem Riemen befestigtes oder auf dem innern Rande eines Faßreifs aufgestelltes, mit einer Flüssigkeit gefülltes Glas bei schnellem Umdrehen in senkrechter Richtung weder fällt, noch sich entleert, obgleich es während der Drehung sogar die umgekehrte Stellung — die Oeffnung nach unten gerichtet — annimmt; die Centrifugalkraft drückt nämlich sowohl das Glas fest auf den Reif, als auch das Wasser in das Glas hinein. — In einem Londoner Ausstellungslokal von Sehenswürdigkeiten sieht man eine sogenannte Centrifugalrutschbahn (Centrifugal-railway) in großem Maßstab ausge-



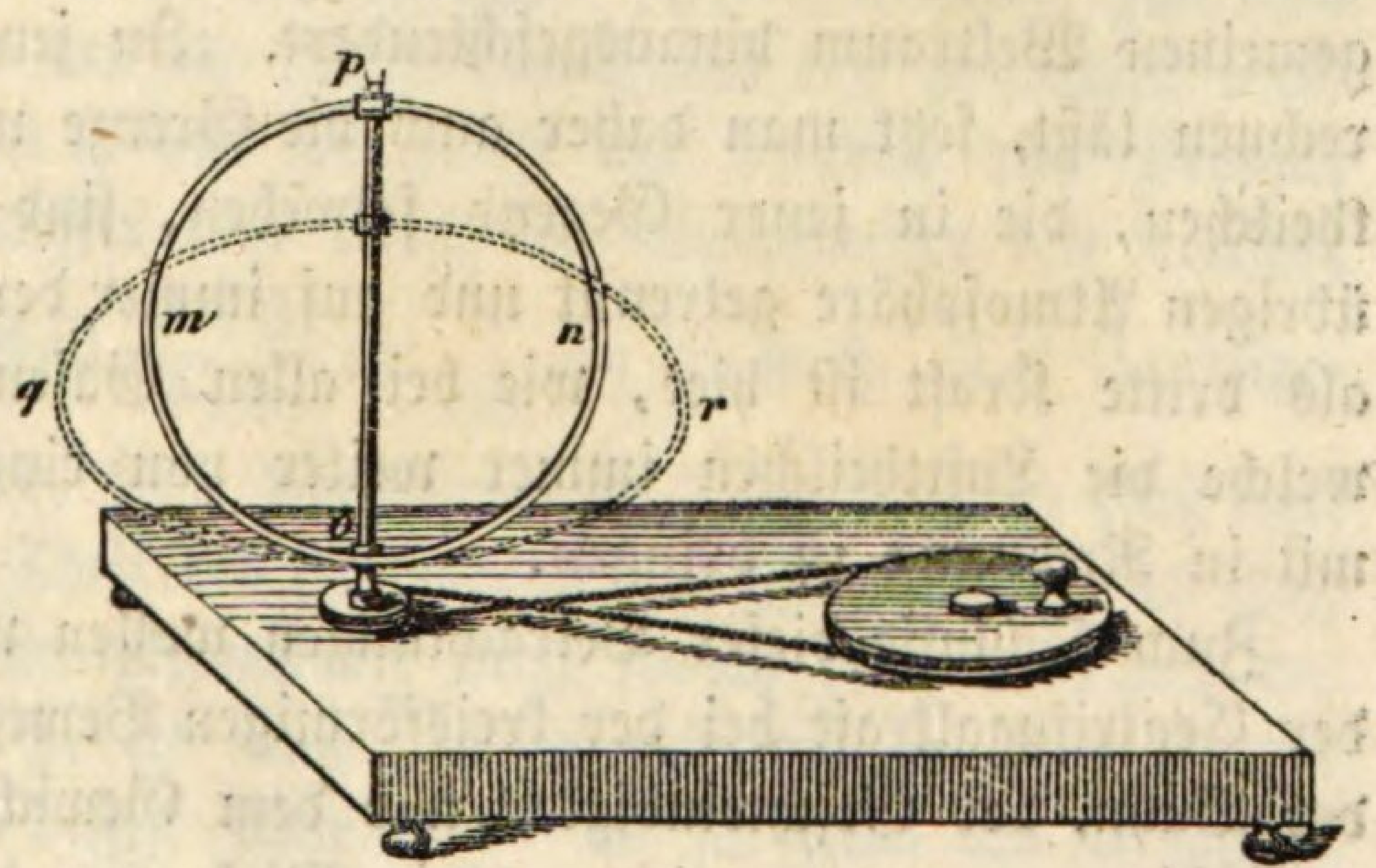
führt. Ein Schienengeleise führt von der einen Seite des Saals, von bedeutender Höhe herab, bis in die Mitte desselben; hier bildet es, ähnlich wie in unserer Abbildung, einen aufrecht stehenden, spiralförmig gewundenen Ring von etwa 15 Fuß Höhe und führt alsdann aufsteigend wieder zur andern Seite des Saals. Fährt nun ein Mensch in einem kleinen Rollwägelchen auf der schiefen Ebene herunter, so erreicht er eine so bedeutende Geschwindigkeit, daß er im Nu die kreisrunde Bahn durchfliegt und nachher seinen Weg gegen die andere Seite des Saals fortsetzt, wo er auf dem ansteigenden Theil der Bahn seine Geschwindigkeit allmälig wieder verliert. Daß er vom obern Theil der gewundenen Bahn, wo er den Kopf zu unterst im Wagen sitzt, nicht herunterstürzt, verdankt er der Centrifugalkraft, die bei der großen Geschwindigkeit, mit welcher dieser Theil der Bahn durchlaufen wird, sehr beträchtlich wirkt (Gesetz 4, c). —

Eine eigenthümliche Anwendung findet die Centrifugalkraft in der Technik zum Trocknen der Zeuge und Tücher. Diese werden nämlich entweder auf horizontale Cylinder aufgewickelt, oder in senkrecht stehende cylindrische oder conische, mit sehr vielen kleinen Löchern versehene und gewöhnlich aus blankem Kupfer bestehende Kessel — Hydroextraktoren — gebracht und alsdann mit sehr großer Geschwindigkeit (bis zu 1500mal in der Minute) umgedreht, wobei das Wasser in Folge der Centrifugalkraft bei der ersten Vorrichtung sehr rasch verspritzt (ähnlich wie bei einem rasch gedrehten, benetzten Schleifstein), und bei der zweiten durch die

vielen kleinen Löcher der Gefässe getrieben wird, wobei die Zeuge zugleich sehr stark gegen die Wände der Gefässe gedrückt werden; in wenigen Minuten sind die Zeuge kaum noch feucht, und können durch Aufhängen vollends schnell ganz trocken gemacht werden. Der Vortheil dieser Trockenmaschinen gegenüber dem Auswinden besteht neben der Schnelligkeit des Verfahrens darin, daß die Zeuge sehr geschont bleiben.

Mittelst der Schwungmaschine (Centrifugalkraftmaschine) werden in physikalischen Lehrsälen die Wirkungen der Centrifugalkraft gezeigt. Dieselbe besteht aus einem Brett, auf dem eine große und eine kleine Scheibe angebracht sind, die durch einen Riemen verbunden sind und mittelst einer an der großen Scheibe angebrachten Kurbel gedreht werden können. Das Verhältniß der Scheiben ist so gewählt, daß sich die kleine bei mäßiger Geschwindigkeit der großen schon sehr rasch dreht. Die senkrecht stehende Axe der kleinen Scheibe ist mit einem Schraubengewinde versehen, um verschiedene Apparate darauf befestigen zu können. Bringt man z. B. eine etwas Wasser enthaltende, stark ausgebauchte Glasglocke mit dieser Axe in Verbindung, so lagert sich beim raschen Umdrehen derselben das Wasser, von der Centrifugalkraft getrieben, in einem bandförmigen Streifen da an, wo es den größten Abstand von der Drehungsaxe hat, d. h. in der Mitte der Höhe der Kugel; bringt man auf dieselbe Art mehrere Flüssigkeiten von verschiedener Schwere, z. B. Quecksilber, Wasser und gefärbten Weingeist, in die Kugel, so scheiden sich diese nach ihrer Schwere in deutlichen Ringen: das Quecksilber, bei dem wegen seines größern Gewichts oder seiner größern Masse auch die Größe der Bewegung, und damit die Centrifugalkraft, am beträchtlichsten ist, nimmt die äußerste Stellung ein; auf dasselbe folgt das Wasser und dann der Weingeist.

Sehr interessant ist folgender Versuch, der zugleich zeigt, wie sich die sphäroidische Gestalt der Erde und der übrigen Weltkörper gebildet haben mag. Man schraubt auf die Axe der kleinen Scheibe eine Axe op auf, welche mehrere Reife von dünnem Messingblech, ähnlich mpno der nebenstehenden Zeichnung, trägt, die im Punkt o fest gemacht sind, bei p aber lose auf der Axe sitzen, so daß sie sich auf dieser Seite leicht auf derselben verschieben. Wird nun die Axe gedreht, so

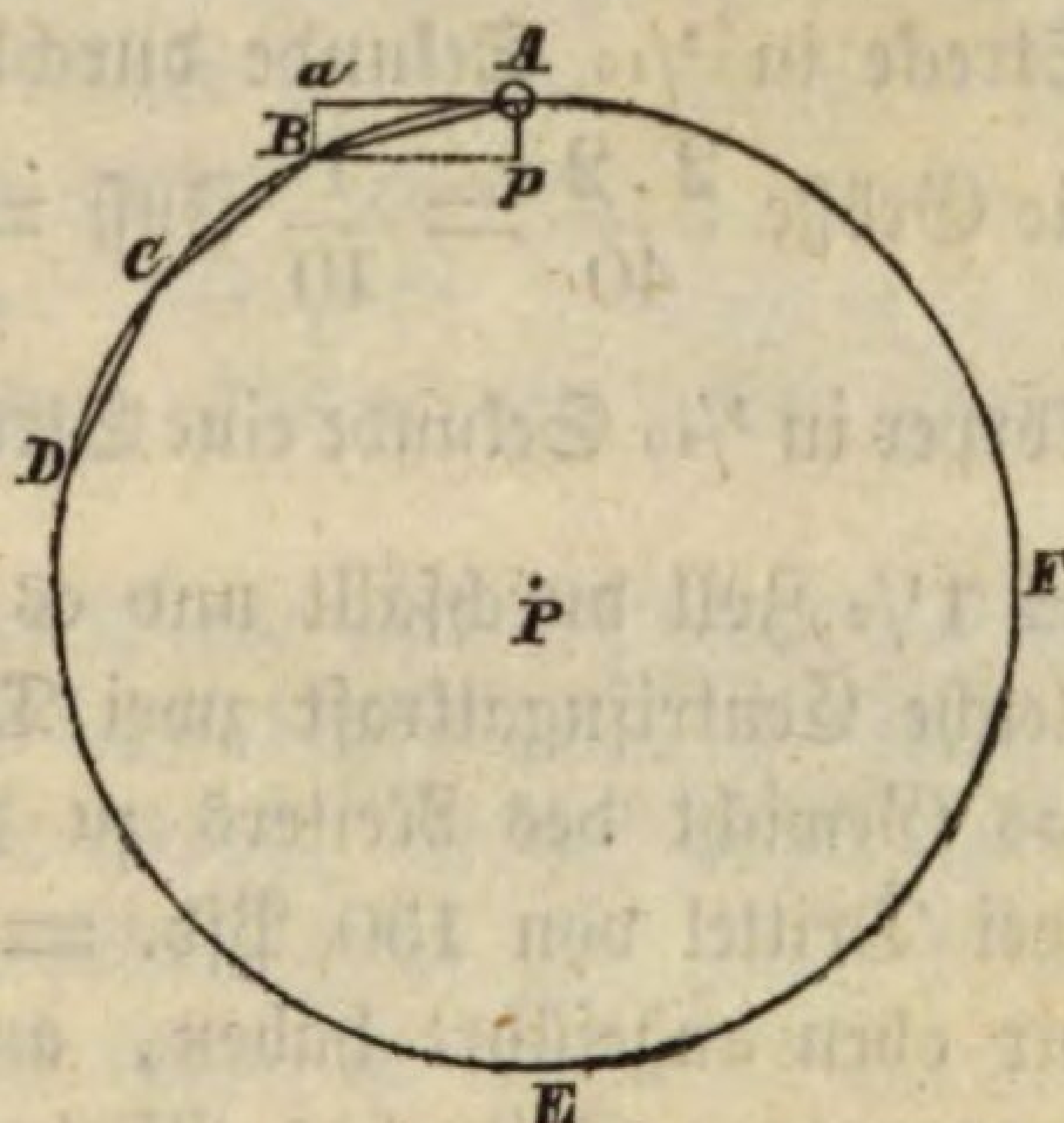


haben die Punkte m und n (nach dem obigen Gesetz 4, b) die stärkste Centrifugalkraft, die übrigen eine um so geringere, je entfernter sie von m und n, d. h. je näher sie der Drehungsaxe liegen. Die Wirkung der Umdrehung wird daher die sein, daß sich die Punkte m und n immer weiter von der Axe entfernen, die übrigen Theile des Rings mit sich ziehen, und diesem die Gestalt des punktirten Rings qr geben. Sämmtliche Reife bilden auf diese Weise eine sphäroidische Gestalt, deren kleinere Axe die Umdrehungsaxe ist.

Auch bei der Rotation der Erde entwickelt sich eine Centrifugalkraft, welche die an ihrer Oberfläche befindlichen Körper weiter von ihrem Mittelpunkt zu entfernen strebt und dadurch der Schwerkraft entgegenwirkt. Da dieselbe um so stärker sein muß, je weiter ein Punkt der Erdoberfläche von der Erdaxe entfernt ist, so hat sie nothwendig ihre größte Stärke am Aequator und nimmt gegen die Pole hin ab, wo sie endlich gleich Null wird. Uebrigens ist der hiedurch bedingte Unterschied im Gewicht der Körper an verschiedenen Punkten der Erde gering: zwischen Pol und Aequator, wo er am größten sein muß, beträgt er $^1/_{200}$, d. h. ein Körper, der am Pol 200 Pfd. wiegt, hat am Aequator ein Gewicht von 199 Pfd.; zwischen unsern Gegenden und dem Aequator beträgt der Unterschied nur noch $^1/_{300}$ u. s. f. — Ueberdieß ist nicht zu vergessen, daß ein Theil dieses Unterschieds auf Rechnung der ungleichen Stärke der Schwerkraft an diesen Punkten, wegen der verschieden großen Abstände vom Mittelpunkt der Erde, zu schreiben ist. Je höher ein Körper sich erhebt, desto stärker wirkt die Centrifugalkraft auf ihn und desto mehr nimmt die Erdanziehung ab; es läßt sich daher wohl vorstellen, daß es eine gewisse Höhe geben muß, in welcher beide Kräfte sich das Gleichgewicht halten und somit die Körper ihr Gewicht ganz verlieren müssen. An dieser Grenze angekommen, würde also ein Körper durch die Tangentialkraft nothwendig von der Erde hinweg in den allgemeinen Weltraum hinausgeschleudert. In jene Höhe, die sich leicht berechnen läßt, setzt man daher auch die Grenze unserer Atmosphäre; Lufttheilchen, die in jener Gegend schweben, sind also in Gefahr, von der übrigen Atmosphäre getrennt und auf immer der Erde entrückt zu werden; als dritte Kraft ist hier, wie bei allen Gasen, noch die Repulsivkraft, welche die Lufttheilchen immer weiter von einander zu entfernen strebt, mit in Rechnung zu bringen.

Zum Schlusse dieser Betrachtungen wollen wir versuchen, die Stärke der Centrifugalkraft bei der kreisförmigen Bewegung aus dem Halbmesser der Bahn, der Geschwindigkeit und dem Gewicht des bewegten Körpers zu bestimmen, um uns daraus die Wirkungen derselben, die wir in den obigen Beispielen angeführt haben, noch genauer erklären zu können.

Die Centripetalkraft, welche, wie wir an unsern Beispielen gesehen haben, auf die verschiedenste Weise — bald als Spannkraft eines Fadens oder einer Schnur, bald als ein Fallbestreben nach dem Innern der Kreisbahn, bald nur als Adhäsion am Rand einer Scheibe u. s. w. — wirkt, ist stets gleich und entgegengesetzt der Centrifugalkraft, so lang bei dem bewegten Körper kein Verlassen der Bahn nach innen oder nach außen erfolgt, und es ist somit die Größe der einen Kraft durch die der andern gegeben.



Um die Größe der Centripetalkraft zu bestimmen, welche einen Körper A von bestimmtem Gewicht und gegebener Geschwindigkeit zwingt, sich auf einem Kreis ADEF, dessen Halbmesser PA eine Länge von 18 Fuß habe, zu bewegen, betrachten wir zunächst das Bahnstück AB, das der Körper in einer Sekunde zurücklegt. Diese Strecke, deren Länge um so weniger von der Sehne AB verschieden ist, und die darum um so eher mit dieser vertauscht werden kann, je kleiner sie im Verhältniß zum Halbmesser ist, durchläuft der Körper vermöge der zusammengesetzten Bewegung, die ihm durch die Tangential- und die Centripetalkraft ertheilt wird; jene nämlich treibt ihn in einer Sekunde von A nach a, diese, etwa in der Spannung einer 18 Fuß langen und im Punkt P befestigten Schnur bestehend, zieht ihn in einer Sekunde von A nach p.

Nehmen wir die Geschwindigkeit des Körpers, und daher das in 1 Sekunde durchlaufene Bahnstück AB gleich 3 Fuß an, so ist die nächste Frage: wie groß ist das Stück Ap, das der Körper in der Sekunde vermöge der Centripetalkraft allein durchlaufen müßte? Die Geometrie gibt uns hierauf folgende Auskunft: um die Länge des Stücks Ap zu finden, multiplicire man die Sehne AB mit sich selbst und dividire das Produkt durch den doppelten Halbmesser oder durch den Durchmesser des Kreises; dieß gibt im vorliegenden Fall $\frac{3 . 3}{2 . 18} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ Fuß. Die Centripetalkraft muß also im Stande sein, den Körper in 1 Sekunde $\frac{1}{4}$ Fuß weit zu bewegen, was den 60. Theil des Fallraums in 1 Sekunde, der 15 Fuß beträgt, ausmacht. Die Centripetalkraft muß sonach den 60. Theil der Schwerkraft betragen, d. h. sie muß, wenn wir die an dem Körper thätige Schwerkraft durch dessen Gewicht — es sei etwa = 5 Pfund — ausdrücken, einem Gewicht von $\frac{5}{60} = \frac{1}{12}$ Pfund gleich sein. Die

Schnur ist also gerade so gespannt, als ob ein Gewicht von $\frac{1}{12}$ Pfund an ihr aufgehängt wäre.

Auf ähnliche Weise läßt sich die Berechnung leicht für jeden beliebigen Fall ausführen. Die Rennbahn eines Kunstreiters habe z. B. einen Durchmesser von 40 Fuß und sein Pferd bewege sich mit einer Geschwindigkeit von 20 Fuß. Um, wie oben, den Bogen mit der Sehne vertauschen zu können, nehmen wir an, A B sei = 2 Fuß, so daß der Reiter diese Strecke in $^1/_{10}$ Sekunde durchlaufe; die Rechnung gibt alsdann für A p die Größe $\frac{2 \cdot 2}{40} = \frac{1}{10}$ Fuß = 1 Zoll. Die Schwerkraft macht, daß ein Körper in $^1/_{10}$ Sekunde eine Strecke von $^1/_2 \cdot 30 \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$ Fuß = $1^1/_2$ Zoll durchfällt und es ist daher die Centripetalkraft oder die dieser gleiche Centrifugalkraft zwei Drittel von der Schwerkraft. Rechnen wir das Gewicht des Reiters zu 150 Pfd., so beträgt seine Centrifugalkraft zwei Drittel von 150 Pfd. = 100 Pfd.; er wird somit, wenn er, wie wir oben angeführt haben, an der innern, dem Mittelpunkt der Bahn zugewandten Seite des Pferdes hängt, an dieses mit einer Kraft von 1 Centr. angedrückt und in der Schwebe erhalten.

Die gezwungene Bewegung.

Die gezwungene Bewegung eines Körpers ist entweder von der Art, daß sich derselbe auf einer genau vorgeschriebenen Bahn, wie z. B. in einer Röhre oder auf einem Schienenweg bewegen muß, oder es stehen seiner Bewegung nur nach gewissen Richtungen Hindernisse im Weg, während sie nach andern ungehemmt ist, wie z. B. auf einer schiefen Ebene oder auf der Oberfläche einer Kugel. Einzelne Bewegungen der ersten Art haben wir, um die Wirkungen der Centrifugalkraft zu zeigen, schon im vorhergehenden Abschnitt genannt; wir gehen übrigens hier auf eine nähere Betrachtung derselben nicht weiter ein, sondern beschränken uns darauf, zwei der für uns wichtigern Fälle der zweiten Art näher zu erörtern, nämlich erstens den Fall auf der schiefen Ebene und zweitens die Pendelbewegung.

1) Der Fall auf der schiefen Ebene.

Wie wir bei der Betrachtung der schiefen Ebene gesehen haben, ist das Fallbestreben eines Körpers auf derselben nur ein Theil von seinem Fallbestreben in senkrechter Richtung, und zwar verhält sich jenes zu

diesem, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge. Es ist daher auch beim Fall eines Körpers längs der schiefen Ebene die Beschleunigung in demselben Maße geringer, als die Beschleunigung beim freien Fall, da sich die Beschleunigungen bei einer und derselben Masse gerade verhalten, wie die bewegenden Kräfte. Ist z. B. eine schiefe Ebene bei einer Höhe von 4 Fuß 20 Fuß lang, so beträgt das Fallbestreben eines Körpers auf derselben den fünften Theil von seinem Gewicht, und somit auch seine Beschleunigung nur den fünften Theil von der Erdbeschleunigung, d. h. von 30 Fuß. Er erlangt daher bis zum Ende der ersten Sekunde nur 6 Fuß Geschwindigkeit, bis zum Ende der zweiten 12 Fuß ꝛc., indem er zugleich in einer Sekunde 3 Fuß, in zwei Sekunden 12 Fuß u. s. w. auf der schiefen Ebene hinabrollt (die Reibung ist hier, wie bisher immer, nicht in Betracht gezogen).

Der Körper kommt also auf der schiefen Ebene nur den fünften Theil so weit, als beim senkrechten Fall, und er wird daher 5mal so viel Zeit brauchen, bis er die ganze Länge derselben durchläuft, als ihm nöthig wäre, um ihre Höhe zu durchfallen. Ist bei derselben Höhe eine zweite schiefe Ebene 32 Fuß, also 8mal so lang, als die Höhe, so wird derselbe Körper die 8fache Zeit brauchen. Daraus geht das Gesetz hervor:

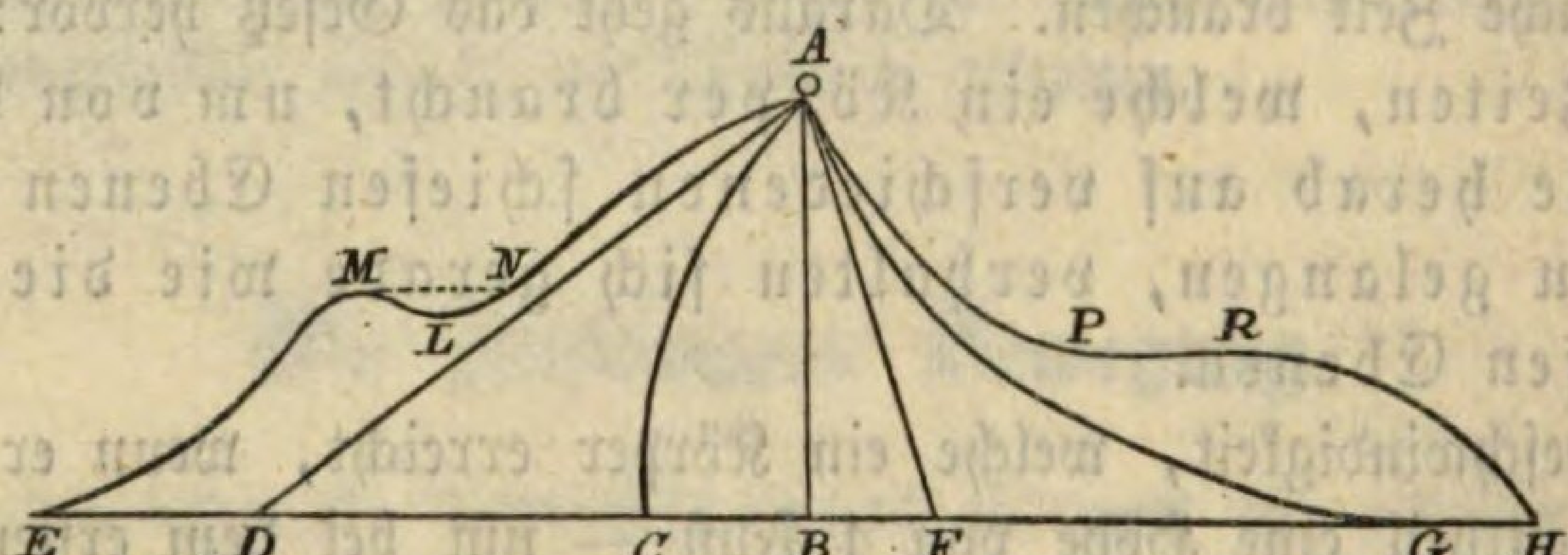
Die Zeiten, welche ein Körper braucht, um von der gleichen Höhe herab auf verschiedenen schiefen Ebenen auf den Boden zu gelangen, verhalten sich gerade wie die Längen der schiefen Ebenen.

Die Geschwindigkeit, welche ein Körper erreicht, wenn er in einem gewissen Zeittheil eine Höhe von 4 Fuß — um bei dem ersten Beispiel stehen zu bleiben — durchfällt, ist nach den früher aufgestellten Grundsätzen so groß, daß er im nächsten gleichgroßen Zeittheil ohne weitere Beschleunigung einen Raum von $2 . 4 = 8$ Fuß durchlaufen würde. Da er ferner beim Fall auf der schiefen Ebene nach dem Vorigen 5 solcher Zeittheile braucht, um die Länge von 20 Fuß zu durchlaufen, so wird die Geschwindigkeit, die er bei seiner Ankunft am Boden erreicht haben wird, von der Art sein, daß er ohne weitere Beschleunigung in den nächsten 5 Zeittheilen eine Strecke von $2 . 20 = 40$ Fuß, oder, wie vorhin, in 1 Zeittheil eine Strecke von $\frac{40}{5} = 8$ Fuß zu durchlaufen vermag. Ist endlich, wie bei der zweiten Annahme, die schiefe Ebene 32 Fuß lang, so erreicht er nach 8 Zeittheilen den Boden und erlangt dabei eine Geschwindigkeit, vermöge welcher er, wenn die beschleunigende Kraft plötzlich zu wirken aufhörte, in den nächsten 8 Zeittheilen $2 . 32 = 64$ Fuß oder in 1 Zeittheil wiederum 8 Fuß zu durchlaufen im Stande wäre. Wir sehen, daß

in allen drei Fällen der Körper mit der gleichen Geschwindigkeit am Boden ankommt, und wir stellen daher den zweiten Satz auf:

Die Geschwindigkeit, die ein Körper erlangt, wenn er auf einer schiefen Ebene von einer gewissen Höhe herabfällt, ist gleich derjenigen, welche er beim freien Fall durch diese Höhe erhalten hätte; sie ist also unabhängig von der Länge der schiefen Ebene.

Hieraus ergibt sich von selbst, daß dieses Gesetz auch noch seine Gültigkeit hat, wenn der Körper nach einander mehrere zusammenhängende schiefe Ebenen von verschiedener Länge und Neigung durchläuft, vorausgesetzt, daß der Körper beim Uebergang von der einen auf die andere schiefe Ebene keinen Stoß erleide, wodurch seine Bewegung eine plötzliche Aenderung erfahren müßte. Diese Voraussetzung trifft aber nur dann ein, wenn je zwei aufeinanderfolgende Ebenen unter einem unendlich kleinen Winkel zusammenstoßen, sofern bei jedem endlichen, d. h. meßbaren Winkel ein Stoß entsteht. Da dieß bei den aufeinanderfolgenden Elementen einer krummlinigen Bahn der Fall ist, so dürfen wir in obiges Gesetz auch stetig gekrümmte Bahnen einschließen.

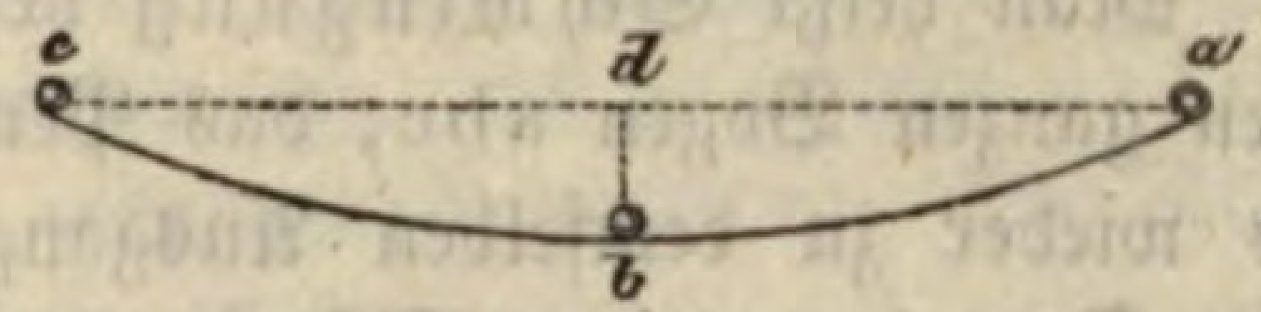


Eine Kugel wird demnach — abgesehen von den verschiedenen Reibungswiderständen — einerlei Geschwindigkeit erlangen, ob sie in beigefügter Zeichnung die Höhe AB frei durchfällt, oder ob sie auf einer der schiefen Ebenen AD und AF, oder auf der convexen Kurve AC, oder auf der concaven Kurve AG, oder auf dem Weg APRH, der ein horizontales ebenes Stück PR enthält oder endlich auf der Kurve ANLME, die ihn von L wieder zu einem höher gelegenen Punkt M zurückführt, den Boden EH erreicht. Im letztern Fall verliert nämlich die Kugel vom Punkt L bis zum Punkt M gerade wieder so viel an Geschwindigkeit, als sie von N nach L gewonnen hatte, da die lebendige Kraft (s. S. 66), welche sie durch ihren Fall von N nach L gewinnt, genau darauf verwendet wird, sie wieder auf dieselbe Höhe M zu erheben. Es ist also in Betreff ihrer Geschwindigkeit im Punkt E, als ob sie das Stück NLM gar nicht durchlaufen hätte.

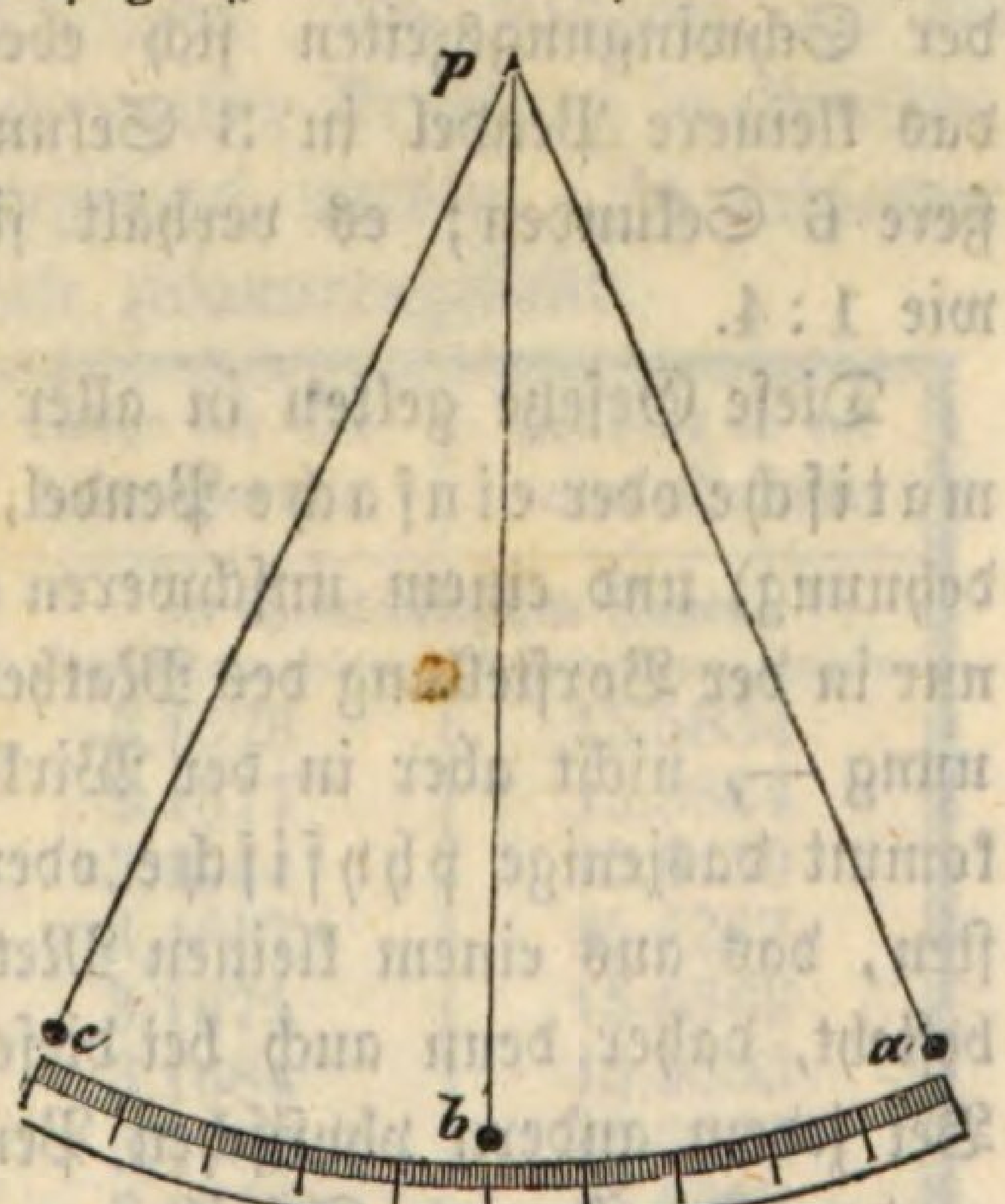
Anders verhält es sich mit der Zeit, welche die Kugel vom Abgang

in A bis zu ihrer Ankunft auf der Horizontalebene E H braucht; diese ist theils von der Länge der Bahn überhaupt, theils von der besondern Gestalt der Kurven, auf denen die Kugel sich bewegt, abhängig.

2) Die Pendelbewegung.



Eine Kugel, die auf einer kreisförmigen Bahn a b vom Punkt a nach b fällt, erlangt nach dem im vorhergehenden Abschnitte aufgestellten Satz eine Geschwindigkeit gleich der, welche er durch den freien Fall von d nach b erhalten haben würde, und es wird ihr folglich bei dieser Bewegung eine lebendige Kraft ertheilt, die im Stande ist, sie wieder zu der gleichen Höhe empor zu heben. Sie wird daher, wenn keine Reibungswiderstände sie daran hindern, vermöge dieser Kraft ihren Weg auf der ihr dargebotenen Bahn b c fortsetzen und den Punkt c, in gleicher Höhe mit a und d, erreichen. Dort angekommen wird sie in Folge der fortgesetzten Einwirkung der Schwerkraft den Rückweg nach b antreten, und diesen in ganz gleicher Weise bis a fortsetzen, wie sie beim Hingang denselben Weg in entgegengesetzter Richtung durchlaufen hat. Zum zweiten Mal in a angekommen, wiederholt die Kugel dieselbe Bewegung und würde sie ohne Aufhören in unveränderter Weise fortsetzen, wenn ihre lebendige Kraft nicht durch die Reibung und den Luftwiderstand nach und nach aufgezehrt und dadurch bewirkt würde, daß sie die Höhe nie ganz wieder erreicht, von der sie herabgefallen war. Sie erreicht daher in Wirklichkeit schon bei ihrem ersten Aufsteigen auf dem Bogen b c den Punkt c nicht ganz, und bei ihrer zweiten Ankunft auf der Seite von a bleibt sie um ein noch größeres Stück hinter diesem Punkt zurück; in dieser Weise werden bei den folgenden hin- und hergehenden Bewegungen die Wege immer kleiner, bis die Kugel endlich im Punkt b zur Ruhe kommt.



Ganz dieselbe Bewegung wird nun die Kugel auch annehmen, wenn sie statt auf dem Kreisbogen a b c zu rollen, dadurch gezwungen wird, denselben zu beschreiben, daß sie an einem im Mittelpunkt des Kreisbogens befestigten Faden von der Länge des zugehörigen Halbmessers aufgehängt wird. Die Widerstände sind in diesem Fall bedeutend geringer, da sie

nur in der unbedeutenden Reibung am Aufhängepunkt und im Widerstand der Luft bestehen.

Diese Vorrichtung haben wir schon im ersten Buch unter dem Namen **Pendel** kennen gelernt, wo wir auch die Gesetze, nach welchen die Bewegung desselben vor sich geht, angegeben haben. Wir wiederholen hier in Kürze das Wesentlichste, was über das Pendel zu sagen ist:

Man heißt **Schwingung** oder **Pendelschlag** die Bewegung durch den ganzen Bogen abc; das Pendel macht also zwei Schwingungen, bis es wieder zu demselben Ausgangspunkt zurückkehrt. Die **Zeit**, welche das Pendel zu einer Schwingung nöthig hat, ist die **Schwingungsdauer**, und der Winkel apb, um welchen die äußerste Stellung der Pendellinie von der Gleichgewichtslage pb absteht, heißt **Elongations-** oder **Elevationswinkel**.

Die Bewegung des Pendels beruht auf den folgenden zwei Hauptgesetzen:

1) **Die Schwingungsdauer eines Pendels ist für kleine Schwingungen unabhängig von der Länge der Schwingungsbogen.**

2) **Bei ungleich langen Pendeln verhalten sich die Pendellängen gerade wie die Quadrate der Schwingungszeiten.**

Das erste Gesetz drückt aus, daß ein Pendel, das beim Anfang der Bewegung nur um einen kleinen Elongationswinkel erhoben wurde, so daß der Schwingungsbogen 8—10° nicht übersteigt, während der ganzen Dauer der Bewegung die gleiche Schwingungszeit beibehält, wenn auch die von dem schweren Punkt durchlaufenen Bogen kleiner werden. — Nach dem zweiten Gesetz schwingt ein Pendel, das 4mal so lang ist, als ein anderes, nur halb so schnell, als dieses, da alsdann die Quadrate der Schwingungszeiten sich ebenfalls wie 4:1 verhalten. Macht also das kleinere Pendel in 3 Sekunden 1 Schwingung, so braucht das größere 6 Sekunden; es verhält sich alsdann 6.6 zu 3.3 oder 36 zu 9 wie 1:4.

Diese Gesetze gelten in aller Strenge nur für das sogenannte **mathematische** oder **einfache** Pendel, das aus einem schweren Punkt (ohne Ausdehnung) und einem unschweren oder masselosen Faden besteht; dasselbe ist nur in der Vorstellung des Mathematikers — zur Vereinfachung seiner Rechnung —, nicht aber in der Wirklichkeit vorhanden. Dem einfachen Pendel kommt dasjenige **physische** oder **zusammengesetzte** Pendel am nächsten, das aus einem kleinen Metallkügelchen und einem feinen Seidefaden besteht, daher denn auch bei diesem obige Gesetze ziemlich genau eintreffen. Bei jedem andern physischen Pendel (Stangen, Drähte mit daran hängenden Kugeln und Scheiben u. s. w.) ist die Länge bedeutend verschieden

von der Länge desjenigen einfachen Pendels, das gleiche Schwingungsdauer mit ihm hat.

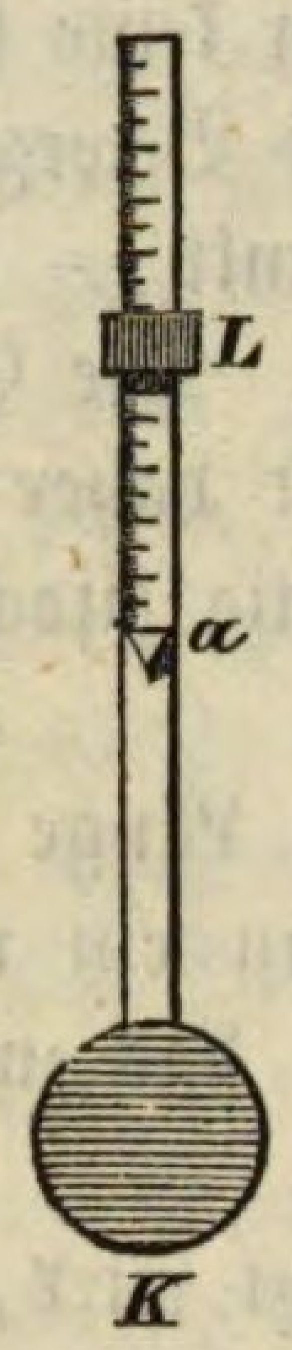
Da nämlich alle Theile eines physischen Pendels das Bestreben haben zu schwingen — die dem Drehungspunkt näherliegenden Punkte mit kürzerer, die entfernteren mit längerer Schwingungsdauer — so nimmt, sofern die starre Verbindung dieser Punkte im festen Körper denselben keine selbständige Bewegung zuläßt, das Pendel eine gewisse mittlere Bewegung an, die in der ganzen Länge des Pendels nur einem Punkt — dem sogenannten Schwingungspunkt — naturgemäß eigen ist. Die Entfernung des Schwingungspunkts von dem Aufhängepunkt ist daher die Länge des einfachen Pendels, das mit dem physischen gleichzeitig (isochronisch) schwingt, d. h. gleiche Schwingungsdauer hat.

Am leichtesten findet man für ein physisches Pendel die Länge des entsprechenden einfachen Pendels durch Rechnung, indem man ein nach Länge und Schwingungsdauer schon bekanntes Pendel und das zweite Pendelgesetz zu Hülfe nimmt.

Da das Pendel durch die Schwerkraft in Bewegung gesetzt wird, so hängt nothwendig die Geschwindigkeit, mit welcher es fällt, und somit auch seine Schwingungsdauer von der Stärke der Schwerkraft selbst ab, und ein und dasselbe Pendel wird daher nach dem, was wir im ersten Buch über die Abnahme der Schwere von den Polen gegen den Aequator und mit der Erhebung über die Erdoberfläche gesagt haben, um so langsamer schwingen, je mehr man sich mit demselben dem Aequator nähert, oder je weiter man sich in senkrechter Richtung erhebt. Daher hat auch das sogenannte Sekundenpendel — das in 1 Sekunde eine Schwingung vollendet — in verschiedenen Breiten verschiedene Länge. Gleichzeitig wechselt auch die Geschwindigkeit des Falls der Körper, oder, was einerlei ist, die Fallhöhe in der ersten Sekunde. Die Fallhöhe und die Länge des Sekundenpendels stehen daher in engster Beziehung zu einander, und können gegenseitig aus einander hergeleitet werden. In folgender Tabelle sind einige hiehergehörige Resultate zusammengestellt:

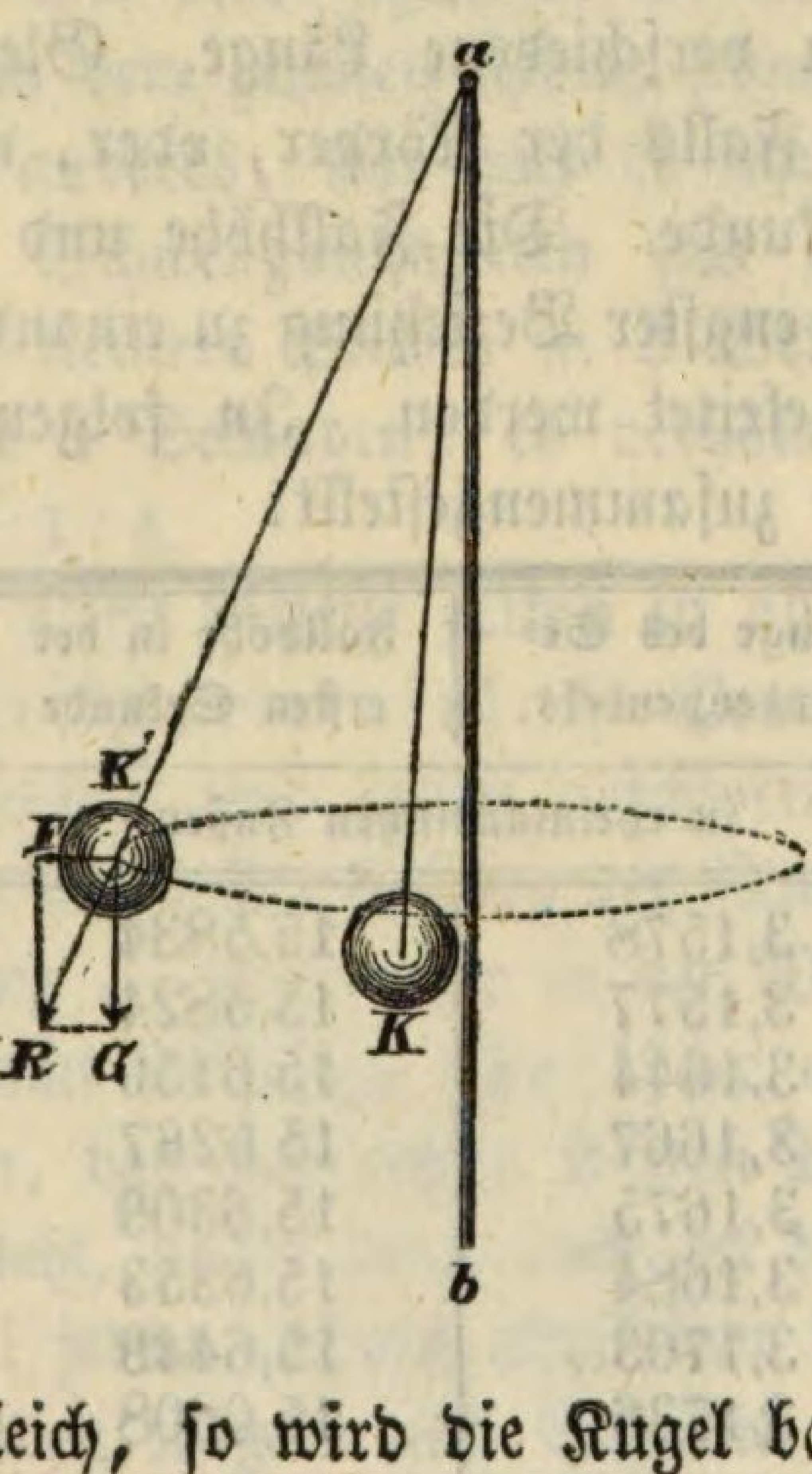
Ort.	Geogr. Breite des Orts.	Länge des Sekundenpendels	Fallhöhe in der ersten Sekunde
		in rheinländischen Fußen.	
St. Thomas . .	0° 24′ 41″	3,1578	15,5834
Trinidad . . .	10° 38′ 56″	3,1577	15,5824
New-York . . .	40° 52′ 43″	3,1644	15,6159
Paris	48° 50′ 14″	3,1667	15,6267
London	51° 31′ 8″	3,1675	15,6309
Königsberg . .	54° 42′ 50″	3,1684	15,6353
Trondheim . .	63° 25′ 54″	3,1703	15,6449
Spitzbergen . .	70° 49′ 58″	3,1736	15,6608

Ein Pendel also, das auf Spitzbergen Sekunden schwingt, muß, nach London versetzt, um beinahe eine Linie, und, in die Nähe des Aequators (St. Thomas) gebracht, um nicht ganz zwei Linien verkürzt werden, wenn es an diesen Orten ebenfalls Sekundenpendel bleiben soll u. s. w.



Der Taktmesser oder Metronom ist ein in der Musik gebrauchtes Geräthe; es besteht in einer Art Pendel, dem durch Verschiebung eines Laufgewichts schnell jede beliebige Schwingungszeit gegeben werden kann. Dieses Pendel ist nämlich nicht an einem der beiden Endpunkte, sondern zwischen denselben aufgehängt; das größere Gewicht K befindet sich am untern Ende, und ein kleineres Laufgewicht L läßt sich an dem über dem Drehungspunkt a gelegenen, mit einer Scale versehenen Theil der Pendelstange hin- und herschieben. Wird nun das Instrument in Schwingung versetzt, so muß K, wenn es abwärts schwingen will, zugleich das Gewicht L heben, wodurch seine Beschleunigung vermindert, seine Schwingungsdauer also verlängert wird. Diese Verzögerung ist um so beträchtlicher, je größere Bogen das Laufgewicht beschreibt, d. h. je größer sein Abstand vom Drehungspunkt a ist.

Gibt man einem Pendel, statt es ganz frei fallen zu lassen, einen kleinen Stoß seitwärts — also nicht in der Ebene apb der frühern Figur —, so bewegt sich der Pendelfaden nicht in einer Ebene, sondern er beschreibt eine kegelförmige Fläche, deren Axe die Linie pb bildet.



Das konische oder Centrifugalpendel besteht aus einer drehbaren Axe und einem frei an ihr aufgehängten Pendel. — Die Kugel K sei im Punkt a der drehbaren Axe ab so aufgehängt, daß sich der Aufhängefaden oder die Pendelstange aK nach allen Richtungen um a drehen kann. Wird nun die Axe gedreht, so schließt sich die Kugel K allmälig dieser Bewegung an; zu gleicher Zeit aber erwacht eine dem Gewicht der Kugel, der Entfernung ihres Schwerpunkts von der Drehungsaxe und der Umdrehungsgeschwindigkeit entsprechende Centrifugalkraft, welche die Kugel von der Axe entfernt. Bleibt die Umdrehungsgeschwindigkeit der Axe gleich, so wird die Kugel bald einen unveränderlichen Abstand von der-

selben einnehmen, der den Halbmesser der von ihr beschriebenen Kreisbahn bildet. Dieser Abstand ist bedingt durch die Centrifugalkraft F und durch das Gewicht G der Kugel; jene strebt nämlich die Kugel immer weiter von der Axe zu entfernen, während dieses dieselbe herunterzieht und demgemäß der Axe zu nähern strebt. Die Kugel wird daher eine solche Stellung K' annehmen, für welche die Richtung der Resultante dieser beiden Kräfte mit der Richtung der Pendelstange zusammenfällt, in welchem Fall die Wirkung dieser Resultante durch die Festigkeit des Punkts a aufgehoben wird.

Nimmt die Umdrehungsgeschwindigkeit der Axe zu und damit auch die Centrifugalkraft — nach dem Centralbewegungsgesetz 4, c —, so setzt sich nur ein Theil dieser Kraft mit dem Gewicht der Kugel zu einer Resultante R zusammen, deren Wirkung durch die Festigkeit des Punkts a vernichtet wird, während ein anderer Theil F' der Centrifugalkraft die Kugel weiter von der Axe entfernt, und dieß so lang, bis die obige Bedingung wieder eintrifft. — Vermindert sich dagegen die Umdrehungsgeschwindigkeit, so wird auch die Centrifugalkraft schwächer. Diese — in der Figur durch F'' dargestellt — wird alsdann, mit einem Theil g des Gewichts zur Resultante r verbunden, durch den festen Punkt a aufgehoben, während der Rest des Gewichts die Kugel so weit herunterzieht, bis die Richtung der Resultante von G und F'' und die Richtung der Pendelstange wieder zusammenfallen.



Dieses Pendel unterscheidet sich neben der Verschiedenheit der Bahnen noch besonders dadurch von dem gewöhnlichen Pendel, daß es eine ganz gleichförmige Bewegung hat, während dieses seine Bahn abwechselungsweise mit beschleunigter und verzögerter Bewegung durchläuft.

Der Stoß fester Körper.

Wenn ein bewegter Körper auf seiner Bahn einen andern ihm im Wege stehenden trifft, so entsteht zwischen beiden Körpern eine plötzliche Wechselwirkung, die man mit dem Namen Stoß bezeichnet. Die Wirkung des Stoßes ist nicht allein von der Richtung, unter welcher sich die Körper treffen, und von der Geschwindigkeit der Bewegung abhängig, sondern auch von der Gestalt, der Masse, der Dichtigkeit und sonstigen physikalischen Eigenschaften der sich stoßenden Körper. Namentlich ist die

Wirkung eine ganz verschiedene, je nachdem die Körper hart, oder weich, oder elastisch sind. Weder der Raum, noch die uns zu Gebot stehenden Mittel gestatten uns, den Stoß nach allen diesen verschiedenen Rücksichten zu erörtern; wir beschränken uns daher auf diejenigen einfachern Fälle, die für das uns hier gesteckte Ziel erforderlich und hinreichend sein mögen. Demgemäß betrachten wir den Stoß homogener, d. h. gleichförmig dichter Kugeln, welche entweder gar keiner Formveränderung durch Druck fähig, d. h. vollkommen hart sind, oder welche die ihnen durch irgend einen Druck beigebrachten Aenderungen mit der gleichen Kraft augenblicklich wieder aufheben und ihre vorherige Gestalt wieder herstellen, d. h. vollkommen elastisch sind. Wenn es auch in der Natur weder einen vollkommen harten, noch einen vollkommen elastischen Körper gibt, so erhalten wir doch durch diese äußersten Annahmen sichere Anhaltspunkte, auf die sich die in der Praxis vorkommenden Fälle, je nachdem sie mehr zur einen oder andern Grenze sich neigen, annähernd zurückführen lassen.

Der Stoß heißt gerade, wenn die Richtungslinie desselben senkrecht auf der Ebene steht, in welcher sich die zusammenstoßenden Körper berühren; im andern Fall heißt er schief. Außerdem unterscheiden wir zwischen dem centralen Stoß, bei welchem die Richtung, welche der Schwerpunkt des stoßenden Körpers bei der Bewegung hat, genau durch den Schwerpunkt des gestoßenen geht, und dem excentrischen Stoß, bei welchem dieß nicht der Fall ist. Bei Kugeln jedoch, auf die wir uns in den nächsten Betrachtungen ausschließlich beschränken, ist, wie man leicht einsieht, der gerade Stoß immer auch zugleich ein centraler, und umgekehrt.

Der gerade Stoß vollkommen harter Kugeln.

Wenn zwei harte Körper auf einander stoßen, so ist die Wirkung nothwendig die, daß der eine den andern aus der Stelle treibt, bis er mit ihm gleiche Geschwindigkeit angenommen hat; denn so lange der gestoßene noch eine geringere Geschwindigkeit hat, als der stoßende, so lange wird auch die Einwirkung des letztern fortdauern; eine größere Geschwindigkeit kann aber jener ebensowenig erhalten, da diese Einwirkung in dem Augenblick aufhört, wo beide Körper sich gleich schnell hinter einander her bewegen. — Wir haben hier drei Fälle zu unterscheiden: 1) die eine Kugel befindet sich vor dem Stoß in Ruhe; 2) beide Kugeln bewegen sich nach derselben Richtung und 3) beide Kugeln bewegen sich vor dem Stoß gegen einander.

1) Die eine Kugel ist vor dem Stoß in Ruhe.

Die Masse der bewegten Kugel sei M und ihre Geschwindigkeit C; so ist die Größe ihrer Bewegung M . C; dieses Produkt ist, wie wir früher gesehen haben, zugleich das Maß der Kraft, von welcher sie ihre Be-

wegung erhalten hat. Da man sich nun denken kann, die Kraft wirke erst in dem Augenblick auf die bewegte Kugel, in welchem der Zusammenstoß erfolgt, so muß nothwendig die Geschwindigkeit der Gesammtmasse beider Kugeln dieser nämlichen Kraft entsprechend sein, d. h. es muß, wenn m die Masse der ruhenden Kugel und v die nachherige Geschwindigkeit beider Kugeln bezeichnet, auch das Produkt $(M + m)\,v$ das Maß jener Kraft oder $= M \,.\, C$ sein. Setzen wir die Masse $M = 10$ Pfd., $m = 5$ Pfd. und die Geschwindigkeit $C = 24$, so ist die Größe der Bewegung vor dem Stoß $M \,.\, C = 10 \,.\, 24 = 240$; da sie nach dem Stoß gleich groß sein muß, so finden wir die zugehörige Geschwindigkeit, wenn wir das Produkt $10 \,.\, 24$ durch die vermehrte Masse $10 + 5 = 15$ dividiren; v ist daher $= \frac{10 \,.\, 24}{10 + 5} = \frac{240}{15} = 16$ Fuß. Setzen wir statt der Zahlen die entsprechenden Buchstaben, so haben wir für jeden beliebigen Fall den Ausdruck:

$$v = \frac{M \,.\, C}{M + m}$$

Wir erkennen aus diesem Beispiel leicht, daß der vorher in der Ruhe befindliche Körper durch den Stoß genau so viel an Größe der Bewegung gewinnt, als der andere verliert, und daß dieser also nur einen Theil von seiner Bewegungsquantität an jenen abgetreten hat. Der ruhende Körper hat nämlich anfangs eine Größe der Bewegung gleich Null, und nachher $5 \,.\, 16 = 80$; der bewegte hat vor dem Stoß $10 \,.\, 24 = 240$ und nach demselben $10 \,.\, 16 = 160$, also gerade 80 weniger als vor dem Stoß; der Verlust auf der einen und der Gewinn auf der andern Seite sind somit gleich.

Haben beide Kugeln gleiche Masse, ist also m auch 10 Pfd., so finden wir für die Geschwindigkeit nach dem Stoß: $\frac{240}{20} = 12$ Fuß, d. i. die Hälfte der anfänglichen Geschwindigkeit der bewegten Kugel.

2) Beide Kugeln bewegen sich nach derselben Richtung.

Sind M und m die Massen, und C und c die zugehörigen Geschwindigkeiten der beiden Kugeln vor dem Stoß, so ist die Größe der Bewegung der einen $M \,.\, C$, die der andern $m \,.\, c$, die Summe beider also $M \,.\, C + m \,.\, c$; ferner ist, wenn beide Kugeln nach dem Stoß sich mit der gleichen Geschwindigkeit fortbewegen, die Größe ihrer Bewegung $(M + m)\,v$. Da man sich nun wieder denken kann, die beiden bewegenden Kräfte wirken erst im Augenblick des Zusammenstoßes auf die einzelnen Massen ein, so muß auch die nachherige Größe der Bewegung der vor dem Stoß stattfindenden gleich, d. h. $(M + m)\,v = M\,C + m\,c$ sein. Die Massen seien, wie im ersten Fall, 10 und 5 Pfund; die Geschwin-

digkeit $C = 24$ und $c = 18$ Fuß; alsdann ist die Größe der Bewegung vor dem Stoß gleich der Summe der Produkte $10 . 24$ und $5 . 18 = 240 + 90 = 330$. Um daher die Geschwindigkeit v zu finden, welche mit der Gesammtmasse 15 multiplicirt dieselbe Größe der Bewegung gibt, müssen wir die Zahl 330 durch 15 dividiren; es ist nämlich $v = \frac{10 . 24 + 5 . 18}{10 + 5} = \frac{330}{15} = 22$ Fuß. Ersetzen wir auch hier die einzelnen Zahlen wieder durch die Buchstaben M, m 2c., so erhalten wir für diesen zweiten Fall den allgemeinen Ausdruck:

$$v = \frac{M . C + m . c}{M + m}$$

Es versteht sich von selbst, daß in diesem Fall nur dann ein Stoß erfolgen kann, wenn die schneller bewegte Kugel der langsameren folgt.

Auch in diesem Fall gewinnt die eine Kugel an Größe der Bewegung genau so viel, als die andere verliert. Die gestoßene Kugel hat vor dem Stoß eine Größe der Bewegung $= 5 . 18 = 90$, nach demselben $5 . 22 = 110$; also gewinnt sie durch den Stoß $110 - 90 = 20$; genau so viel verliert die stoßende: sie hat vor dem Stoß $10 . 24 = 240$, nach demselben $10 . 22 = 220$; also beträgt ihr Verlust ebenfalls 20.

Für den Fall, daß beide Kugeln gleiche Massen haben, wird die Geschwindigkeit nach dem Stoß gleich der Hälfte von der Summe ihrer ursprünglichen Geschwindigkeiten, d. h. gleich dem Mittel aus diesen; denn ist im obigen Beispiel das Gewicht der zweiten Kugel auch 10 Pfd., so ist $v = \frac{10 . 24 + 10 . 18}{2 . 10} = \frac{24 + 18}{2} = 21$ Fuß.

2) Beide Kugeln bewegen sich vor dem Stoß gegen einander.

Die Massen der Kugeln seien wieder M und m, und ihre Geschwindigkeiten beziehungsweise C und c. Sind in diesem Fall die Größen der Bewegung gleich, d. i. $M . C = m . c$, so heben sich dieselben vollkommen auf, und beide Kugeln kommen durch den Stoß plötzlich zur Ruhe. Ist dagegen die Größe der Bewegung der einen Kugel beträchtlicher, als die der andern, z. B. $M . C$ größer als $m . c$, so bewegen sich nach dem Stoß beide Kugeln im Sinne der überwiegenden weiter, und zwar mit einer gemeinschaftlichen Größe der Bewegung gleich dem Unterschied ihrer anfänglichen. Denn um die Größe der Bewegung $m . c$ zu vernichten, und die Masse m zur Ruhe zu bringen, bedarf es von Seiten der andern eines gleich großen Kraftaufwands, und es bleibt daher in ihr nur noch der Ueberschuß $M . C - m . c$ an bewegender Kraft zurück, die nun darauf verwendet wird, beide Massen — wie im ersten Fall, wo der eine Körper

vor dem Stoß in Ruhe ist — in Bewegung zu setzen. Wir finden daher die nachherige Geschwindigkeit, wenn wir in dem Ausdruck $\frac{M.C}{M+m}$ des ersten Falls die Größe M.C durch den Ueberschuß M.C — m.c ersetzen; alsdann haben wir:

$$v = \frac{M.C - m.c}{M + m}$$

Ist M, wie bei den frühern Beispielen, = 10, m = 5 Pfd., C = 24, c = 18 Fuß, so erhalten wir dießmal für die Geschwindigkeit nach dem Stoß: $\frac{10.24 - 5.18}{10 + 5} = \frac{240 - 90}{15} = 10$ Fuß. Sind beide Massen gleich, etwa beide = 10 Pfd., so erhalten wir: $v = \frac{10.24 - 10.18}{2.10} = \frac{24 - 18}{2} = 3$ Fuß; die Geschwindigkeit ist also in diesem Fall gleich dem halben Unterschied der Geschwindigkeiten der Kugeln vor dem Stoß.

Um zu zeigen, daß auch hier die Größe der Geschwindigkeit vor und nach dem Stoße gleich, d. h. daß der Gewinn der einen Kugel gleich dem Verlust der andern ist, müssen wir zuvor bemerken, daß immer nur von einer Größe der Bewegung nach einem Sinne hin, und zwar nach der Richtung, in welcher die Bewegung nach dem Stoß erfolgt, die Rede sein kann, und daß somit die Masse m schon einen Gewinn von m.c in dieser Richtung erhält, wenn ihr nur ihre entgegengesetzte Bewegung genommen, d. h. wenn sie zur Ruhe gebracht wird. Kommt hiezu eine wirkliche Bewegung in der angedeuteten Richtung, so wird dadurch ihr Gewinn an Größe der Bewegung noch vermehrt. Hiernach hat die 5pfündige Kugel einen Gesammtgewinn an Größe der Bewegung von 5.18 + 5.10 = 140; die 10pfündige dagegen einen Verlust von 10.24 — 10.10 = 240 — 100 = 140; Gewinn und Verlust sind also auch hier gleich.

Der gerade Stoß vollkommen elastischer Kugeln.

Vollkommen elastische Körper heben die ihnen durch Druck, Schlag u. s. w. mitgetheilten Form- und Volumensänderungen mit derselben Kraft plötzlich wieder auf, welche nöthig war, um dieselben hervorzubringen. Stoßen zwei elastische Kugeln an einander, so ist die erste Wirkung eine Zusammendrückung und Formveränderung an den sich berührenden Flächen. Würden die Kugeln im Zustand der größten Zusammendrückung verharren, so wäre die Wirkung des Stoßes ganz dieselbe, wie bei harten Kugeln, und Gewinn und Verlust an Größe der Bewegung auf der einen und andern Seite ganz dieselben, wie wir sie oben gefunden haben. Tritt

aber, nachdem die Zusammendrückung ihr Ende erreicht hat, eine Rückwirkung ein, indem jede der beiden Kugeln sich an der andern gleichsam anstemmt und vermöge ihrer Elastizität mit derselben Kraft, die zu der Zusammendrückung nöthig war, von derselben zurückschnellt, so wird sowohl der Gewinn an Größe der Bewegung auf der einen Seite, als auch der Verlust auf der andern Seite gerade verdoppelt.

Wir können auch hier, wie beim Stoß harter Kugeln, drei Fälle unterscheiden:

1) Die eine Kugel ist vor dem Stoß in Ruhe.

Im Punkt der größten Zusammendrückung können wir die Kugeln als vollkommen hart betrachten und wir haben alsdann nach den oben gefundenen Ausdrücken für den Verlust an Größe der Bewegung bei der stoßenden Kugel M.C — M.v, und für den Gewinn der angestoßenen m.v. Da aber nach dem soeben Gesagten durch die Elastizität sowohl Verlust als Gewinn verdoppelt werden, so müssen wir, um für die beiden Kugeln die Größen der Bewegung nach dem Stoß zu ermitteln, auf der einen Seite den doppelten Verlust von der anfänglichen (vor dem Stoß) abziehen und auf der andern Seite den doppelten Gewinn rechnen; d. h. wir müssen von M.C den doppelten Werth M.C — M.v abziehen, und da die angestoßene Kugel vor dem Stoß in Ruhe war, also eine Größe der Bewegung = 0 hatte, einfach den doppelten Werth von m.v als ihre Größe der Bewegung nach dem Stoß setzen. Behalten wir das früher angeführte Beispiel (M = 10 Pfd., C = 24′, m = 5 Pfd.) bei, so erhalten wir als Größe der Bewegung nach dem Stoß für die Masse M den Werth 10.24 — 2.80 (da der einfache Verlust M.C — M.v nach dem Frühern = 80) = 240 — 160 = 80, und für m den Werth 2.5.16 = 160. Wir sehen, daß auch hier, da 80 + 160 = 240 ist, von der anfänglichen Größe der Bewegung nichts verloren gegangen ist. Wollen wir endlich die Geschwindigkeiten der beiden Kugeln nach dem Stoß berechnen, so haben wir nur ihre Größen der Bewegung noch durch ihre Masse zu dividiren; sie ist also für die Kugel M gleich $\frac{80}{10} = 8'$ und für die Kugel m gleich $\frac{160}{5} = 32'$.

Für den Fall, daß die Massen gleich sind, etwa beide = 10 Pfd., haben wir (da nach dem Frühern in diesem Fall v = 12′) für die Größe der Bewegung der stoßenden Kugel 240 — 2.120 = 0, also auch für ihre Geschwindigkeit nach dem Stoß 0, und für die angestoßene 2.120 = 240, und für ihre Geschwindigkeit $\frac{240}{10} = 24'$. In diesem Fall kommt also die stoßende Kugel durch den Stoß zur Ruhe, während die vorher

ruhende sich mit der ursprünglichen Geschwindigkeit der stoßenden fortbewegt; sie vertauschen demnach geradezu ihre Rollen.

2) Beide Kugeln bewegen sich nach derselben Richtung.

In diesem Fall haben wir nach den für harte Kugeln gefundenen Ergebnissen für den Augenblick der größten Zusammendrückung für die eine Kugel die Größe der Bewegung $M . v = M . \frac{M . C + m . c}{M + m}$, also für ihren Verlust in diesem Punkt $M . C - M . \frac{M . C + m . c}{M + m}$; ziehen wir das Doppelte dieses Verlustes von der Größe der Bewegung dieser Kugel vor dem Stoß ab, so haben wir ihre Größe der Bewegung nach dem Stoß. Der Gewinn der andern Kugel ist bis zum Punkt der größten Zusammendrückung $m . v - m . c$ oder $m . \frac{M . C + m . c}{M + m} - m . c$; das Doppelte dieses Werths zu $m . c$ addirt, gibt die Größe der Bewegung der zweiten Kugel nach vollendetem Stoß. Für unsere früheren Werthe von M, m, C und für $c = 18'$ gibt dieß: Größe der Bewegung für die Masse M nach dem Stoß $240 - 2 . 20 = 200$, und für die Masse m $2 . 20 + 90 = 130$; daher ist für erstere die nachherige Geschwindigkeit $\frac{200}{10} = 20'$, und für letztere $\frac{130}{5} = 26'$. Vor dem Stoß ist die Summe der Größen der Bewegung $240 + 90 = 330$, und nach dem Stoß ist dieselbe $200 + 130 = 330$; beide sind also auch in diesem Falle gleich.

Sind die Massen gleich, z. B. jede 10 Pfd., so haben wir im Augenblick der größten Zusammendrückung $v = 21$, also $M . v = m . v = 210$, und folglich: Verlust der einen an Größe der Bewegung $M . C - M . v = 240 - 210 = 30$, und Gewinn der andern $m . v - m . c = 210 - 180 = 30$. Ziehen wir das Doppelte von 30 auf der einen Seite ab, und addiren wir ebenso viel auf der andern, so haben wir als Größe der Bewegung nach vollendetem Stoß für die eine $240 - 60 = 180$ und für die andere $180 + 60 = 240$; und die entsprechenden Geschwindigkeiten sind demnach 18′ und 24′. Hieraus geht hervor, daß die beiden Kugeln in diesem Fall sowohl ihre Geschwindigkeiten, als ihre Größen der Bewegung geradezu austauschen; letztere bleiben daher in ihrer Summe auch hier gleich.

3) Beide Kugeln bewegen sich gegen einander.

In Uebereinstimmung mit dem Frühern ist in diesem Fall der Verlust der Masse M an Größe der Bewegung bis zum Punkte der größten Zusammendrückung $M . C - M . \frac{M . C - m . c}{M + m}$; der Gewinn der Masse

m dagegen $m \cdot \frac{M \cdot C - m \cdot c}{M + m} + m \cdot c$. Durch Benützung dieser Ausdrücke finden wir für die Größe der Bewegung der beiden elastischen Kugeln nach vollendetem Stoß — wenn wir die bisherigen Zahlen beibehalten — folgende Werthe: der einfache Verlust, wie der Gewinn, beträgt 140, der doppelte daher 280; die Masse M hat aber anfangs eine Größe der Bewegung von nur 240 und sie verliert daher mehr, als sie hat; dieß kann nur dadurch geschehen, daß ihr nicht allein ihre ganze Bewegung in ihrer anfänglichen Richtung geraubt, sondern außerdem durch den Ueberschuß eine Bewegung in entgegengesetzter Richtung ertheilt wird, in Folge deren sie sich mit einer Größe der Bewegung von 40 rückwärts bewegen muß. Die Masse m bewegt sich vor dem Stoß gegen die Masse M, deren Richtung wir seither als die Hauptrichtung betrachtet haben, da sie anfänglich die größere Quantität der Bewegung hat. Durch den Stoß gewinnt sie an Größe der Bewegung 280; somit bleibt ihr im Sinne der Hauptrichtung, nachdem ihre entgegengesetzte Größe der Bewegung von $5 \cdot 18 = 90$ aufgehoben worden ist, ein Ueberschuß von $280 - 90 = 190$. Beide Kugeln nehmen also in diesem Fall eine rückgängige Bewegung an, und zwar entspricht der ersten Kugel eine Geschwindigkeit von $\frac{40}{10} = 4'$ und der zweiten von $\frac{190}{5} = 38'$. Die Gesammtgröße der Bewegung bleibt auch hier wieder unverändert; denn sie ist vor dem Stoß $240 - 90 = 150$ und nach demselben $190 - 40 = 150$.

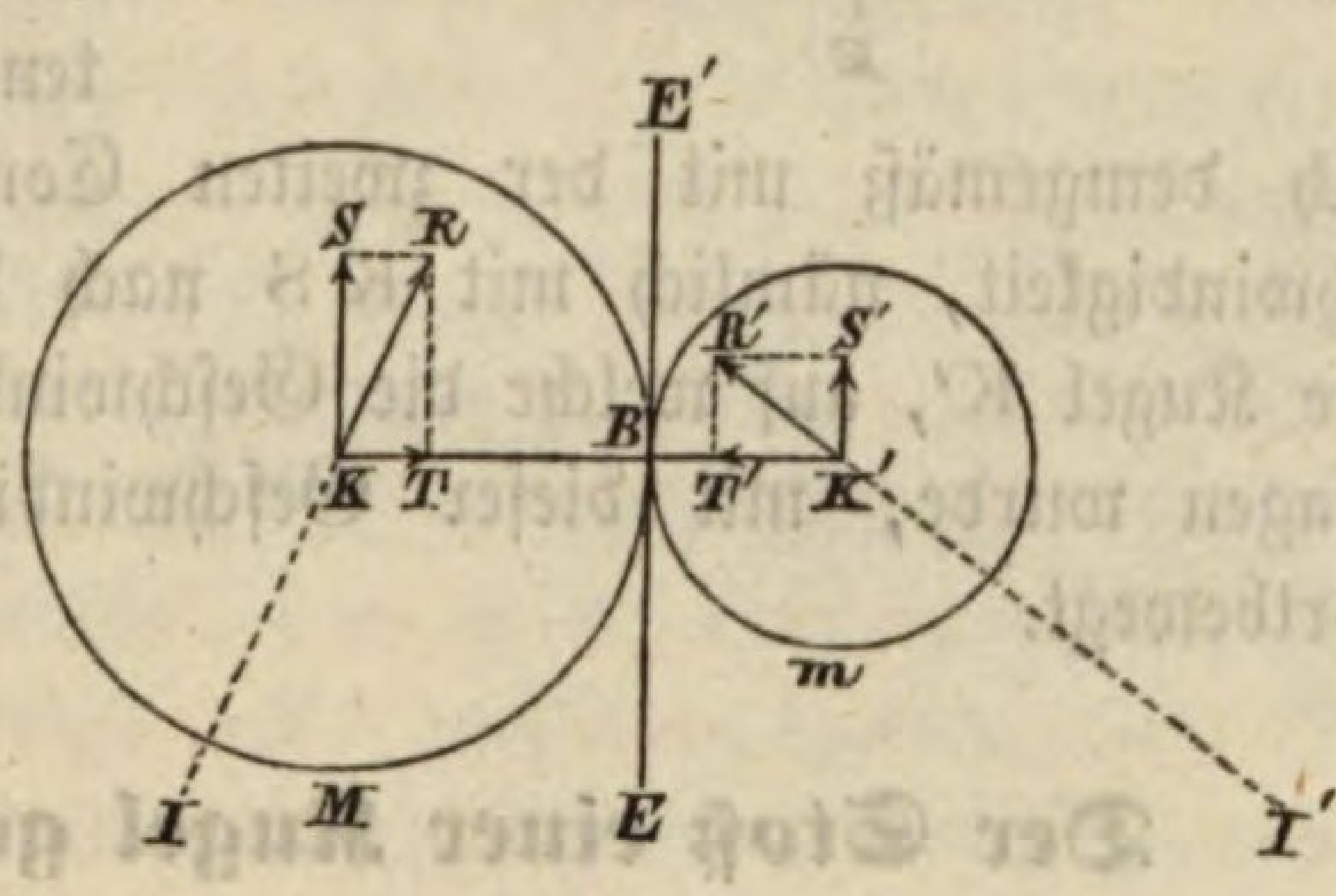
Sind die Massen gleich, etwa beide wieder = 10 Pfd., so ergibt sich auf dem gleichen Wege für M eine Größe der Bewegung von $240 - 2 \cdot 210 = 240 - 420$, d. h. von 180 in rückgängiger Bewegung, und für m von $2 \cdot 210 - 180 = 240$ im Sinne der Hauptrichtung; jener entspricht zugleich eine Geschwindigkeit von $\frac{180}{10} = 18'$ und dieser eine Geschwindigkeit von $\frac{240}{10} = 24'$. Beide Kugeln prallen demnach durch den Stoß von einander zurück und bewegen sich in entgegengesetzter Richtung mit verwechselten Geschwindigkeiten, so daß es dem Auge erscheinen könnte, als haben beide Kugeln sich ohne Stoß durchdrungen und ungestört mit unveränderter Geschwindigkeit ihre Bewegung fortgesetzt.

Sind endlich nicht allein die Massen, sondern auch die Geschwindigkeiten vor dem Stoß einander gleich, so heben sich nach dem beim Stoß harter Körper Gesagten ihre Bewegungs-Quantitäten im Punkt der größten Zusammendrückung genau auf; die Kugeln würden also zur Ruhe kommen, wenn ihnen durch die Elastizität ihre anfängliche Größe der Bewegung in entgegengesetztem Sinne nicht wieder zurückgegeben würde.

Die Kugeln fahren demnach, in Folge des Stoßes, genau mit derselben Geschwindigkeit wieder auseinander, mit der sie gegen einander gestoßen sind.

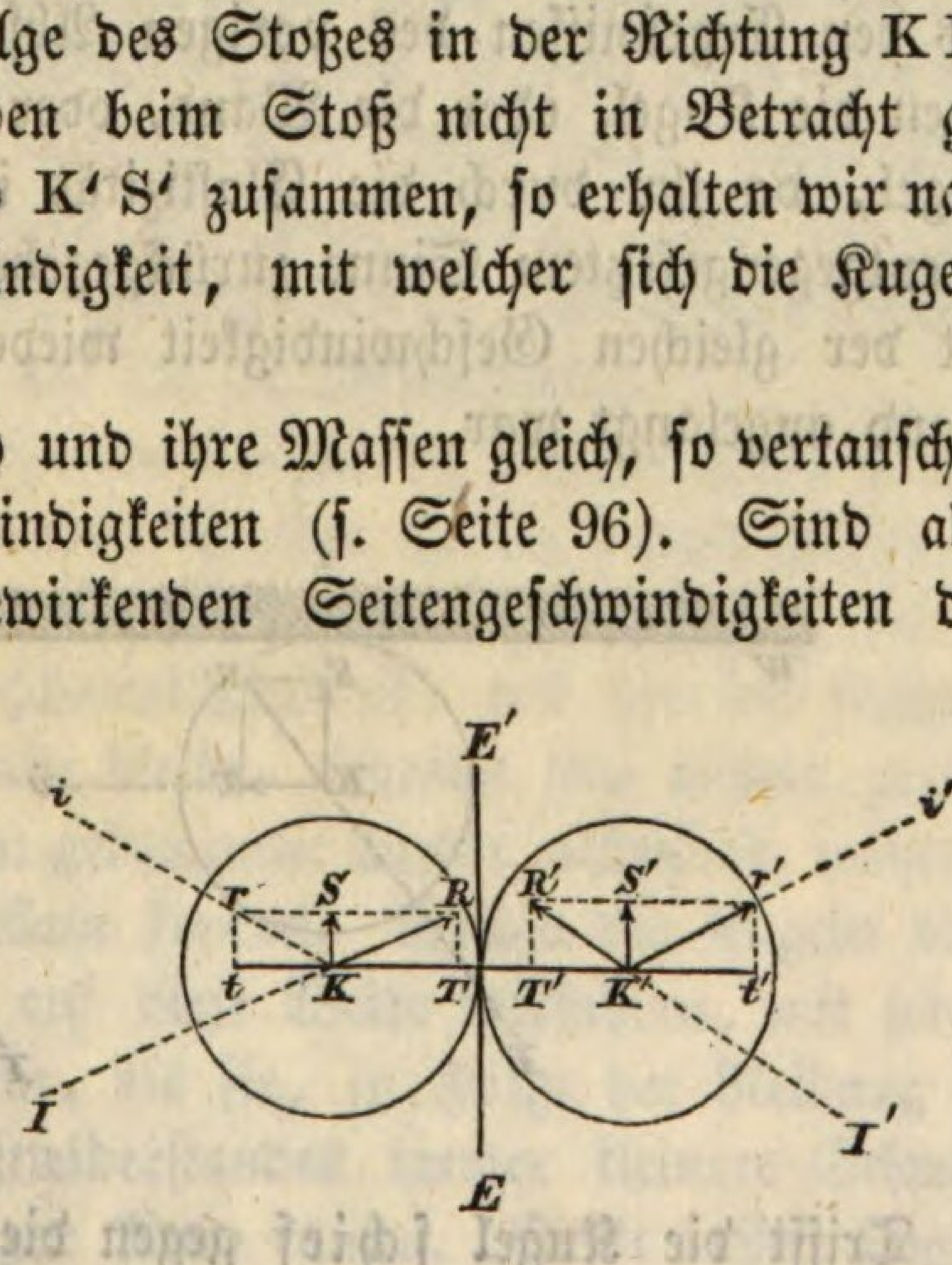
Der schiefe Stoß.

Stößt eine Kugel schief gegen eine andere, d. h. steht die Richtung ihrer Bewegung oder die Richtung des Stoßes nicht senkrecht auf der Berührungsebene der beiden Kugeln, so liegen immerhin die beiden Mittelpunkte K und K′ mit dem Berührungspunkt B in einer geraden Linie. Sind alsdann KR und K′R′ die Geschwindigkeiten der Kugeln, so lassen sich diese je in 2 Seitengeschwindigkeiten zerlegen, von denen das eine Paar, KT und K′T′, senkrecht auf der Berührungsebene EE′ steht und also den Stoß bewirkt, während das andere Paar, KS und K′S′, mit EE′ parallel läuft und somit keinen Einfluß auf den Stoß ausübt, sondern die Kugeln nur neben einander fortzubewegen strebt.



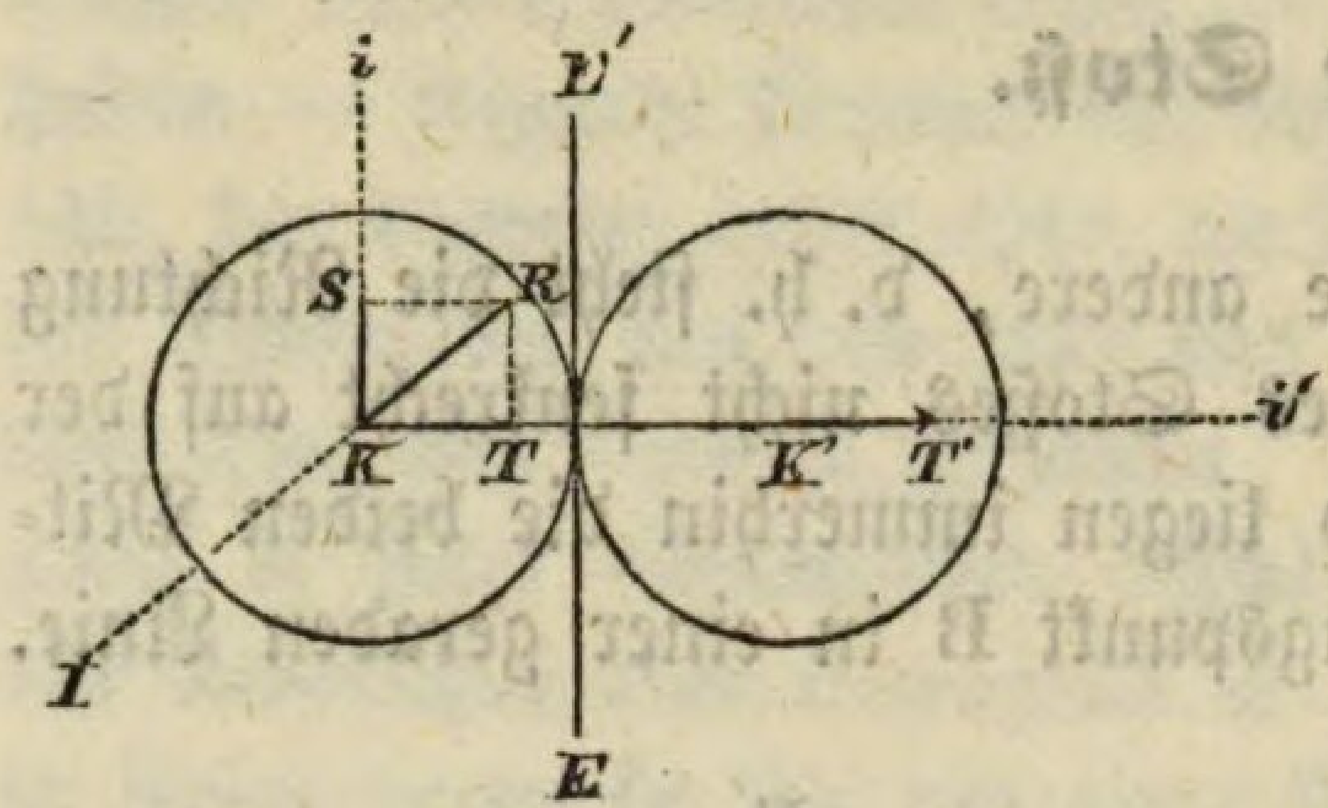
Berechnen wir nun die Wirkung des Stoßes, indem wir als Größen der Bewegung der Kugeln die Produkte M . KT und m . K′T′ in die oben gefundenen Werthe einführen, so erhalten wir leicht die Geschwindigkeiten, welche die Kugeln in Folge des Stoßes in der Richtung KK′ erhalten. Setzen wir diese mit den beim Stoß nicht in Betracht gezogenen Geschwindigkeiten KS und K′S′ zusammen, so erhalten wir nach Richtung und Größe die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Kugeln nach dem Stoß weiter bewegen.

Sind z. B. die Kugeln elastisch und ihre Massen gleich, so vertauschen sie nach dem Stoß ihre Geschwindigkeiten (s. Seite 96). Sind also KT und K′T′ die den Stoß bewirkenden Seitengeschwindigkeiten der Kugeln K und K′, so prallen diese mit den Geschwindigkeiten Kt = K′T′ und K′t′ = KT von einander zurück. Setzen wir diese mit den noch übrigen Seitengeschwindigkeiten KS und K′S′ zusammen, wie dieß in der Figur geschehen ist, so erhalten wir für die Geschwindigkeiten, womit sich die Kugeln von einander entfernen, die Größen



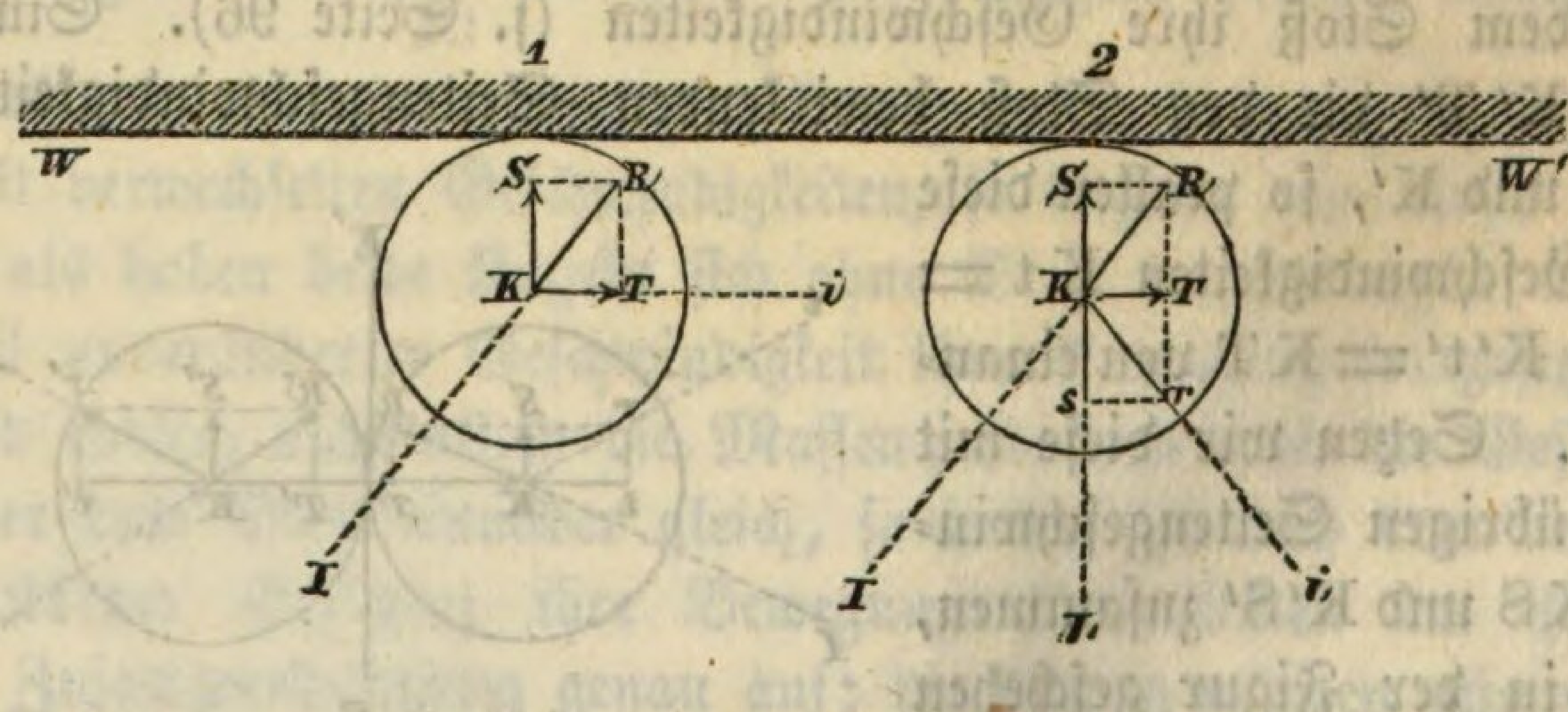
Kr und K'r' und für die Richtungen der neuen Bewegungen die Linien Ki und K'i'.

Betrachten wir endlich noch den Fall, daß von zwei gleichen elastischen Kugeln die eine ruht, z. B. K' in der nebenstehenden Figur, während die andere, K, in der Richtung IK und mit einer Seitengeschwindigkeit KT an sie anstößt. Nach den oben ausgesprochenen Sätzen verliert die Kugel K in diesem Fall diese Seitengeschwindigkeit ganz, und bewegt sich demgemäß mit der zweiten Composante ihrer anfänglichen Geschwindigkeit, nämlich mit KS nach der Richtung Ki weiter, während die Kugel K', auf welche die Geschwindigkeit KT durch den Stoß übertragen wurde, mit dieser Geschwindigkeit in der Richtung K'i' sich fortbewegt.



Der Stoß einer Kugel gegen eine feste Wand.

Ist der Stoß einer Kugel gegen eine feste Wand gerade, also senkrecht zu derselben, so verliert, wenn sowohl Kugel als Wand harte Körper sind, die Kugel ihre Größe der Bewegung vollständig, und sie kommt zur Ruhe, was auch stattgefunden hätte, wenn sie gegen eine ruhende Kugel von unendlich großer Masse angestoßen wäre, wie sich aus den Ergebnissen des vorigen Abschnitts leicht ableiten läßt; ist dagegen die Kugel, oder die Wand, oder sind beide elastisch, so springt die Kugel, da ihr durch die Elastizität ihre ganze Größe der Bewegung in entgegengesetztem Sinne zurückgegeben wird, auf derselben Linie und mit der gleichen Geschwindigkeit wieder zurück, mit welcher sie an der Wand angelangt war.



Trifft die Kugel schief gegen die Wand, so läßt sich die Geschwindigkeit der Kugel, ganz wie oben, in zwei Seitengeschwindigkeiten zer-

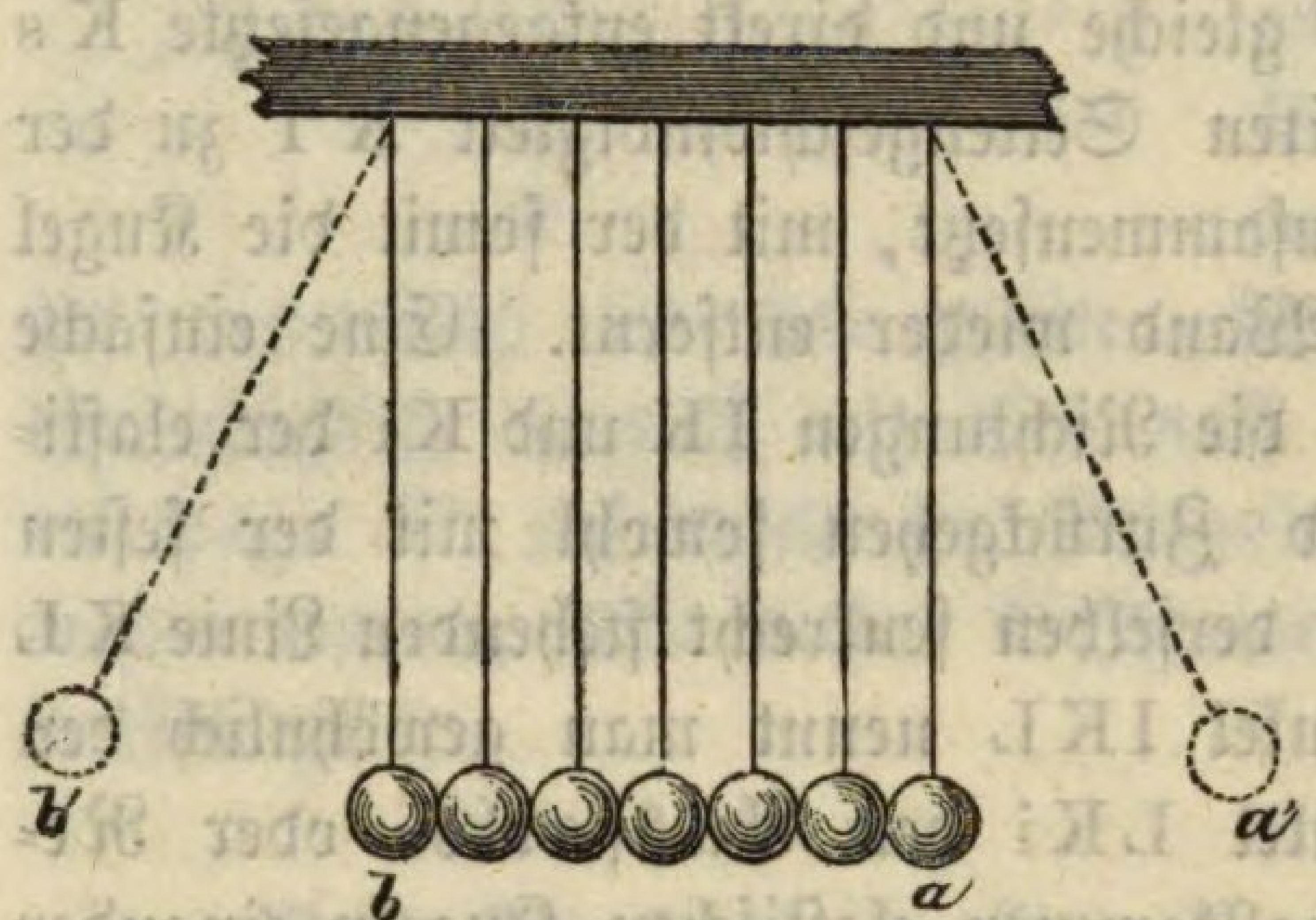
legen, von denen die eine, KS, die senkrecht zur Wand gerichtet ist, den Stoß bewirkt, während die andere, KT, parallel mit der Wand geht, und also beim Stoße gar nicht betheiligt ist. Sind die Kugel und die Wand vollkommen harte Körper, wie bei 1 der vorstehenden Figur vorausgesetzt ist, so wird die Seitengeschwindigkeit KS ganz aufgehoben, und die Kugel bewegt sich mit der Geschwindigkeit KT längs der Wand WW′. Sind dagegen beide Körper, oder auch nur einer derselben, vollkommen elastisch, wie in der 2. Figur angenommen ist, so wird durch den Stoß die Geschwindigkeit KS in die ihr gleiche und direkt entgegengesetzte Ks verwandelt, die sich mit der zweiten Seitengeschwindigkeit KT zu der resultirenden Geschwindigkeit Kr zusammensetzt, mit der somit die Kugel in der Richtung Ki sich von der Wand wieder entfernt. Eine einfache geometrische Betrachtung zeigt, daß die Richtungen IK und Ki der elastischen Kugel beim Ankommen und Zurückgehen sowohl mit der festen Wand selbst, als auch mit der auf derselben senkrecht stehenden Linie KL gleiche Winkel machen. Den Winkel IKL nennt man gewöhnlich den Einfallswinkel, und den Winkel LKi den Ausfalls- oder Reflexionswinkel; beide sind bei vollkommen elastischen Kugeln einander gleich.

Um die Gesetze des Stoßes durch Versuche darzuthun, bedient man sich der Perkussions- oder Stoßmaschine, die in der Hauptsache aus einem Gestell besteht, an welchem die verschiedenen Arten von Kugeln an langen Schnüren bequem aufgehängt und gegen einander gestoßen werden können. Diese Versuche geben jedoch keine ganz genauen Resultate, weil es uns, wie schon bemerkt worden ist, sowohl an vollkommen harten, als auch an vollkommen elastischen Körpern fehlt. Gewöhnlich nimmt man als harte Körper Kugeln aus getrocknetem Thon oder aus weißem Wachs, das mit etwas Fett gemengt wurde; als elastische Körper erweisen sich elfenbeinerne Kugeln als die vortheilhaftesten.

Hängt man zwei gleiche elfenbeinerne Kugeln in gleicher Höhe so auf, daß sie sich berühren, und läßt alsdann die eine an die andere stoßen, so springt, in Uebereinstimmung mit dem S. 94 gefundenen Gesetz, die gestoßene Kugel mit der gleichen Geschwindigkeit ab, mit der die stoßende auf sie trifft, während diese in Ruhe bleibt. Kommt jene wieder zurück, so schnellt sie die eben erst zur Ruhe gekommene wieder rückwärts, während sie selbst zum zweiten Mal zur Ruhe kommt. Wären die Kugeln vollkommen elastisch, so müßten sie auf diese Weise fortfahren, mit jedem neuen Stoß ihre Rollen zu wechseln, bis sie, in Folge der Reibung an den Aufhängepunkten und des Luftwiderstandes immer kleinere Schwingungen machend, allmälig beide zur Ruhe kämen. Statt dessen kommt in Folge der unvollkommenen Elastizität schon nach dem ersten Stoß die

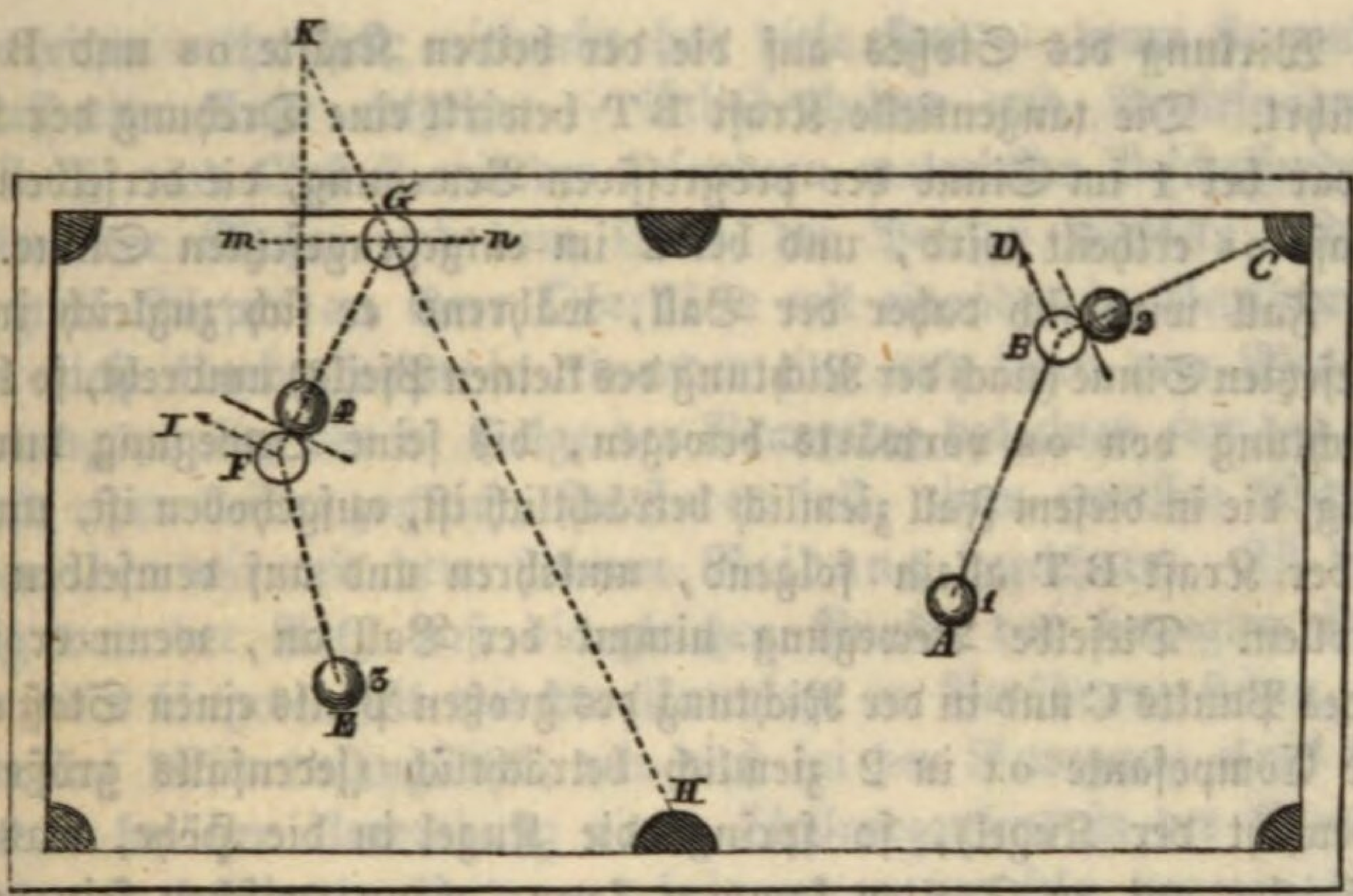
anstoßende Kugel nicht vollständig zur Ruhe, sondern folgt der angestoßenen Kugel ganz unmerklich; mit jedem neuen Stoß werden diese kleinen Schwingungen der stoßenden Kugel stärker, bis am Ende beide Kugeln neben einander hin und her schwingen, ohne daß ein weiterer Stoß erfolgt.

Hängt man mehrere gleiche elastische Kugeln so auf, daß ihre Mittelpunkte genau in einer horizontalen geraden Linie liegen, so wird, wenn eine äußerste Kugel (a) auf ihre nächstliegende stößt, nur wiederum die äußerste (b) am andern Ende abgeschnellt, während alle übrigen in Ruhe bleiben. Wiederholen sich die Stöße abwechselnd auf der einen und andern Seite, so erheben sich immer nur die äußersten Kugeln zu einer gewissen Höhe a′ und b′, und kommen je nach vollbrachtem Stoß wieder zur Ruhe.



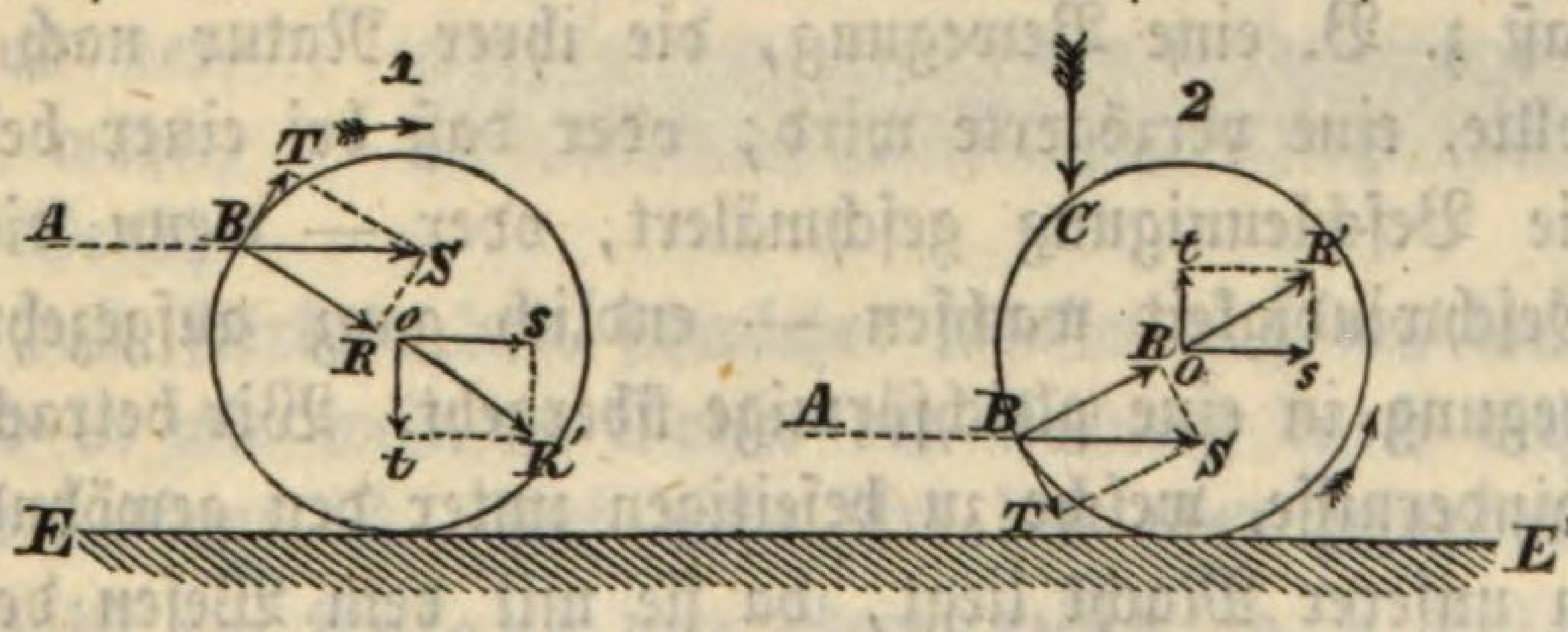
Bei dieser Art des Stoßes wird nämlich die Größe der Bewegung der stoßenden Kugel auf die zweite, von der zweiten auf die dritte u. s. w. übergetragen, bis endlich die letzte, da keine weitere Uebertragung möglich ist, die Bewegung selbst auszuführen gezwungen wird. Läßt man zwei, drei ꝛc. Kugeln auf der einen Seite zugleich zum Stoß gelangen, so springen auch zwei, drei ꝛc. Kugeln auf der andern Seite gleichzeitig ab u. s. f. Auch hier tritt der Umstand ein, daß die Kugeln, die bei vollkommener Elastizität nach dem Stoß vollständig zur Ruhe kommen müßten, durch diesen in immer stärkere Schwingung gerathen, bis endlich ihre ganze Reihe gleichzeitig hin und her schwingt.

Aehnliche Versuche mit gleichen elastischen Kugeln lassen sich auch auf dem Billard anstellen. Außerdem kann man hier die Wirkungen des schiefen Stoßes und des Stoßes gegen feste Wände beobachten, wie denn die ganze Kunst des Billardspiels auf der Anwendung der Stoßgesetze beruht. — Soll z. B. der Ball 2 durch den Ball 1 in das Loch C gestoßen werden, so muß 2 sich in der Richtung BC bewegen, und es muß daher (s. S. 97) der Mittelpunkt des Balls 1 im Augenblick des Stoßes in der Linie BC liegen und dieser Ball selbst muß also die Lage haben, wie sie durch den punktirten Kreis angedeutet ist; 1 muß zu diesem Ende im Punkt A und in der Richtung AB angestoßen werden. Nach dem Stoß bewegt sich der Ball 1 nach dem früher Gesagten parallel mit der Berührungsebene, also in der Richtung BD, weiter. — Soll ferner der Ball 4 von dem Ball 3 durch einen Bandstoß (doublé) in das Loch H



getrieben werden, so muß derselbe das Band in einem solchen Punkte G treffen, von welchem aus er, bei gleichem Ein- und Ausfallswinkel, in der Richtung GH zurückspringt. Den Punkt G erhält man genau, wenn man den senkrechten Abstand des Balls vom Band verdoppelt, und den Endpunkt K dieses doppelten Abstandes mit H verbindet. (Es ist dabei natürlich der Halbmesser der Kugel in Abzug zu bringen, und somit die Linie mn als Band zu betrachten.) Der Stoß muß also in der Richtung EF erfolgen, damit die auf der Berührungsebene senkrecht stehende Composante der Geschwindigkeit nach FG gerichtet ist. Der Ball 3 muß demgemäß in E und in der Richtung EF angestoßen werden; nach dem Stoß schlägt er die Richtung FI, parallel mit der Berührungsfläche oder senkrecht zu FG, ein.

Betrachten wir noch die Bewegung einer Billardkugel, wenn die Richtung des Stoßes senkrecht über oder unter dem Mittelpunkt hindurch geht. Es sei AB die Richtung des Stoßes, und BS stelle die Größe der Stoßkraft dar. Diese läßt sich zerlegen in eine durch den Mittelpunkt des



Balls gehende Composante BR und in eine nach der Berührungslinie des Punktes B gerichtete BT; die Kraft BR läßt sich, in den Mittelpunkt der Kugel verlegt, wieder in 2 Seitenkräfte os und ot zerlegen, von denen die erstere der Kugel eine fortschreitende Bewegung ertheilt, während die letztere im Sinne der Schwere wirkt, und demgemäß bei 1 das Gewicht der Kugel vermehrt, bei 2 dagegen vermindert. Somit

ist die Wirkung des Stoßes auf die der beiden Kräfte os und B T zurückgeführt. Die tangentielle Kraft B T bewirkt eine Drehung der Kugel, und zwar bei 1 im Sinne der progressiven Bewegung, die derselben durch die Kraft os ertheilt wird, und bei 2 im entgegengesetzten Sinne. Im letztern Fall wird sich daher der Ball, während er sich zugleich im entgegengesetzten Sinne (nach der Richtung des kleinen Pfeils) umdreht, so lang in der Richtung von os vorwärts bewegen, bis seine Bewegung durch die Reibung, die in diesem Fall ziemlich beträchtlich ist, aufgehoben ist, und alsdann, der Kraft B T allein folgend, umkehren und auf demselben Wege zurückrollen. Dieselbe Bewegung nimmt der Ball an, wenn er in der Nähe des Punkts C und in der Richtung des großen Pfeils einen Stoß erhält. Ist die Composante ot in 2 ziemlich beträchtlich (jedenfalls größer, als das Gewicht der Kugel), so springt die Kugel in die Höhe, was dann dem Spieler gut zu Statten kommen kann, wenn zwischen seinem Ball und dem, den er treffen will, ein dritter im Wege steht.

Die Gesetze des Stoßes werden auch benutzt, um sehr große Geschwindigkeiten, wie die von Geschützkugeln, insbesondere von Kanonenkugeln, zu berechnen, indem man diese Kugeln an sehr große und schwere Pendel anprallen läßt. Aus dem Elongationswinkel des Pendels läßt sich die ihm mitgetheilte Größe der Bewegung und aus dieser und dem Gewicht der Kugel sofort die Geschwindigkeit der letztern berechnen.

Hindernisse der Bewegung.

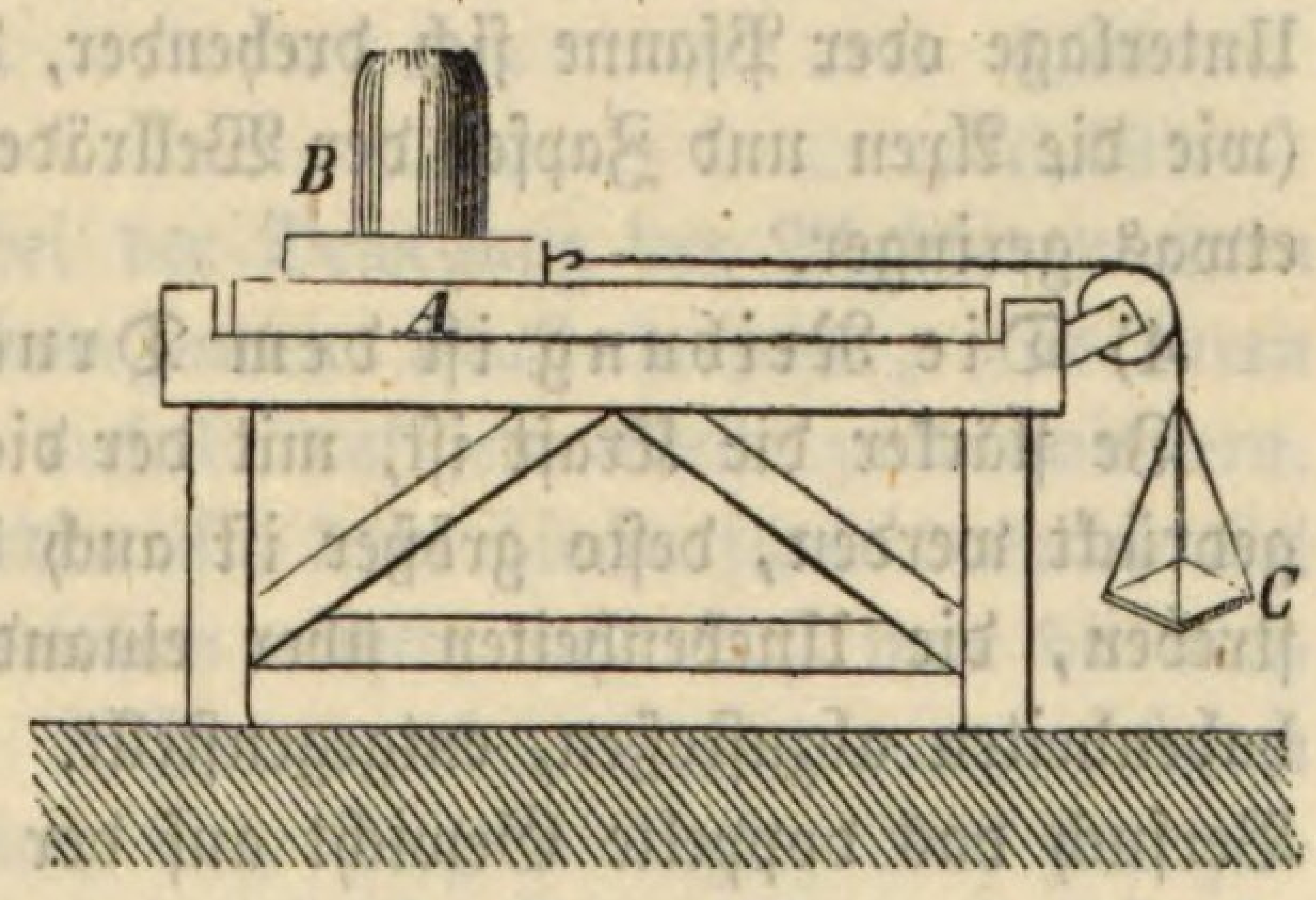
Wir haben wiederholt darauf aufmerksam gemacht, daß die in dem Bisherigen betrachteten Bewegungen in der Wirklichkeit nicht in aller Strenge nach den dafür aufgefundenen Gesetzen und Regeln vor sich gehen, sondern durch Widerstände und Hindernisse, die sich den bewegten Körpern entgegenstellen, größere oder kleinere Abänderungen erleiden, so daß z. B. eine Bewegung, die ihrer Natur nach eine gleichförmige sein sollte, eine verzögerte wird; oder daß bei einer beschleunigten Bewegung die Beschleunigung geschmälert, oder — wenn die Widerstände mit der Geschwindigkeit wachsen — endlich ganz aufgezehrt wird und die Bewegung in eine gleichförmige übergeht. Wir betrachten hier nur diejenigen Hindernisse, welche zu beseitigen unter den gewöhnlichen Umständen nicht in unserer Macht liegt, da sie mit dem Wesen der Materie unzertrennlich verbunden sind, nämlich die Reibung und den Widerstand des Mittels (Mediums), in welchem die Bewegung vor sich geht, und zwar zunächst nur den Widerstand des Wassers und der Luft.

Die Reibung.

Da jeder, auch der dichteste Körper, porös ist, so läßt sich keinem derselben eine so vollkommene Politur geben, daß seine Oberfläche keinerlei

Unebenheiten mehr hat; vielmehr hat diese stets — wenn sie auch dem unbewaffneten Auge entgehen — Erhabenheiten und Vertiefungen, die nach Größe und Gestalt mit der besondern materiellen Beschaffenheit und Struktur der Körper und dem Grad der Politur wechseln. Kommen daher zwei Körper an ihrer Oberfläche mit einander in Berührung, so greifen diese Unebenheiten in einander ein, und setzen dem Wechsel der Berührungspunkte, der in Folge der Bewegung des einen oder des andern Körpers, oder beider zugleich, stattfinden soll, einen gewissen Widerstand entgegen, den wir mit dem Namen **Reibung** bezeichnen. Ist die Bewegung von der Art, daß die gleichen Punkte des bewegten Körpers kürzere oder längere Zeit mit der Unterlage in Berührung stehen, indem derselbe auf dieser dahingleitet, wie dieß bei der Bewegung eines Schlittens oder bei der Umdrehung eines Wellradzapfens in der Pfanne der Fall ist, so heißt die Reibung **gleitende**; wechseln dagegen die Berührungspunkte in jedem Augenblick, wie dieß der Fall ist, wenn der bewegte Körper auf der Unterlage fortrollt, so heißt sie **rollende** Reibung. Ueber beide Arten der Reibung sind — namentlich von den Franzosen Coulomb (1781) und Morin (1831) — zahlreiche Versuche angestellt worden, deren wichtigste Resultate wir im Folgenden zusammenstellen.

Zur Bestimmung der **gleitenden Reibung** wendet man gewöhnlich den hier abgebildeten Apparat an, der aus einer festen Unterlage A und einer beweglichen Platte B besteht, die mittelst Gewichten, die in die Schale C gelegt werden, in Bewegung versetzt wird. Diese Gewichte sind das Maß für die Größe der Reibung. Indem man nun Unterlage und Platte aus verschiedenen Materialien wählt, letzterer verschiedene Berührungsflächen gibt, sie bald stärker, bald schwächer belastet u. s. w., kann man ermitteln, ob und in wie weit die Größe der Reibung durch diese verschiedenen Umstände bedingt ist. Auf diese Art hat man gefunden:



1) **Die Reibung ist im Anfang der Bewegung, d. h. beim Uebergang von der Ruhe in die Bewegung, größer, als während der Bewegung.**

Dieß ist übrigens nur dann der Fall, wenn die beiden Körper vor der Bewegung mindestens einige Minuten — manche, wie Holz und Metall, mehrere Tage — mit einander in Berührung gewesen sind; die größere Reibung scheint demnach in einem vollständigeren und tieferen

Eingreifen der Unebenheiten in einander, das erst nach einiger Zeit in Folge des längeren Drucks seinen höchsten Punkt erreicht, ihren Grund zu haben.

2) Die Reibung ist unabhängig von der Geschwindigkeit des bewegten Körpers.

Auf den ersten Anblick mag dieser Satz einigermaßen befremden, da man annehmen zu dürfen meint, die Reibung müsse um so größer sein, je mehr Punkte der bewegten Körper innerhalb einer gewissen Zeit mit einander in Berührung kommen; man wird jedoch die Sache erklärlich finden, wenn man bedenkt, daß in demselben Maß, in welchem die Geschwindigkeit und damit die Zahl der Berührungspunkte wächst, die Zeit, welche diesen zum Eingriff in einander gestattet ist, abnimmt. Uebrigens ist dieses Gesetz nur innerhalb gewisser Grenzen richtig.

3) Die Reibung ist unabhängig von der Größe der Reibungsfläche.

Dieser Satz gilt nur für ziemlich glatte und harte Körper und für größere Belastungen; bei rauhen oder weichen Körpern wächst die Reibung mit der Berührungsfläche; außerdem findet eine Abänderung dieses Gesetzes in dem Fall statt, wenn die Berührungsfläche außerordentlich klein wird, so daß sie nur noch eine abgerundete Kante oder eine Spitze bildet; eine solche kleine Berührungsfläche bietet z. B. auch ein auf einer Unterlage oder Pfanne sich drehender, dabei aber nicht rollender Cylinder (wie die Axen und Zapfen der Wellräder) dar; die Reibung ist hier immer etwas geringer.

4) Die Reibung ist dem Druck direkt proportional.

Je stärker die Kraft ist, mit der die Berührungsflächen gegen einander gedrückt werden, desto größer ist auch der Widerstand, der sich dem Bestreben, die Unebenheiten über einander hinweg zu heben oder die Erhabenheiten abzustoßen, entgegenstellt. Wird also bei dem oben berührten Versuch das doppelte Gewicht auf der Platte B aufgelegt, so muß auch die Schale C doppelt so stark belastet werden, wenn die Reibung überwunden und B in Bewegung gesetzt werden soll. Ist z. B. eine Kraft (Gewicht in der Schale) von 40 Pfd. nöthig, um die Reibung der Platte bei einer Belastung von 100 Pfd. zu überwinden, so bedarf es einer Kraft von 80 Pfd., um die Platte bei einer Belastung von 200 Pfd. in Bewegung zu setzen. In beiden Fällen beträgt also die Größe der Reibung $\frac{40}{100} = {}^2/_5$ des Drucks. Um daher für irgend eine andere Belastung der gleichen Platte die Größe der Reibung oder die Größe des in der Schale aufzulegenden Gewichts zu bestimmen, hat man nur die Belastung mit ${}^2/_5$ zu multipliciren.

Diese Zahl nennt man den Reibungscoeffizienten; derselbe ist gewöhnlich kleiner als 1, und für verschiedene Materialien und verschiedene Grade der Politur verschieden. Man hat in dieser Beziehung gefunden, daß die Reibung bei gleichartigen Körpern häufig größer ist, als bei ungleichartigen, daß also z. B. Stahl auf Stahl eine stärkere Reibung erzeugt, als Stahl auf hartem Stein; Holz auf Holz von derselben Gattung eine stärkere, als zwei Hölzer von verschiedenem Gefüge; ebenso ist die Reibung stärker, wenn die Fasern zweier Hölzer in gleicher Richtung liegen, als wenn die des einen quer über die des andern hingleiten; überdieß wächst die Reibung bei Hölzern mit dem Grad ihrer Feuchtigkeit, und bei Metallen mit der Temperatur. Die folgende Tabelle enthält die Reibungscoeffizienten einiger Materialien:

Materialien:	Reibungscoeffizient:
Eichenholz auf Eichenholz, mit gleichlaufenden Fasern .	0,48
" " " " quer liegenden " .	0,34
Buchenholz auf Buchenholz, mit gleichlaufenden Fasern .	0,36
Gußeisen auf Gußeisen	0,15
Schmiedeisen auf Schmiedeisen	0,14
Gußeisen auf Eichenholz	0,49
Schmiedeisen auf Eichenholz	0,63
Schmiedeisen auf Gußeisen	0,19
Stahl auf Gußeisen	0,20
Messing auf Gußeisen	0,19

Da der Reibungswiderstand bei der Bewegung der Maschinen einen nicht unbedeutenden Theil der bewegenden Kraft verzehrt, und deren Wirkung schmälert, so sucht man dieselbe auf jede Weise zu vermindern. Nach dem, was bisher gesagt worden ist, kann hierin schon dadurch viel geschehen, daß man passende Materialien wählt, und daß man die Reibungsflächen möglich glatt macht. Außerdem aber wendet man zu diesem Zweck Schmiermittel an, wie Theer, Oel, Talg u. drgl.; auch fein zeriebener Graphit wird zuweilen benutzt. Durch sorgfältiges und häufig wiederholtes Schmieren kann der Reibungscoeffizient sehr bedeutend vermindert werden, so daß er in günstigen Fällen nur noch 0,05 oder $1/_{20}$ des Drucks beträgt.

Wenn uns so die Reibung einerseits hemmend im Wege steht, und wir so viel als möglich auf deren Beseitigung bedacht sind, so ist dieselbe anderseits wieder von dem größten Nutzen. Es müßte sonderbar in der Welt aussehen, wenn keine Reibung vorhanden wäre: wie wollten wir gehen und stehen, wenn wir bei der kleinsten Schwankung nach allen Seiten ausgleiten und zu Boden stürzen würden? Wie mühsam müßte es uns werden, unsern Hunger und Durst zu stillen, wenn wir jeden

Bissen Brod nur mit äußerster Vorsicht in den Mund bringen könnten; wenn wir das Stückchen Fleisch, das wir an die Gabel zu stecken gewohnt sind, entweder mit der ganzen Hand ergreifen oder gar mit der Zange fassen müßten, vorausgesetzt, daß wir vorerst letztere fest in der Hand hielten; wenn unsere Trinkgläser, unvorsichtig berührt, sogleich über den Tisch hinweggleiteten und den labenden Trank auf den Boden ausgößen? Wie würde es mit dem Bau von Häusern, Maschinen 2c. aussehen, wenn bei der geringsten Neigung der Berührungsflächen oder beim unbedeutendsten Stoß Steine, Balken u. s. w. über einander hinweggleiteten, Nägel, Schrauben und andere Befestigungsmittel bei der leichtesten Erschütterung ausfielen? — Wir überlassen es dem Leser, diese Betrachtung weiter fortzusetzen.

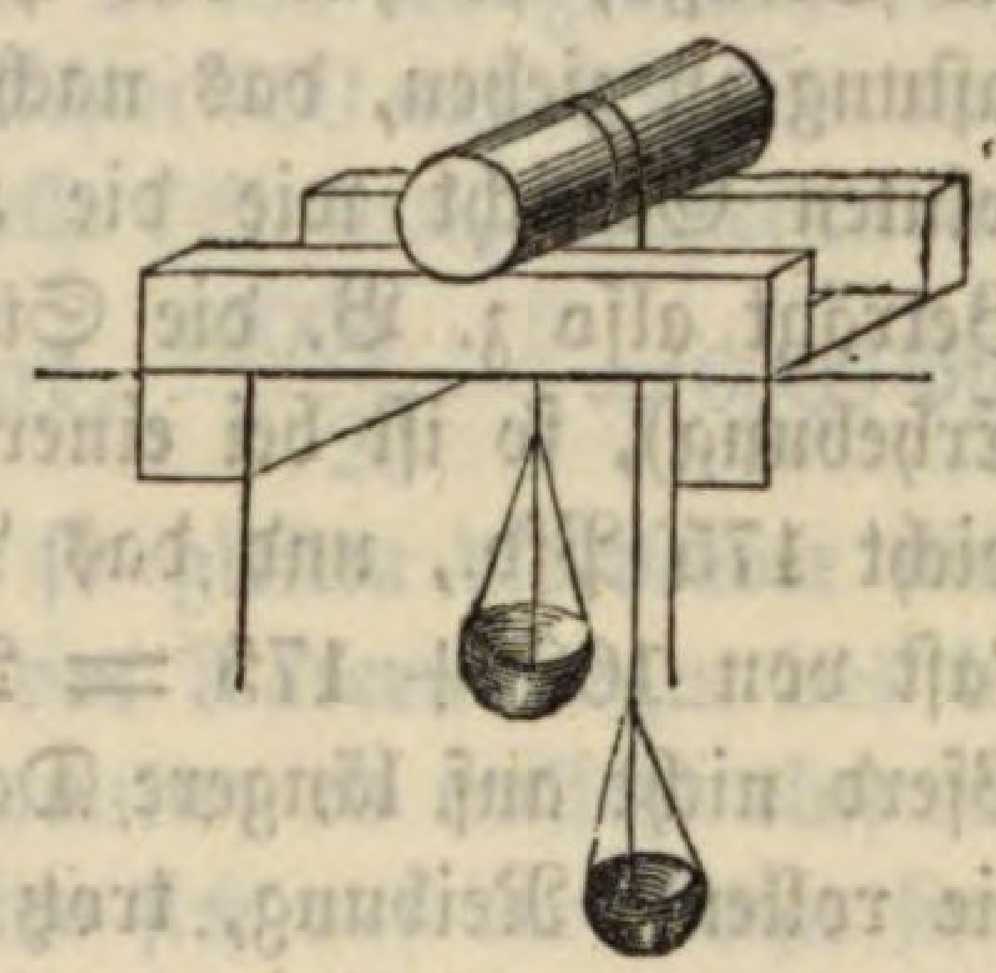
Nicht selten kommen wir sogar in den Fall, auf Vermehrung der Reibung hinzuarbeiten. Um die allzurasche Bewegung eines bergab laufenden Wagens zu hemmen, verwandeln wir die geringere rollende Reibung einzelner Räder durch Sperren in eine gleitende; um Werkzeuge, Seile, den Klettermast u. drgl. fester fassen zu können, benetzen wir die innere Fläche unserer Hände; die Seiltänzer und Kunstreiter bestreichen ihre Sohlen mit Kreide oder Colophonium, um einen sicherern Stand auf dem Seil und auf dem glatten Rücken des Pferdes zu gewinnen u. s. f. . . . .

Zeigen wir nun an einem Beispiel, wie die Größe des Reibungswiderstands an einem einzelnen Maschinentheil durch die Rechnung genauer bestimmt werden kann. Die Zapfen eines durch irgend einen Motor in Bewegung gesetzten Wellrads haben einen Durchmesser von 7 Zoll, oder einen Umfang von annähernd 22 Zoll, und das Gewicht desselben betrage 300 Centner. Wird der Reibungscoeffizient den Umständen entsprechend zu $^1/_{10}$ angenommen, so beträgt die Größe der Reibung, die auf die beiden Zapfen vertheilt ist, $^1/_{10}$ von 300 Centr., d. i. 30 Centr. oder 3000 Pfund. Braucht nun das Rad etwa 11 Sekunden zu einem Umlauf, so muß in jeder Sekunde $^1/_{11}$ des Umfangs der Zapfen, d. h. ein Stück von 2 Zoll oder $^1/_6$ Fuß Länge über die Unterlage hinweggeführt werden, eine Arbeit, welche der gleich kommt, eine Last von 3000 Pfund in 1 Sekunde auf eine Höhe von $^1/_5$ Fuß zu heben; die hiezu erforderliche Kraft ist somit gleich 3000 . $^1/_5$ = 600 Fußpfund, oder, wenn wir der Einfachheit halber 1 Pferdskraft zu 500 Fußpfund rechnen, gleich $1^1/_5$ Pferdskraft. Wollen wir die Momente der einzelnen Kräfte angeben, die bei der Bewegung des Wellrads mitwirken, so haben wir in diesem Fall die Reibung als Last von 3000 Pfund, an einem Arme gleich dem Halbmesser des Zapfens wirkend, ihr Moment also gleich

3000 . $^7/_{20}$ (wenn die Länge der Arme in Fußen ausgedrückt wird), in Rechnung zu ziehen.

Aus beiden Berechnungen geht hervor, daß die Dicke der Zapfen einen wesentlichen Einfluß auf die Größe der Reibung ausübt, und daß eben deßwegen der Maschinenbauer darauf bedacht sein muß, dieselben aus dem besten Material zu verfertigen, um ihnen einen möglichst kleinen Durchmesser geben zu können.

Die *rollende Reibung* ist bedeutend kleiner, als die gleitende, und es muß daher, wo immer möglich, die rollende Bewegung der gleitenden vorgezogen werden. Bei den Versuchen über die rollende Reibung benutzt man eine wohlgeglättete Walze, welche auf horizontalen Unterlagen ruht, und mit Gewichten belastet ist, die gleich vertheilt in zwei Schalen gelegt werden, welche an einer um die Walze geschlungenen Schnur hängen. Vermehrt man nun nach und nach das Gewicht der einen Schale durch weitere Gewichte, und bemerkt man den Punkt, wo die Walze eben anfängt, sich zu drehen, so gibt das vorhandene Uebergewicht das Maß der rollenden Reibung. Auf diese Weise ist man zu folgenden Resultaten gelangt:



1) *Die rollende Reibung ist dem Druck direkt proportional.* Es ist dieß dasselbe Gesetz, wie bei der gleitenden Reibung. Eine eiserne Walze, welche ungefähr das 8fache Gewicht einer gleich großen hölzernen hat, erfordert nach diesem Gesetz beim Fortrollen auf einer harten Bahn auch eine 8mal größere Anstrengung, als die hölzerne.

2) *Die rollende Reibung ist dem Durchmesser des rollenden Körpers umgekehrt proportional.*

Je größer also z. B. der Durchmesser eines Wagenrades ist, desto geringer ist die Reibung auf der Bahn, und zwar beträgt sie bei einem Rad von doppeltem Durchmesser nur halb so viel, als bei einem andern vom einfachen Durchmesser u. s. f.

Für *Fuhrwerke* hat man ferner gefunden, daß auf weichem Terrain die nöthige Zugkraft um so kleiner ist, je breiter die Radfelgen sind; daß dagegen auf gepflasterten oder auf chaussirten Straßen mit festem Grund der Reibungswiderstand von der Felgenbreite unabhängig ist. Poncelet gibt folgende Reibungscoeffizienten für gewöhnliche Wagenräder mit eisernen Reifen:

Auf einer gepflasterten Straße in gutem Zustand, im Schritt 0,0185 od. $^1/_{54}$;
" " " " " " " " Trab 0,0238 " $^1/_{42}$;
auf einer mit Stein beschlagenen Straße im besten Zustand 0,0150 " $^1/_{66}$;

auf einer mit Stein beschlagenen Straße im gewöhnl. Zustand 0,0414 od. 1/24;
auf einer frisch mit Kies und Sand beschotterten Straße 0,0634 „ 1/16;
auf einer mit eichenen Brettern belegten Bahn . . . . . 0,0102 „ 1/100.

Nehmen wir als mittleren Coeffizienten der rollenden Reibung (die gleitende an den Axen kann, zumal bei gut geschmierten Rädern, wegen des meist sehr kleinen Halbmessers der Axen ohne merklichen Fehler ganz vernachlässigt werden) auf gut erhaltener chaussirter Straße zu 1/35 der Belastung an, und rechnen wir die Zugkraft eines Pferdes, mit der es ohne übermäßige Anstrengung längere Zeit ausdauern kann, zu 100 Pfd., so beträgt die Last, die einem Pferd auf ebenem (horizontalem) Boden zugemuthet werden kann, 3500 Pfd. oder 35 Cntr. Erhebt sich aber die Straße, so hat das Pferd auch noch das relative Gewicht der Belastung zu ziehen, das nach den Gesetzen der schiefen Ebene sich zum absoluten Gewicht wie die Höhe zur Länge der schiefen Ebene verhält. Beträgt also z. B. die Steigung 1/20 (auf 100 Fuß Straßenlänge 5 Fuß Erhebung), so ist bei einer Belastung von 35 Centnern das relative Gewicht 175 Pfd., und das Pferd hat also in diesem Fall im Ganzen eine Last von 100 + 175 = 275 Pfd. zu ziehen, was selbst einem starken Pferd nicht auf längere Dauer zugemuthet werden kann. Wir haben hier die rollende Reibung, trotz des verminderten Drucks auf die schiefe Ebene, unverändert gelassen, da diese Verminderung für diese wie für alle gewöhnlichen Steigungen höchst unbedeutend ist, sofern Basis und Länge der schiefen Ebene in diesen Fällen ganz unbedeutend verschieden sind.

Soll die gleiche Last dieselbe Straße bergab geführt werden, so muß das Pferd mit einer Kraft von nicht ganz 75 Pfd. anhalten; denn das relative Gewicht des Wagens oder sein Fallbestreben auf der schiefen Ebene beträgt 175 Pfd. und die Reibung 100 Pfd.; somit bleibt noch ein Fallbestreben von 75 Pfd., das den Wagen bergab zieht, und das durch Anhalten des Pferds theilweise — je nach der Geschwindigkeit — aufgehoben werden muß, wenn der Wagen nicht mit beschleunigter Bewegung die Straße hinabrollen soll. Um dem Pferde diese Anstrengung bei starken Steigungen und Belastungen theilweise oder ganz zu ersparen, wird gewöhnlich mittelst des Hemmschuh's oder der Sperrkette die rollende Bewegung in die gleitende verwandelt — der Widerstand also bedeutend vermehrt.

Auf Eisenbahnen beträgt die Reibung nur ungefähr 1/360 (de Pambour gibt 1/359 als Reibungscoeffizienten an) der Belastung, so daß ein Pferd hier 350 Centner noch leichter fortziehen kann, als dort 35 Centner. In der Regel wird jedoch auf Eisenbahnen die Lokomotive gebraucht, deren Wirkungsweise von der des Pferdes wesentlich verschieden ist. Während nämlich das Pferd auf die Axe des Wagens wirkt und durch das Vorwärtsziehen derselben auch das Rad in Bewegung setzt, greift die Maschine

der Lokomotive unmittelbar in die Speichen der Räder ein, dreht diese um, und setzt so die Axe sammt Allem, was darauf liegt und daran hängt, in Bewegung.

Denken wir uns zunächst, die Axe der Räder, welche die Maschine zu drehen strebt, der sogenannten Treibräder, werde durch irgend einen Widerstand zurückgehalten, d. h. verhindert, eine fortschreitende Bewegung anzunehmen; alsdann werden diese Räder sammt der fest mit ihnen verbundenen Axe, wenn anders die Maschine stark genug ist, eine rotirende Bewegung annehmen. Der Widerstand, der in diesem Fall zu bewältigen ist, besteht in der gleitenden Reibung auf den Schienen, welche, wenn das Gewicht der Lokomotive zu 400 Centner (dieses Gewicht wechselt bei den gewöhnlichen Lokomotiven zwischen 15000 und 25000 Kilogramm, oder, das Kilogramm zu 2 Pfund angenommen, zwischen 300 und 500 Centner) und der Reibungscoeffizient nach obiger Tabelle (S. 105, Gußeisen auf Gußeisen) zu 0,15 oder $^3/_{20}$ angenommen wird, $\frac{40000 \cdot 3}{20} = 6000$ Pfd. beträgt. Wird die Axe plötzlich losgelassen, so gleiten die Räder nicht mehr auf den Schienen, sondern diese dienen den Rädern wegen des bedeutenden Reibungswiderstandes als Drehungspunkte; es entsteht eine rollende Bewegung, in Folge deren die Lokomotive sich auf der Bahn fortbewegt. Nun beschränkt sich der ganze Widerstand, den die Maschine zu überwinden hat, auf die rollende Reibung, d. i. auf $^1/_{360}$ des Gewichts der Lokomotive; dieß macht für das obige Beispiel $\frac{40000}{360}$ oder nahezu 100 Pfd., so daß hiedurch nur ein geringer Theil ihrer Kraft, die oben einen Widerstand von 6000 Pfd. zu überwinden im Stande war, verbraucht wird.

Die Maschine ist daher im Stande, auch noch einen Wagenzug mit sich zu schleppen, vorausgesetzt, daß der Reibungswiderstand desselben sammt dem der Locomotive nicht 6000 Pfd. oder darüber betrage, da ein solcher Widerstand einem vollständigen Anhalten der Axe gleich käme und somit die rollende Bewegung der Treibräder wieder in die gleitende übergehen müßte. So lang demnach der Gesammtwiderstand der Reibung weniger als 6000 Pfd. beträgt, so lang wird unter den obigen Voraussetzungen der Zug sich vorwärts bewegen. Es ist natürlich, daß man in der Praxis ziemlich weit hinter dieser Grenze zurückbleiben muß, um nicht in Gefahr zu kommen, an besonders glatten Stellen, wo die Reibung geringer ist, sitzen zu bleiben. Das Gesammtgewicht des Zugs (sammt Locomotive) darf also das 360fache von 6000 Pfd. oder 21,600 Cntr., was die theoretische Grenze bilden würde, bei weitem nicht erreichen, zumal da durch die leichte Erschütterung, welche der bewegte Zug den Schie-

nen mittheilt, die Reibung noch etwas vermindert wird, was nach den Beobachtungen Morin's bei allen Bewegungen der Fall ist.

Um beim Anziehen eines Eisenbahnzugs den Reibungswiderstand zu vermehren, und das Gleiten der Treibräder beim Uebergang von der Ruhe in die Bewegung zu verhindern, wird aus einem oben auf der Locomotive befindlichen Gefäß durch zwei vor den Treibrädern mündenden Röhren feiner Sand auf die Schienen gestreut.

Im Fall einer Steigung der Bahn hat man noch das relative Gewicht des ganzen Zugs in Rechnung zu ziehen. Hat z. B. die Bahn eine Steigung von 1 : 50, so beträgt das relative Gewicht $\frac{1}{50}$ des absoluten Gewichts des Zuges; hiezu kommt für die Reibung $\frac{1}{360}$ des ganzen Gewichts, und wir haben somit $\frac{1}{50} + \frac{1}{360} = \frac{41}{1800}$ oder annähernd $\frac{1}{45}$ des Gewichts des ganzen Zuges als Gesammtwiderstand zu betrachten. Das Gewicht des Zuges muß daher bedeutend geringer sein, als bei der horizontalen Bahn, da die theoretische Grenze jetzt nur noch 45 . 6000 Pfd. oder 2700 Cntr. beträgt. — Hieraus ist leicht abzunehmen, warum bei Eisenbahnen nur unbedeutende Steigungen zulässig sind.

Der Widerstand des Wassers und der Luft.

Der Widerstand des Mittels, in welchem sich ein Körper bewegt, hat seinen Grund in der Undurchdringlichkeit und dem Beharrungsvermögen der Materie. Bewegt sich nämlich ein Körper in irgend einem flüssigen oder gasförmigen Medium — gewöhnlich nur Wasser oder Luft — so muß er jeden Augenblick eine gewisse Menge desselben vorwärts stoßen oder auf die Seite schieben. Dieß erfordert einen Kraftaufwand, der um so größer sein muß, je dichter das Medium ist, in welchem sich der bewegte Körper befindet; denn mit der Dichtigkeit wächst die Masse, und mit der Masse des ruhenden Körpers der Kraftaufwand des stoßenden. Der Widerstand des Mittels ist überdieß um so beträchtlicher, je größer die gestoßene Fläche, d. h. je größer der Querschnitt des bewegten Körpers ist. (Dieser Querschnitt muß senkrecht auf die Richtung der Bewegung angenommen werden.) Je leichter und allmäliger jedoch die Flüssigkeit zu beiden Seiten des bewegten Körpers abfließen kann, je weniger also an der vordern Seite des Körpers das Wasser sich aufstaut oder die Luft sich verdichtet, desto geringer ist der Widerstand derselben. Den bedeutendsten Einfluß jedoch auf diese Art des Widerstandes hat die Geschwindigkeit, mit der sich der

Körper bewegt; derselbe wächst nämlich annähernd im Quadrat der Geschwindigkeit, d. h. er wird viermal stärker, wenn die Geschwindigkeit doppelt so groß wird. Bei einer Geschwindigkeit, die 200 Fuß übersteigt, wächst der Widerstand in einem noch stärkern Verhältniß, als in dem des Quadrats, und dieses neue Verhältniß bleibt ziemlich unveränderlich bis zu 1100 Fuß Geschwindigkeit, von wo an eine noch raschere Zunahme des Widerstandes beginnt.

Die Größe des Widerstandes ist gleich, ob ein bewegter Körper gegen eine ruhige Flüssigkeit, oder eine Flüssigkeit, wie beim fließenden Wasser und beim Wind, gegen einen ruhenden Körper getrieben wird, vorausgesetzt, daß die übrigen Umstände, namentlich die Geschwindigkeit, dieselben sind. Bewegen sich Flüssigkeit und fester Körper gegen einander, so ist es, als ob nur eines von beiden in Bewegung wäre und eine Geschwindigkeit gleich der Summe ihrer beiderseitigen Geschwindigkeiten hätte; wird also z. B. ein Schiff mit einer Geschwindigkeit von 4 Fuß gegen die Strömung eines Flusses, dessen Geschwindigkeit 5 Fuß beträgt, gezogen, so ist der Widerstand des Wassers eben so groß, als wenn das Schiff im ruhigen Wasser sich mit einer Geschwindigkeit von 9 Fuß bewegte. Bewegt sich dagegen der Körper in der gleichen Richtung, wie die Flüssigkeit, so ist die relative Geschwindigkeit desselben nur gleich dem Unterschied der Geschwindigkeiten der beiden bewegten Körper; ein Schiff also, das mit 8 Fuß Geschwindigkeit stromabwärts getrieben wird, hat, wenn die Geschwindigkeit des Flusses, wie vorhin, 5 Fuß beträgt, nur einen der Geschwingkeit von 8 — 5 = 3 Fuß entsprechenden Widerstand zu bekämpfen.

Der Widerstand der Luft ist im Allgemeinen wegen ihrer geringeren Dichtigkeit viel kleiner als der des Wassers; dessenungeachtet wächst derselbe oft zu einer bedeutenden Höhe, wenn die Geschwindigkeit sehr beträchtlich wird, wie dieß bei heftigen Stürmen, wo sie bis zu 50 Fuß und darüber wächst, der Fall ist. Man rechnet den Widerstand der Luft bei einer Geschwindigkeit von 1 Fuß zu $^1/_{500}$ Pfund auf den Quadratfuß, wenn die Stoßfläche eben ist und senkrecht auf der Richtung der Bewegung steht, so daß der Luftwiderstand in voller Stärke wirken kann; ist die Geschwindigkeit 10 Fuß, so haben wir $\frac{10 \cdot 10}{500} = {}^1/_5$ Pfund Widerstand auf den Quadratfuß und bei einer Geschwindigkeit von 60 Fuß, wie bei einem heftigen Sturm, $\frac{60 \cdot 60}{500} = \frac{36}{5} = 7^1/_5$ Pfund. Hat außerdem der Körper, der sich gegen eine solche starke Luftströmung bewegt, selbst auch eine ziemlich große Geschwindigkeit, etwa von 40 Fuß, wie ein Eisen-

bahnzug in vollem Lauf, so steigt der Widerstand auf $\frac{100 \,.\, 100}{500} = 20$ Pfd. für den Quadratfuß, was für den ersten Eisenbahnwagen, dessen Stoßfläche man gewöhnlich zu 80 Quadratfuß annimmt, einen Widerstand von 20.80 = 1600 Pfund ausmacht, und da diesem Widerstand in der Sekunde auf eine Länge von 40′ begegnet werden muß, eine Arbeit von 1600.40 = 64000 Fußpfund oder 128 Pferdskräften erfordert. Bei ruhiger Luft würde der Widerstand nur $\frac{40 \,.\, 40 \,.\, 80}{500} = 256$ Pfund betragen und somit einen Kraftaufwand von 256.40 = 10240 Fußpfunden oder 20½ Pferdskräften in Anspruch nehmen. Acht weitere Wagen, für die man gewöhnlich nur 10 Quadratfuß Stoßfläche berechnet, würden den Widerstand und also auch die Arbeit gerade verdoppeln.

Bei Kanonenkugeln, die sich mit einer Geschwindigkeit von 1200 bis 2000 Fuß bewegen, wächst der Widerstand nach einem viel stärkern Verhältniß; dagegen ist ihre Form gegenüber den seither betrachteten ebenen Stoßflächen in dem Maße vortheilhafter, daß der Widerstand auf ½ bis ⅓ des oben angegebenen heruntersinkt; immerhin bleibt er aber noch groß genug, um ein wichtiges Moment in der Berechnung der Bahn der Kugeln zu bilden. Konkave Stoßflächen wirken ungünstiger, als ebene; hierauf beruht hauptsächlich der Gebrauch des Fallschirms.

Aus dem bisher Gesagten geht hervor, daß, um bei einer gegebenen Geschwindigkeit den Widerstand des Wassers und der Luft so viel als möglich zu beseitigen, nur zwei Mittel gegeben sind, nämlich: Verminderung des Querschnitts und eine passend gewählte Gestalt des Körpers, — letztere am besten nach vornen keilförmig zulaufend. Aus diesem Grund segeln lange Schiffe schneller, als kurze von demselben Volumen, da diese nothwendig einen um so größern Querschnitt haben; deßhalb wenden wir uns, um uns das Gehen in tiefem Wasser und gegen den Wind, sowie das Schwimmen zu erleichtern, unwillkührlich auf die Seite und bieten so dem widerstehenden Mittel die schmale Seite statt der breiten Vorderseite unsers Leibes dar; auch der rasche Flug der Vögel und die schnelle Bewegung der Fische im Wasser wird durch ihre günstige äußere Gestalt wesentlich erleichtert.

Wie die Reibung, so gewährt uns auch der Widerstand des Wassers und der Luft wieder große Vortheile. Wenn diese Widerstände nicht vorhanden wären, so würden wir zwar unsere Schiffe mit geringer Mühe nach allen Richtungen im Wasser fortziehen, aber weder Ruder, noch Schaufelräder, noch Wasserschrauben, noch Segel wären im Stande, sie von der Stelle zu treiben; Schwimmen und Fliegen wären unmöglich; Wasserräder, die durch den Stoß des fließenden Wassers getrieben werden, Windmühlen,

deren Flügel durch den Luftstrom bewegt werden ꝛc., würden stille stehen u. s. f. Wir sehen also auch hier, daß, was uns in der Natur auf der einen Seite oft hinderlich und lästig erscheint, auf der andern Seite den Schaden durch zehn- und hundertfachen Nutzen wieder ersetzt.

Die Organe der Maschinen.

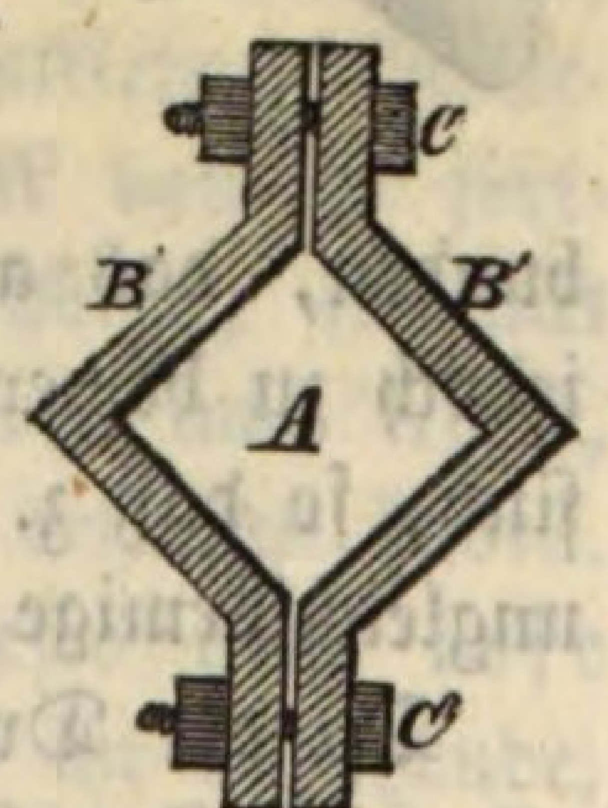
Unter den **Organen** der Maschinen versteht man diejenigen Stücke derselben, welche dazu dienen, die Bewegung von einem Maschinentheil auf einen andern überzutragen oder **fortzuleiten**, wie z. B. von der Welle des Mühlrads auf die Axe des Mühlsteins, sie **abzuändern**, z. B. eine kreisförmige Bewegung in eine geradlinige zu verwandeln, oder endlich sie zu **reguliren**, d. h. gleichförmig und stetig zu machen.

Im folgenden Abschnitt sollen nun einige der wichtigsten dieser Organe, welche fast an jeder größern Maschine sich wiederholen, und deren Kenntniß zum Verständniß derselben wesentlich beiträgt, in Kürze zusammengestellt werden.

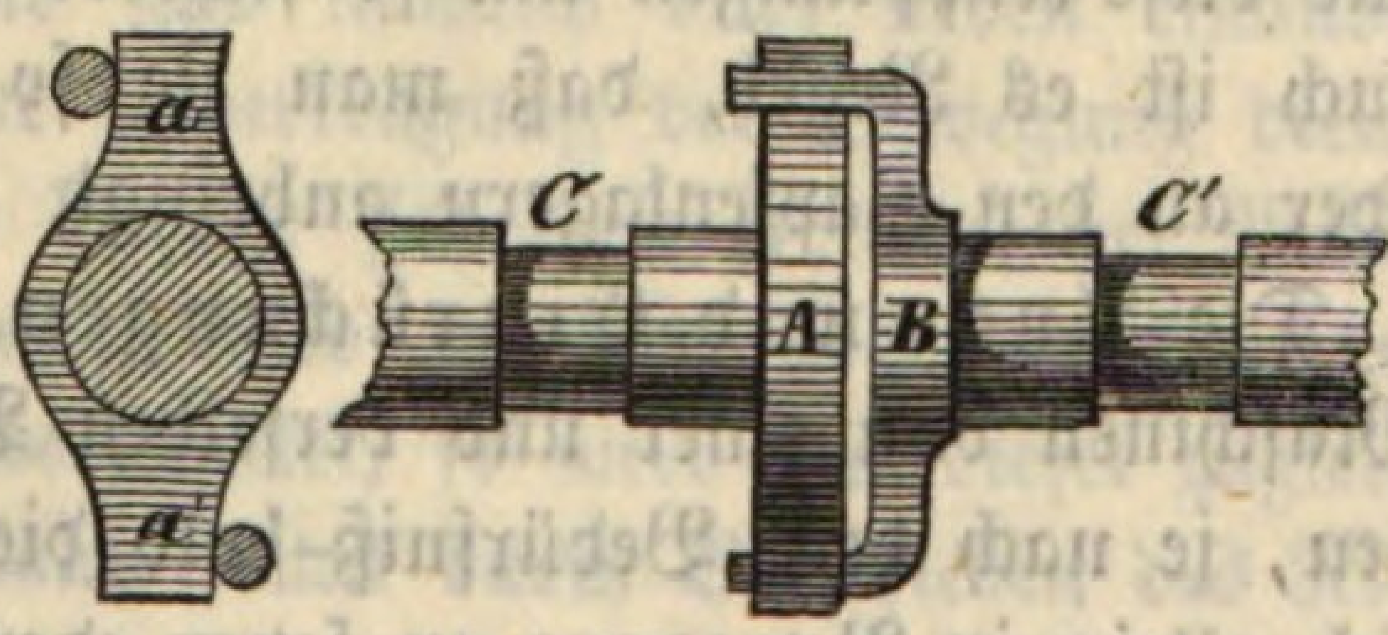
1) Organe zur Fortleitung der Bewegung.

Die wichtigsten Mittel, um die Bewegung von einer Welle auf eine andere mit ihr parallele oder unter einem beliebigen Winkel mit ihr zusammenstoßende **fortzuleiten**, haben wir schon bei den Räderwerken (s. S. 32) angegeben. Manchmal tritt aber auch der Fall ein, daß die Bewegung in gerader Richtung auf eine größere Strecke fortgeleitet, d. h. von einer Welle auf eine zweite, die mit ihr in gerader Linie liegt, übergetragen werden soll. Dieß geschieht durch die verschiedenen Arten der **Kupplungen** und der **Ein- und Ausrückungen**.

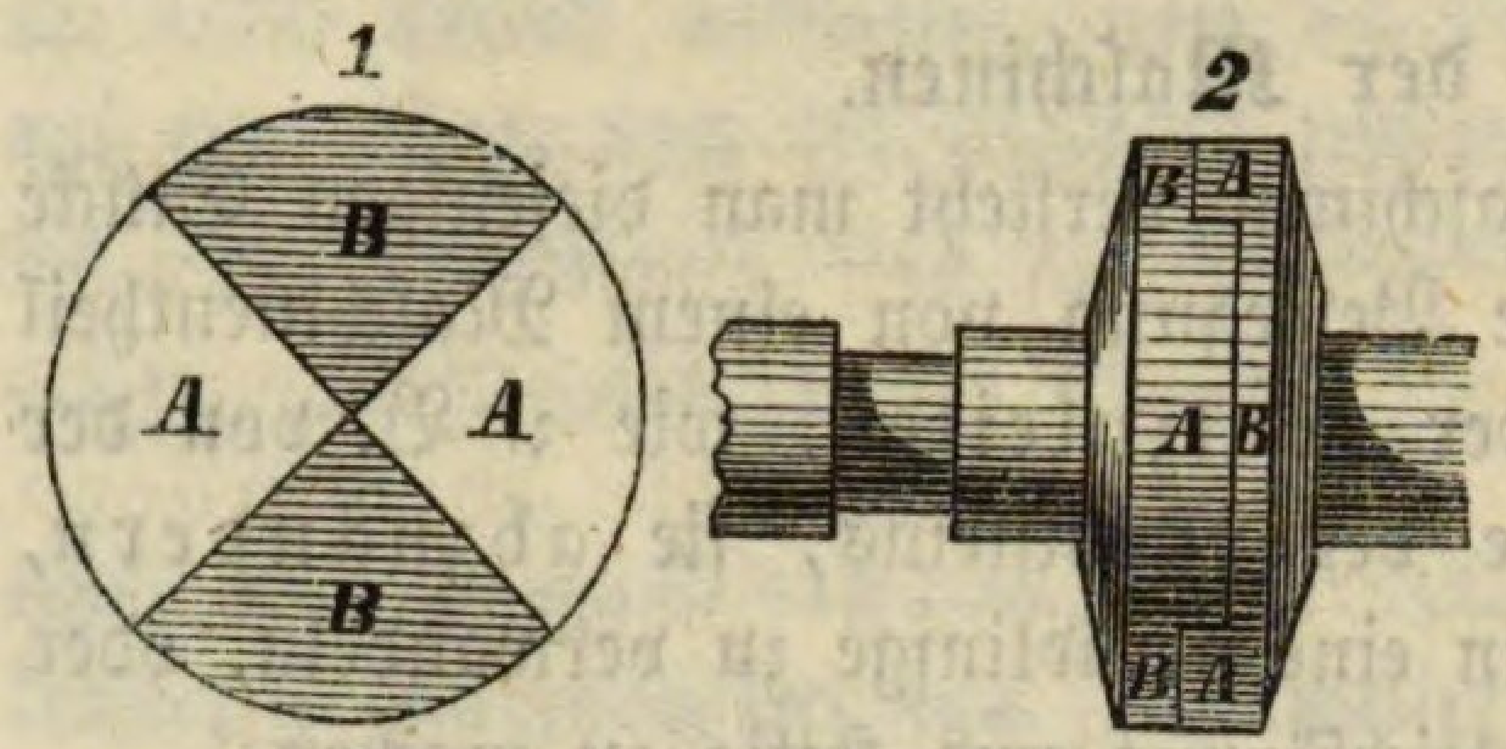
Unter den **Kupplungen** heben wir zuerst die **Quadratkupplung** hervor, bei welcher die zusammenstoßenden Köpfe der Wellen einen gleichen, quadratischen Querschnitt haben, so daß über dieselben eine Hülse oder **Muffe** von entsprechender Form hergeschoben werden kann. Die Muffe besteht bald aus einem, bald, wie in der angefügten Zeichnung, aus zwei Stücken, B und B', die durch die Schrauben C und C' mit einander verbunden sind; die Köpfe beider Wellen treten in den Raum A; diese Art von Muffen läßt sich leicht abnehmen, während erstere nur verschoben werden kann.



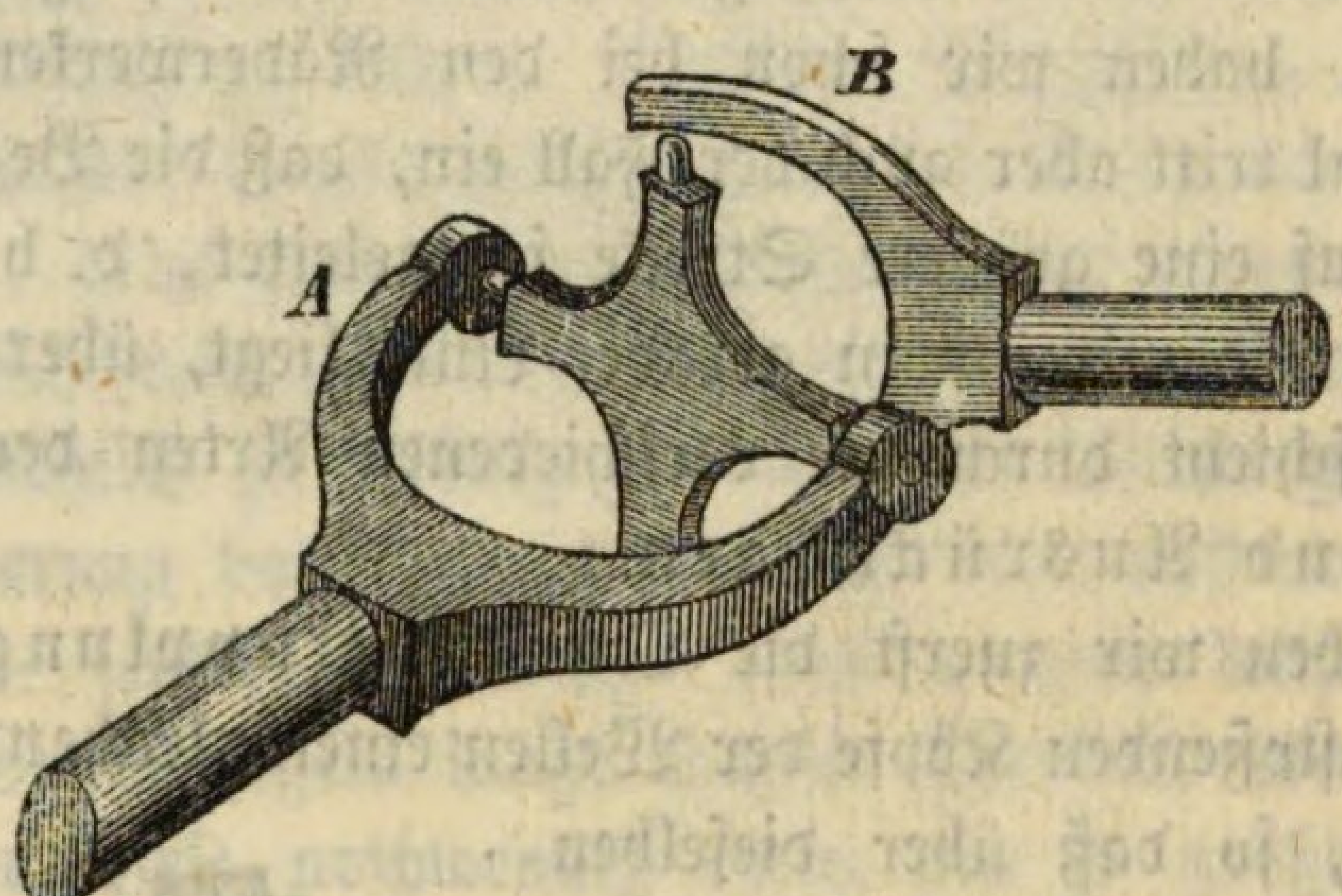
Eine andere Art von Kupplung ist die **Klaue**; sie ist hier abgebildet und besteht aus zwei in einander greifenden Stücken, der **Krücke** A, die im Querschnitt besonders herausgezeichnet ist (a a'),



und der Gabel B; der Eingriff ist leicht zu verstehen. Bei dieser Kupplung muß jede Welle zwei Hälse (C, C′) haben und also auf zwei Zapfenlagern aufliegen, während bei der Quadratkupplung, wie auch bei der folgenden, jede Welle nur ein Lager nöthig hat.



Sehr mannigfaltig sind die Formen der gezahnten Scheibe. Diese Kupplung besteht darin, daß jeder Wellenkopf eine mit Erhöhungen nnd Vertiefungen versehene Scheibe trägt; die Erhöhungen der einen und die Vertiefungen der andern Scheibe passen genau in einander und bilden, wenn sie in einander greifen, gleichsam nur eine Scheibe. Bei der oben abgebildeten sind sowohl die Erhöhungen A als die Vertiefungen B Viertelskreise oder Quadranten; man hat ihr daher den Namen Kupplung mit Quadrantenzähnen gegeben; 1 stellt eine Scheibe von vornen gesehen, 2 beide Scheiben in Verbindung dar.



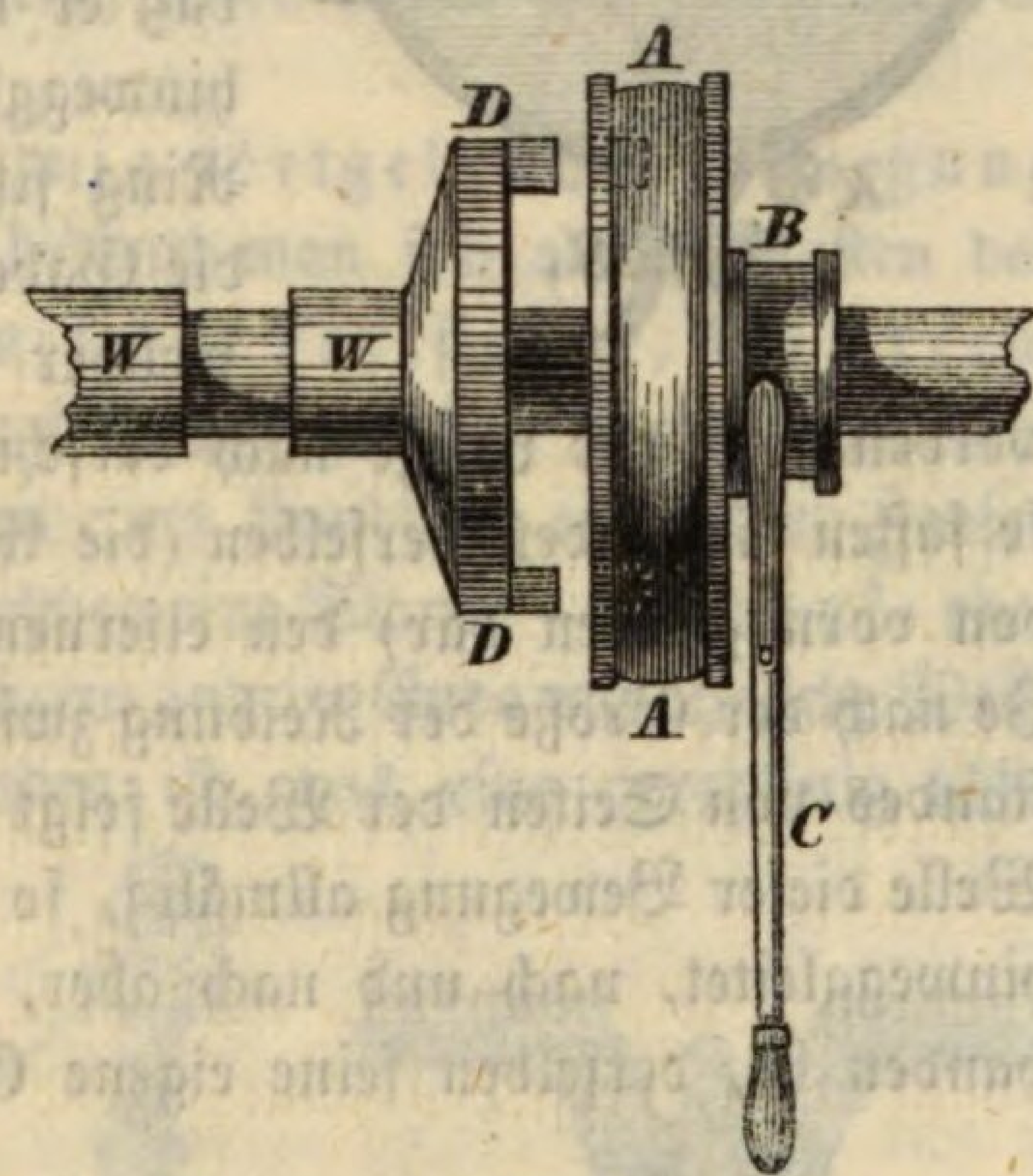
Endlich erwähnen wir noch Hook's Universalgelenk, das auch benutzt werden kann, um zwei unter einem stumpfen Winkel zusammenstoßende Wellen mit einander zu verbinden. Jede Welle trägt an dem einen Ende eine Gabel von der Form A und B; diese beiden Gabeln sind durch ein kreuzförmiges Stück verbunden, das an ihren äußersten Enden beweglich eingesetzt ist. Es ist jedoch zu bemerken, daß die Bewegungen beider Wellen nicht ganz gleich sind, so daß z. B. eine gleichförmige Drehung der Welle A eine merklich ungleichförmige Bewegung der Welle B zur Folge hat.

Da der Druck mit der Entfernung von der Axe abnimmt, so sind alle diese Kupplungen um so sicherer und dauerhafter, je größer sie sind; auch ist es Regel, daß man sie so nahe als möglich an den Rändern oder an den Zapfenlagern anbringt.

Die Aus- und Einrückungen dienen dazu, um da, wo mehrere Maschinen von einer und derselben Welle aus in Bewegung gesetzt werden, je nach dem Bedürfniß bald die eine, bald die andere Maschine für sich allein in Bewegung zu setzen oder anzuhalten, ohne dadurch die übri-

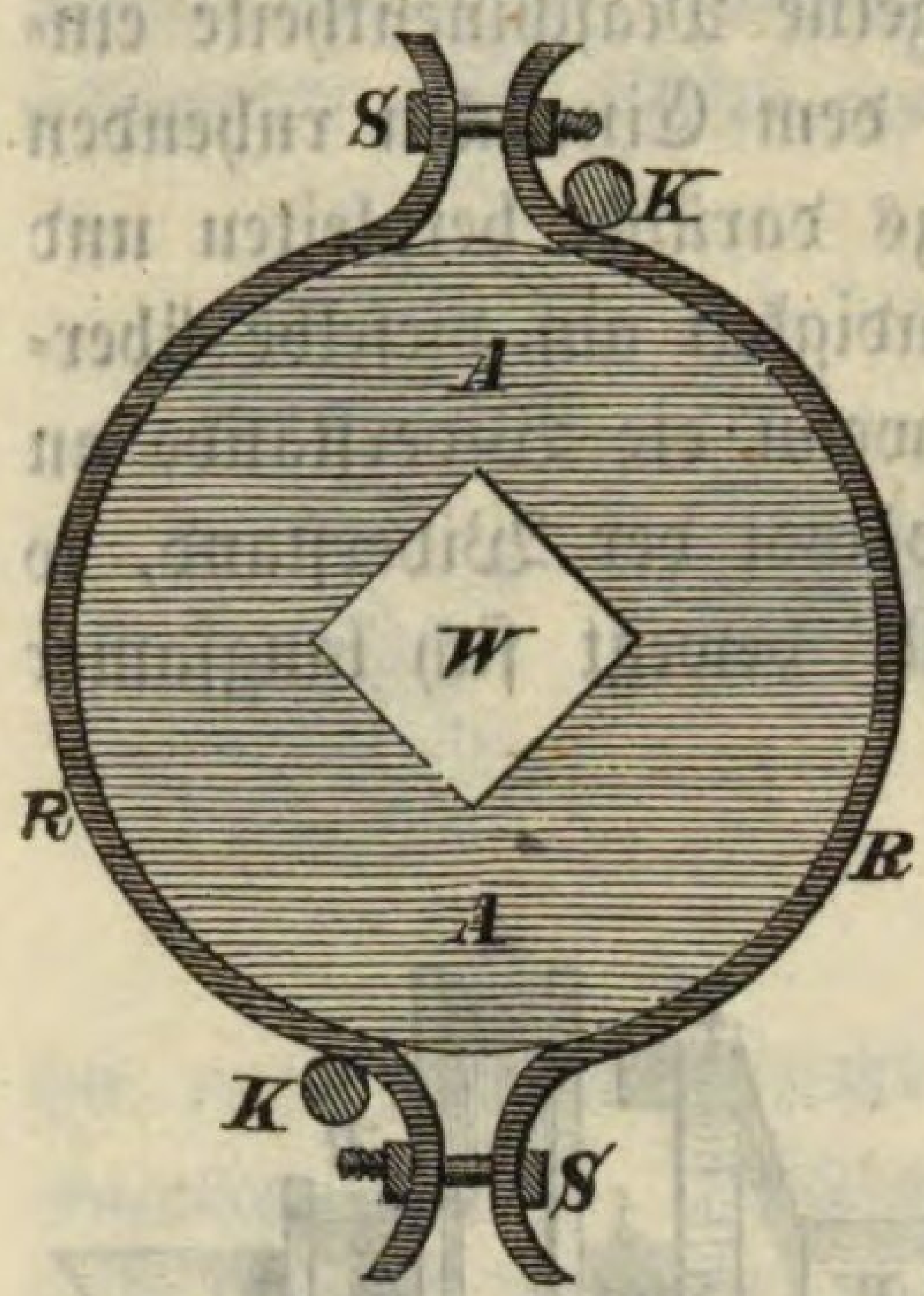
gen in ihrer Arbeit zu stören. Diese Organe sind entweder von der Art, daß sie die ruhende Welle beim Einrücken plötzlich fortreißen, was bei größern Widerständen oft zerstörend auf einzelne Maschinentheile einwirkt, oder sie erregen die Bewegung der vor dem Einrücken ruhenden Welle durch Reibung allmälig, indem sie anfangs darüber hergleiten und erst nach längerer Berührung die volle Geschwindigkeit auf dieselbe übertragen. Letztere sind auch dann von Vortheil, wenn die Widerstände an einer Welle bald größer, bald kleiner werden; wächst der Widerstand, so gibt die Einrückung etwas nach, und die Welle bewegt sich langsamer oder steht auch wohl ganz still.

Eine der ältesten Vorrichtungen der ersten Art ist die gleitende Rolle, die wir in der Zeichnung beifügen: auf der Welle W sitzt ein Stück D fest, das mit zwei gegen die Rolle A gerichteten Hervorragungen oder Hacken versehen ist; diese Rolle sitzt lose auf der Welle, und kann mittelst der Rückstange C, welche in die mit der losen Rolle verbundene Hülse B eingreift, auf derselben verschoben werden. Um diese Rolle ist ein Riemen geschlungen, durch den sie von der übrigen Maschine in Bewegung gesetzt wird. In der Stellung, wie sie die Zeichnung gibt, dreht sie sich daher um die ruhende Welle, ohne dieser ihre Bewegung mitzutheilen; sobald sie aber dem Stück D soweit genähert wird, daß die Hervorragungen dieses Stücks in die (hier punktirten) Vertiefungen der Rolle eingreifen, so wird plötzlich die Welle W von ihr fortgerissen. Soll die Bewegung dieser Welle wieder aufhören, so rückt man aus, d. h. man drückt die Rolle durch die Rückstange nach rechts, bis die Hacken des Stücks D die Vertiefungen der Rolle verlassen haben.



Eine sehr gewöhnliche Vorrichtung ist ferner die feste und lose Rolle; eine auf der Welle befestigte und eine lose auf ihr aufsitzende, im Uebrigen aber ganz gleiche Rolle sind nämlich dicht neben einander angebracht; ist der Riemen, der zur Uebertragung der Bewegung dient, über die lose Rolle geschlungen, so bewegt sich diese frei auf der Welle, ohne ihr die Bewegung mitzutheilen; wird derselbe aber durch einen Seitendruck auf die feste Rolle hinübergeleitet, so wird mit dieser zugleich die Welle in Bewegung gesetzt; es kann somit durch Verschieben des Rie-

mens jeden Augenblick ein- und ausgerückt werden. Die feste Rolle heißt auch die lebendige, die lose die todte.



Unter den nachgebenden Aus- und Einrückungen nennen wir nur die Friktionsklaue, welche im Wesentlichen aus einer Gabel und einer Scheibe besteht, um welche ein in der Regel aus zwei Stücken bestehender schmiedeiserner Ring gelegt ist; dieser Ring, R in der beigedruckten Figur, ist durch die Schrauben S an die Scheibe A angedrückt, doch so, daß er bei größern Widerständen über dieselbe hinweggleiten kann. Die Scheibe mit dem Ring sitzt fest auf der zu bewegenden Welle W, die Gabel dagegen läßt sich auf der Welle, von welcher die Bewegung auf jene übergetragen werden soll, der Länge nach verschieben. Wird nun die Gabel eingerückt, so fassen die Enden derselben (die kleinen Kreise K in der Figur stellen diese von vorn gesehen dar) den eisernen Ring und reißen ihn mit sich herum. Je nach der Größe der Reibung zwischen Ring und Scheibe und des Widerstandes von Seiten der Welle folgt nun auch die Scheibe und mit ihr die Welle dieser Bewegung allmälig, so daß anfangs der Ring über die Scheibe hinweggleitet, nach und nach aber, wenn kein zu großer Widerstand vorhanden ist, derselben seine eigene Geschwindigkeit vollkommen mittheilt.

2) Organe zur Abänderung der Bewegung.

Die Bewegung eines einzelnen Maschinentheils ist entweder eine geradlinige oder eine kreisförmige, und dabei entweder eine fortgehende oder eine hin- und hergehende (absetzende). Demnach haben wir vier Bewegungsarten zu unterscheiden, und zwar: die geradlinig fortgehende, die geradlinig absetzende, die kreisförmig fortgehende und die kreisförmig absetzende oder oscillirende Bewegung.

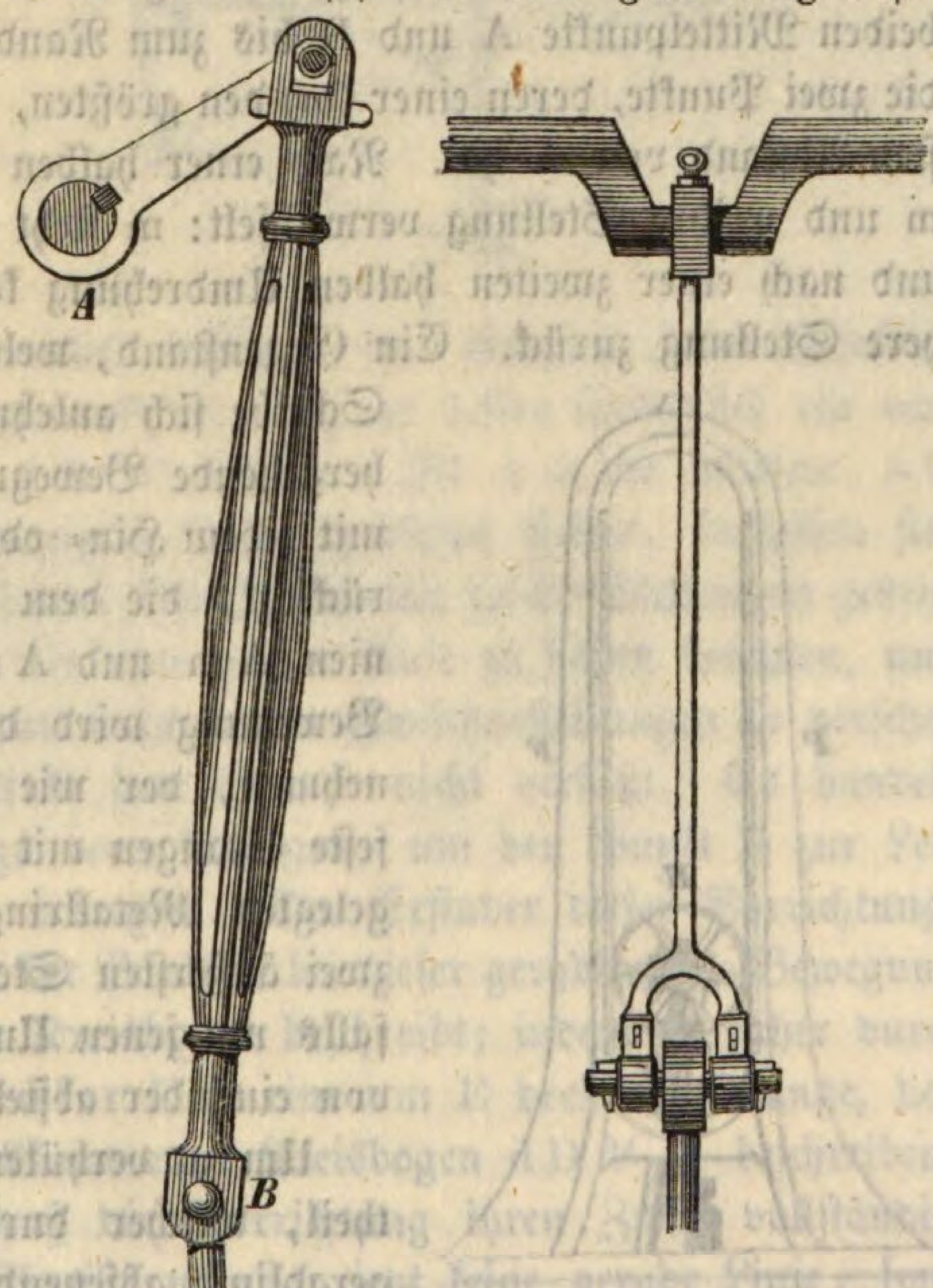
Je nach der Aufgabe eines Maschinentheils muß ihm entweder die eine oder die andere dieser Bewegungsarten mitgetheilt werden, und es müssen daher geeignete Organe vorhanden sein, eine Bewegung entweder in eine derselben Gattung oder in eine beliebige andere umzuwandeln. Bei einer Sägmühle z. B. muß die kreisförmig fortgehende Bewegung des Wasserrads in die geradlinige absetzende der Säge verwandelt werden; umgekehrt wird die geradlinige absetzende Bewegung des Kolbens der Dampfmaschine bei der Locomotive dazu benützt, um den Rädern derselben eine kreisförmig fortgehende Bewegung zu geben.

Die Zahl der Vorrichtungen, welche erfunden worden sind, um alle

diese verschiedenen Umwandlungen der Bewegung zu bewerkstelligen, von denen wir übrigens schon einzelne bei dem Abschnitt über die einfachen Maschinen kennen gelernt haben, ist so außerordentlich groß, daß es eine Unmöglichkeit wäre, auf dem hier gebotenen Raum auch nur die hauptsächlichsten der in allgemeinern Gebrauch gekommenen aufzuführen. Wir beschränken uns deßhalb auf einige wenige, welche zur Umwandlung der am häufigsten in der Praxis vorkommenden Bewegungen, nämlich der geradlinig absetzenden und der kreisförmig fortgehenden bestimmt sind.

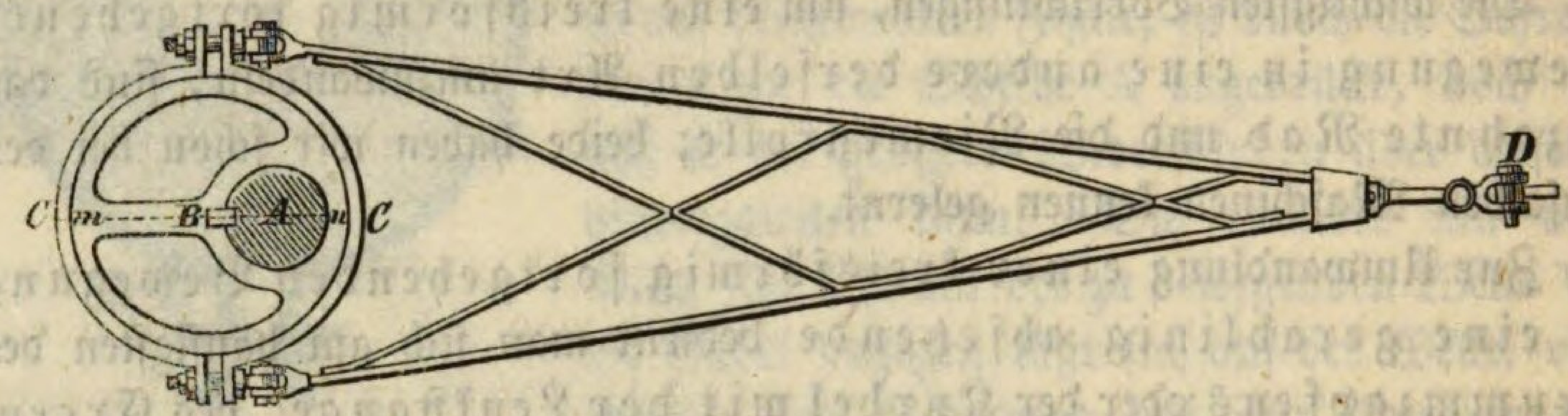
Die wichtigsten Vorrichtungen, um eine kreisförmig fortgehende Bewegung in eine andere derselben Art umzuwandeln, sind das gezahnte Rad und die Riemenrolle; beide haben wir schon bei den einfachen Maschinen kennen gelernt.

Zur Umwandlung einer kreisförmig fortgehenden Bewegung in eine geradlinig absetzende bedient man sich am häufigsten des Krummzapfens oder der Kurbel mit der Lenkstange, des Excentrikums und der Daumwelle. Beim Krummzapfen ist am Ende einer an einem Wellrad befestigten Kurbel statt einer Handhabe ein kleiner Zapfen — Kurbelwarze — angebracht, in welchen eine Stange — die Lenk- oder Leitstange — eingehängt ist, die an ihrem andern Ende auf ähnliche Weise mit demjenigen Maschinenstück verbunden ist, das eine geradlinig absetzende Bewegung hat oder erhalten soll. In der beigedruckten Figur ist B der Punkt, der durch das Wellrad A eine geradlinig absetzende Bewegung erhalten soll. Das Spiel dieses Maschinentheils ist von selbst verständlich; auch läßt sich leicht einsehen, wie umgekehrt das Wellrad A durch einen auf- und abgehenden Punkt B eine kreisförmig fortgehende erhalten kann, wie dieß z. B. bei Spinnrädern, Schleifsteinen, Drehbänken u. dergl. der Fall ist. Statt einer geradlinig absetzenden kann durch diese Vorrichtung auch eine

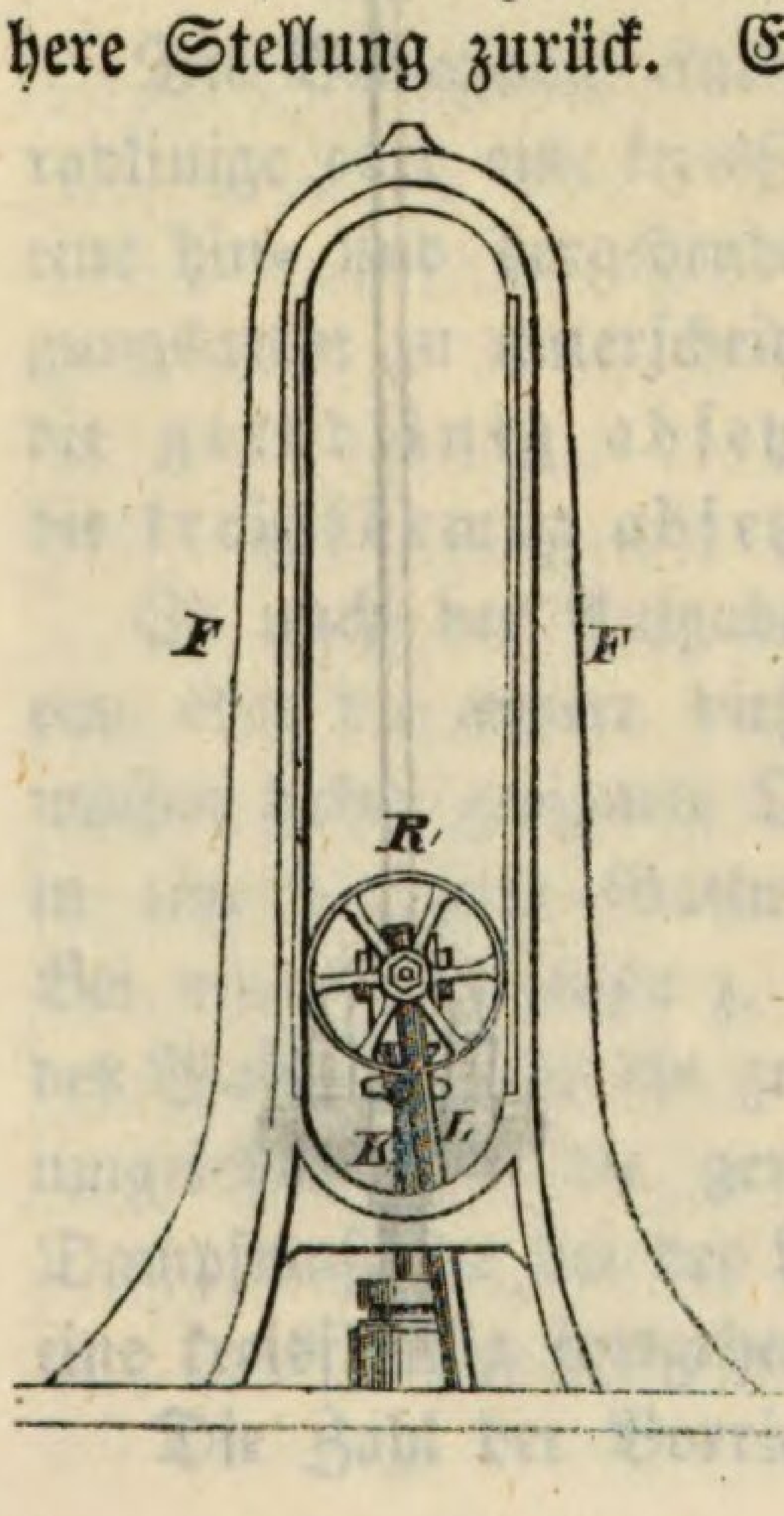


kreisförmig absetzende oder oscillirende Bewegung hervorgebracht werden, wenn man im Punkt B das eine Ende eines Wagebalkens oder Balanciers befestigt. Oft ist die Lenkstange statt an einer Kurbel unmittelbar am Wellrad befestigt, wie wir dieß z. B. bei Locomotiven sehen. Auch ersetzt man häufig den einfachen Kurbelarm durch eine Ausbiegung der Welle selbst, wie sie die vorstehende Figur (rechts) zeigt.

Das Excentrikum oder die excentrische Scheibe. Auf der Welle A sitzt eine Scheibe (die der Leichtigkeit wegen gewöhnlich mit Aus-



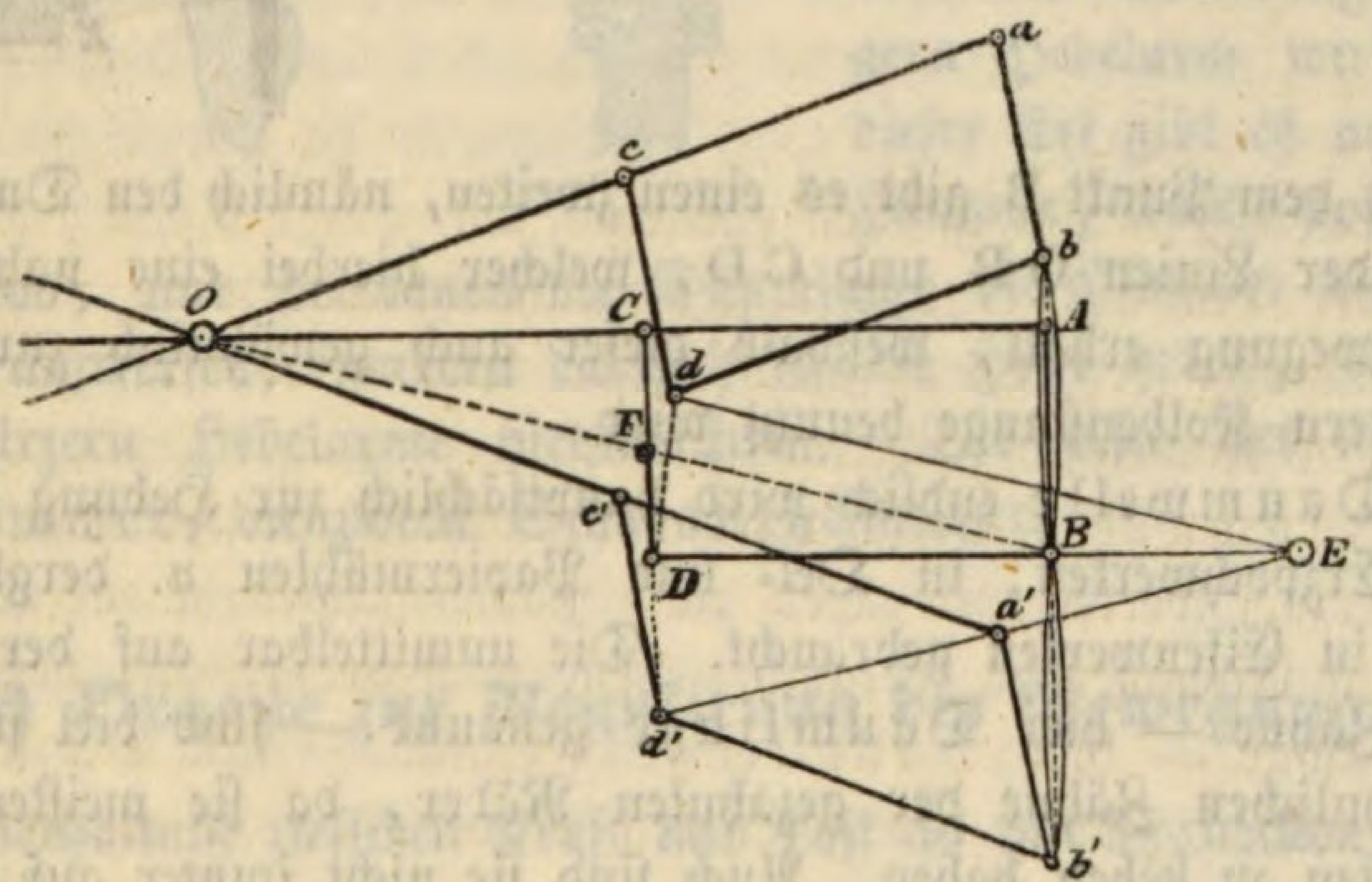
schnitten, wie in unserer Figur, versehen ist) in der Weise fest, daß ihr Mittelpunkt nicht mit dem der Welle zusammenfällt (in der Zeichnung z. B. liegt er in der Nähe von B). Dieß macht, daß der Rand der Scheibe an verschiedenen Punkten im Allgemeinen ungleichen Abstand vom Drehungsmittelpunkt A hat; verlängert man die Verbindungslinie der beiden Mittelpunkte A und B bis zum Rande der Scheibe, so erhält man die zwei Punkte, deren einer (m) den größten, und der andere (n) den kleinsten Abstand von A hat. Nach einer halben Umdrehung der Welle haben m und n ihre Stellung verwechselt: m steht alsdann rechts und n links; und nach einer zweiten halben Umdrehung kehren sie wieder in ihre frühere Stellung zurück. Ein Gegenstand, welcher an den linken Rand der Scheibe sich anlehnt, wird daher eine hin- und hergehende Bewegung erhalten, bei welcher er mit jedem Hin- oder Hergang eine Strecke zurücklegt, die dem Unterschied zwischen den Linien A m und A n gleich ist. Ganz dieselbe Bewegung wird daher auch ein Punkt D annehmen, der wie in obiger Zeichnung durch feste Stangen mit einem lose über die Scheibe gelegten Metallring C verbunden ist, da die zwei äußersten Stellungen dieses Rings ebenfalls um jenen Unterschied (A m weniger A n) von einander abstehen.



Um zu verhüten, daß derjenige Maschinentheil, welcher durch diese Vorrichtungen eine geradlinig absetzende Bewegung erhält, bei den

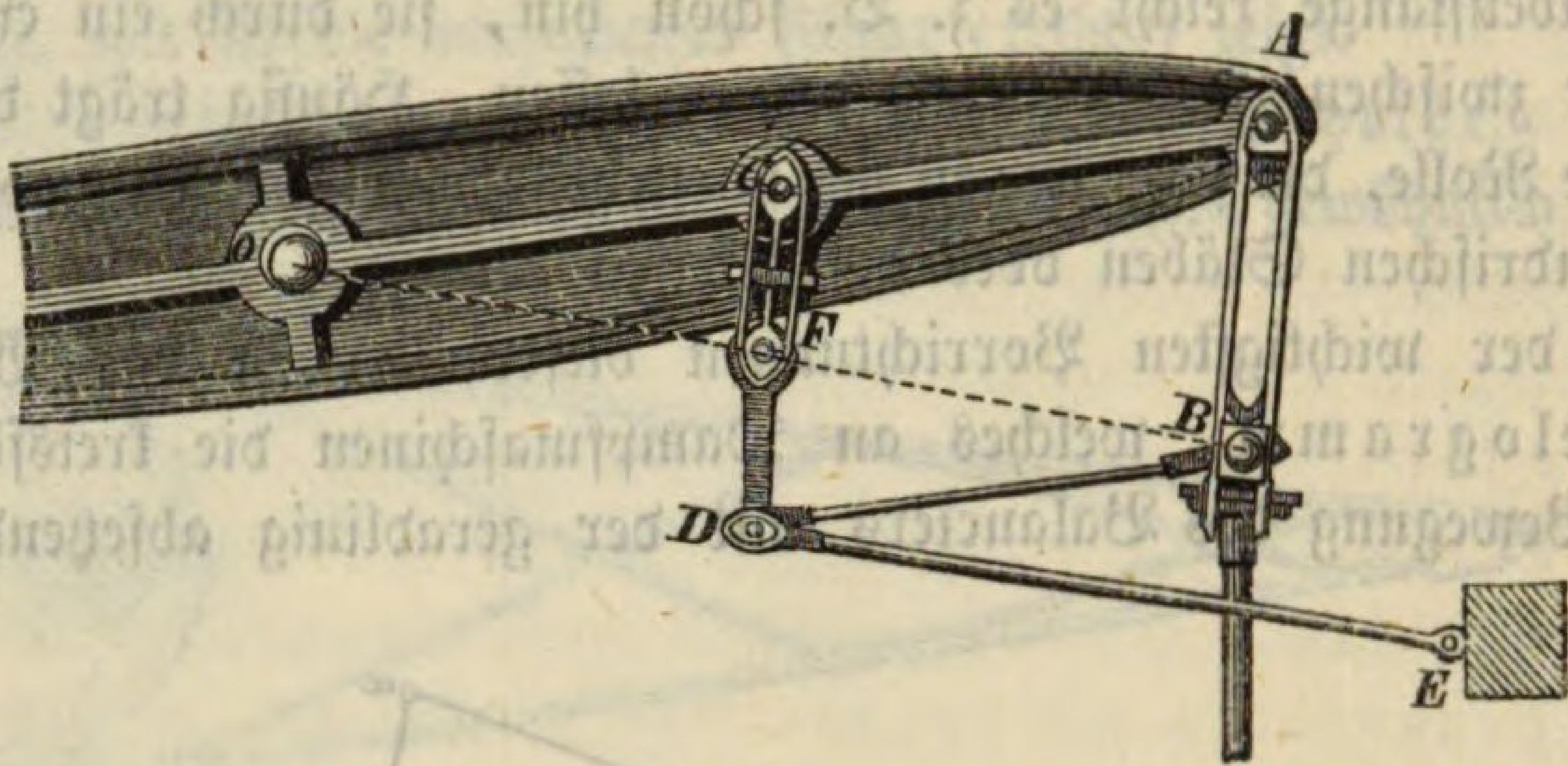
verschiedenen Stellungen der Lenkstange und des Excentrikums bald auf der einen, bald auf der andern Seite ausweiche, oder auch nur einen einseitigen Druck erleide, was z. B. beim Kolben eines Dampfcylinders sehr störend wirken würde, bringt man Rahmen oder Führungen an, zwischen welchen jene Maschinentheile sich bewegen müssen. Bei einer Kolbenstange reicht es z. B. schon hin, sie durch ein cylindrisches Loch oder zwischen zwei Rollen gehen zu lassen. Häufig trägt die Stange selbst eine Rolle, die sich, wie in der vorstehenden Figur, entweder zwischen zwei cylindrischen Stäben oder in Geleisen bewegt.

Eine der wichtigsten Vorrichtungen dieser Art ist das Watt'sche Parallelogramm, welches an Dampfmaschinen die kreisförmig absetzende Bewegung des Balanciers mit der geradlinig absetzenden Bewe-



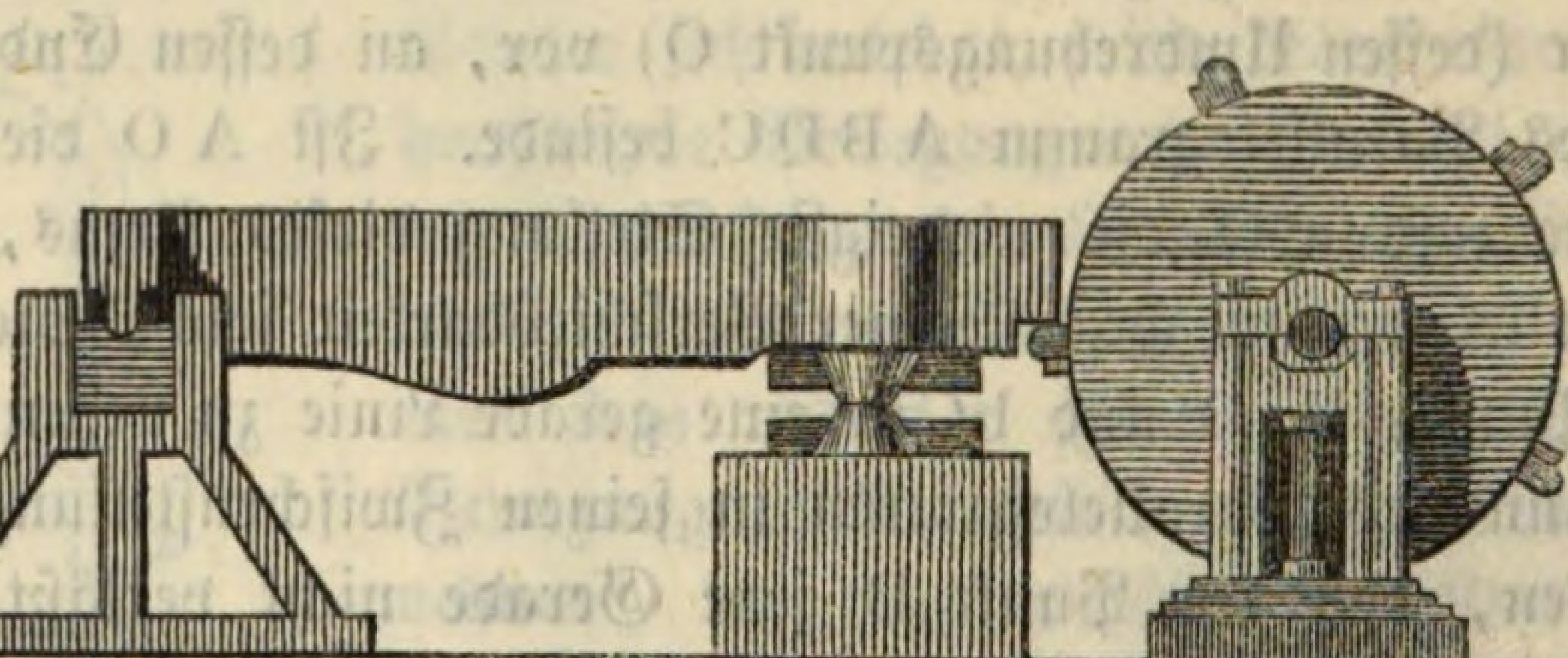
gung der Kolbenstange zu vermitteln bestimmt ist. Es stelle AO den halben Balancier (dessen Umdrehungspunkt O) vor, an dessen Ende sich ein verschiebbares Parallelogramm ABDC befinde. Ist AO die mittlere, aO die höchste und a′O die niedrigste Stellung dieses Arms, so lassen sich dem Parallelogramm wegen seiner Verschiebbarkeit solche Stellungen geben, daß die Punkte b, B und b′ in eine gerade Linie zu stehen kommen, und ebenso kann das Parallelogramm in seinen Zwischenstellungen so verschoben werden, daß der Punkt B jene Gerade nicht verläßt. Es handelt sich also nur darum, dieß zu bewerkstelligen, um den Punkt B zur Leitung einer Kolbenstange zu benutzen. Der Erfinder dieser Vorrichtung, Watt, beobachtete nun, daß der Punkt D bei dieser geradlinigen Bewegung des Punktes B nahezu einen Kreisbogen beschreibt; indem er daher durch einen sogenannten Gegenlenker ED, eine um E drehbare Stange, den Punkt D zwang, einen vollkommenen Kreisbogen dDd′ zu beschreiben, löste er die Aufgabe so, daß die Vorrichtung ihren Zweck vollständig erreicht. Der Punkt B beschreibt nämlich jetzt keine gerade Linie, son-

dern eine sehr schmale schleifenförmige Kurve (wie sie in der Figur angedeutet ist); diese entfernt sich indessen links und rechts so wenig von der Geraden b b', daß dieser Unterschied in der praktischen Anwendung nicht fühlbar wird. Die folgende Zeichnung stellt die gewöhnliche Anordnung des Watt'schen Parallelogramms ausführlicher dar.



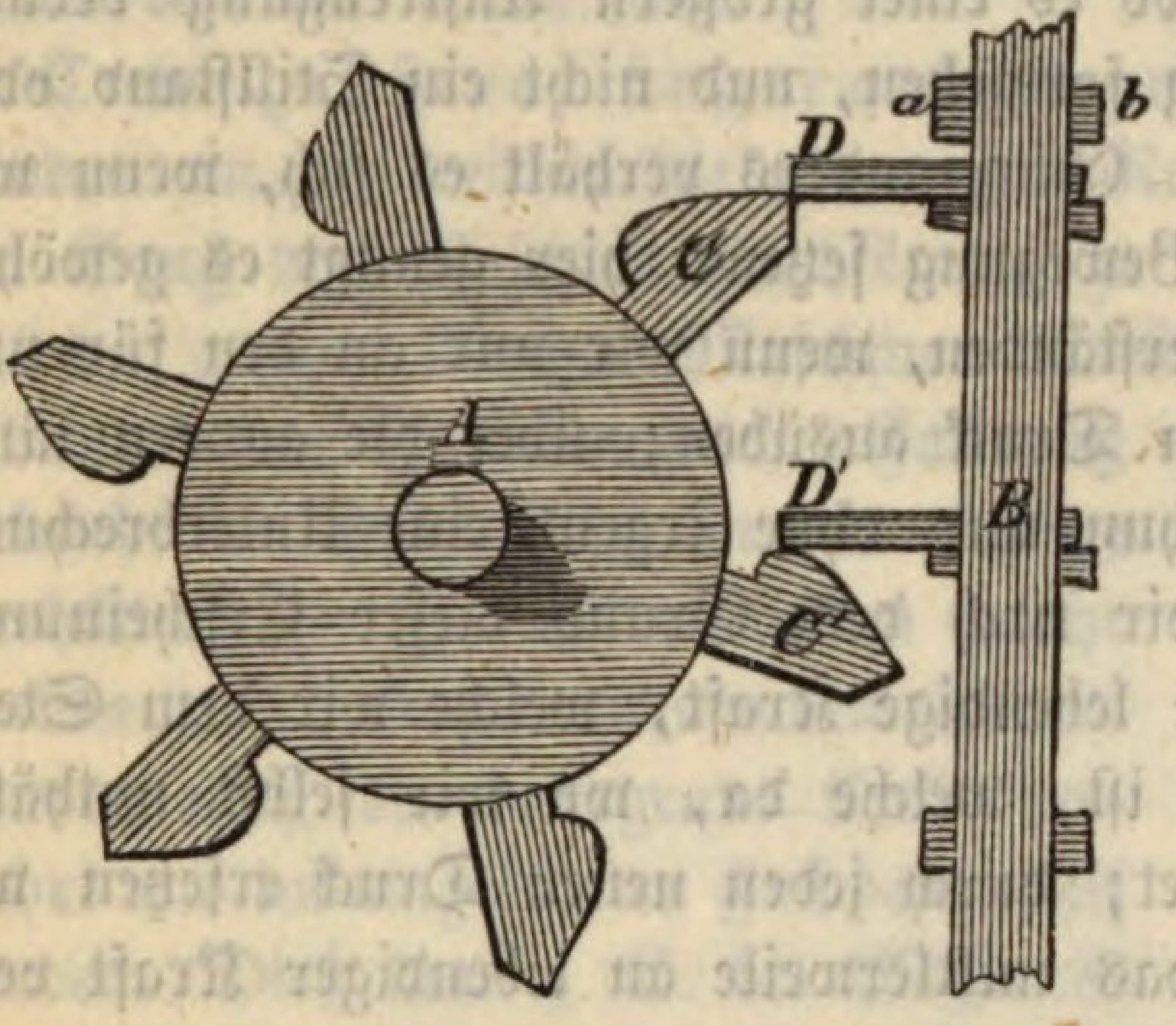
Außer dem Punkt B gibt es einen zweiten, nämlich den Durchschnittspunkt F der Linien O B und C D, welcher hierbei eine nahezu geradlinige Bewegung erhält, weßhalb dieser auch gewöhnlich zur Führung einer weitern Kolbenstange benutzt wird.

Die Daumwelle endlich wird hauptsächlich zur Hebung der Stampfer in Erzpochwerken, in Oel- und Papiermühlen u. dergl. und der Hämmer in Eisenwerken gebraucht. Die unmittelbar auf der Welle befestigten Zähne — hier Däumlinge genannt — sind viel stärker, als die gewöhnlichen Zähne der gezahnten Räder, da sie meistens ziemlich große Lasten zu heben haben. Auch sind sie nicht immer auf einem und demselben Umkreis der Welle eingesetzt, wie dieß bei der hier verzeichneten



Daumwelle, die den Hammer bei jeder Umdrehung fünfmal hebt, der Fall ist, sondern sie sind oft auch, wenn sie nämlich mehrere neben einander stehende Hämmer oder Stampfer abwechslungsweise heben sollen, der Länge nach so auf der Welle vertheilt, daß sie nicht zugleich, sondern nach einander zum Eingriff kommen. Während z. B. in der auf Seite 121 stehenden Figur der Däumling C auf dem Punkt ist, die Setzlatte D, durch welche er den Stampfer B in die Höhe gehoben hat, zu verlassen

und dadurch zu gestatten, daß der Stampfer wieder niederfällt, ist ein zweiter Däumling C' daran, einen zweiten Stampfer mittelst der Setzlatte D' zu heben u. s. f. Uebrigens können auch mehrere Däumlinge zu gleicher Zeit im Eingriff stehen. Die Vorrichtungen a und b, c und d heißt man Scheidelatten; sie dienen dem Stampfer als Führung, indem sie ihn in senkrechter Stellung erhalten. Der oben abgebildete Hammer bildet einen einarmigen Hebel, bei dem der Däumling am längern Hebelarm wirkt; außer dieser Art gibt es noch andere Hämmer, welche doppelarmige Hebel bilden, und bei denen die Däumlinge die Hämmer nicht vornen am Kopf aufwerfen, sondern dadurch in die Höhe heben, daß sie die hintern kürzern Hebelarme niederdrücken. Die erste Art nennt man Stirnhämmer, die zweite Schwanzhämmer.



3) Organe zur Regulirung der Bewegung.

Das Verhältniß zwischen Kraft und Last an den Maschinen ist häufig Veränderungen unterworfen, welche einen störenden Einfluß auf den Gang derselben ausüben. Oft wirkt die Kraft selbst mit wechselnder Stärke, sei es, daß sie nicht in allen Punkten des von ihrem Angriffspunkt beschriebenen Weges unter gleich günstigen Umständen, oder schon ihrer Natur nach nicht ganz stetig wirkt, wie dieß hauptsächlich bei animalischen Motoren der Fall ist; sei es, daß sie zuweilen größeren, anhaltenderen Schwankungen unterworfen ist, wie z. B. die Kraft des Dampfes bei ungleicher Feuerung, die Kraft des Wassers bei veränderlichem Zufluß und die Kraft des Windes bei verschiedener Geschwindigkeit desselben. Manchmal stellen sich auch an der Maschine ungleich große Widerstände ein, oder ist die zu verrichtende Arbeit von der Art, daß sie nicht immer die gleiche Kraft verzehrt u. s. w. — Die Vorrichtungen nun, welche die Bestimmung haben, die von diesen Umständen herrührenden Störungen im Gang der Maschinen entgegen zu treten, und diesen möglichst regelmäßig und gleichförmig zu machen, d. h. zu reguliren, nennt man im Allgemeinen Regulatoren.

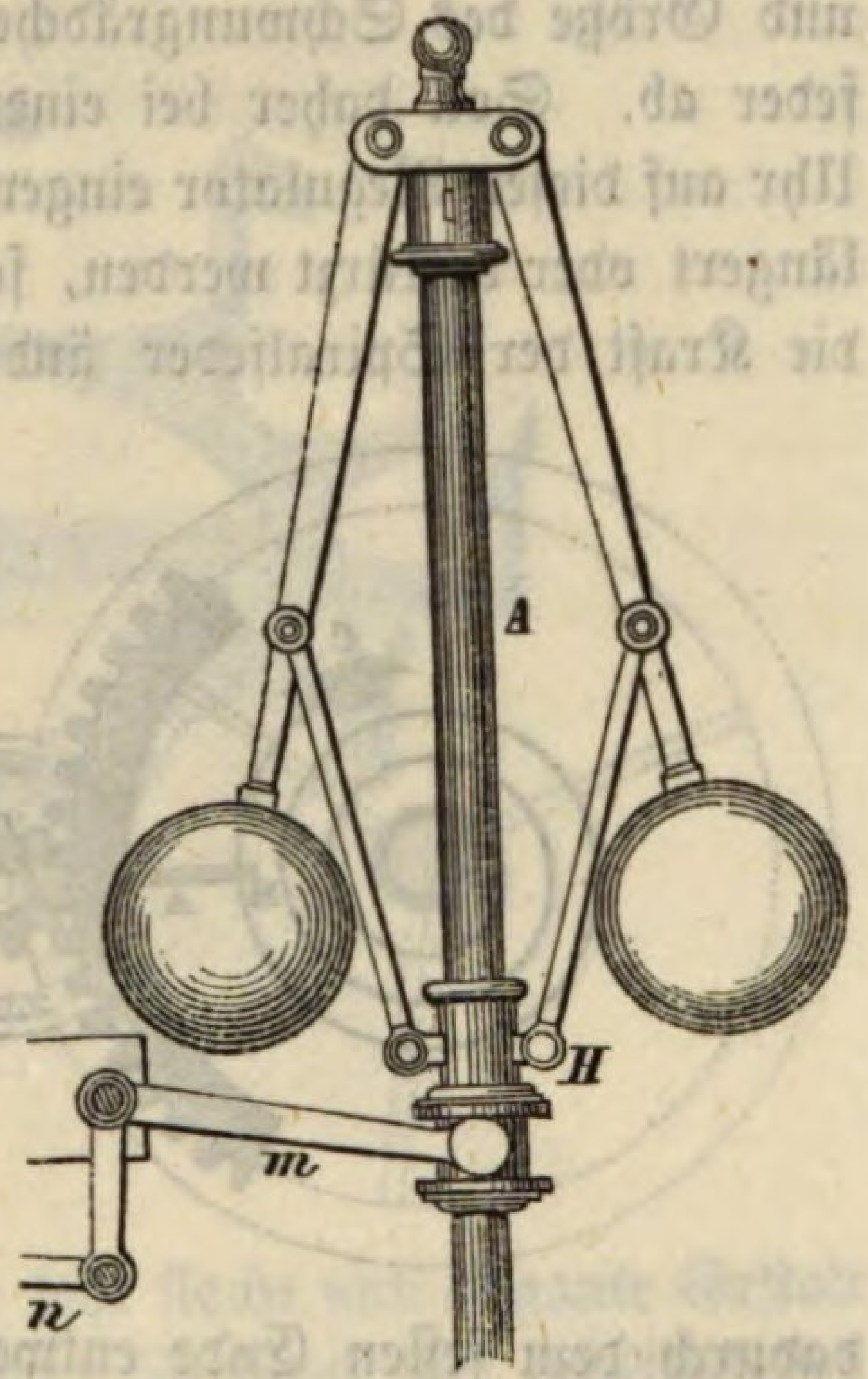
Drehen wir die Kurbel einer schwer belasteten Wagenwinde, so fühlen

wir recht wohl, daß wir nicht über alle Stellen der vom Kurbelende beschriebenen Kreisbahn, wegen der ungleich günstigen Stellung unserer Hände und Arme zu derselben, mit gleicher Leichtigkeit hinwegkommen, sondern daß es Punkte gibt, wo es einer größern Anstrengung bedarf, wenn die Bewegung gleichförmig fortgehen, und nicht ein Stillstand oder gar ein Rückgang eintreten soll. Ganz anders verhält es sich, wenn wir einen schweren Schleifstein in Bewegung setzen: hier genügt es gewöhnlich, selbst bei bedeutenden Widerständen, wenn wir nur an den für uns bequemeren Stellen den nöthigen Druck ausüben; über die andern läuft der Stein auch ohne unser Zuthun und ohne irgend eine Unterbrechung von selbst hinweg. Forschen wir nach dem Grund dieser Erscheinung, so erkennen wir leicht, daß die lebendige Kraft, welche wir dem Stein beim Umdrehen mittheilen, es ist, welche da, wo wir selbst unthätig sind, die Widerstände überwindet; durch jeden neuen Druck ersetzen wir alsdann immer wieder das, was mittlerweile an lebendiger Kraft verzehrt wurde.

Hierauf beruht die Anwendung der Schwungräder — im Allgemeinen von der Form der gewöhnlichen Wagenräder —, deren Hauptmasse im äußern Ring liegt, und der Schwungkugeln — zwei bis drei Kugeln oder linsenförmige Körper, die am äußern Ende langer Arme befestigt sind. Sie dienen dazu, die einzelnen Umläufe der Wellen, auf denen sie angebracht sind, möglich gleichförmig zu machen, d. h. den Einfluß kleiner und kurz andauernder Schwankungen in der Stärke der bewegenden Kraft und der Größe der Widerstände so viel als möglich zu beseitigen; daher sind sie namentlich da von Werth, wo die Widerstände stoßweise erfolgen. Die Wirkung dieser Regulatoren ist um so bedeutender, je größer ihre Masse und ihre Geschwindigkeit, oder, da diese letztere bei gegebener Umdrehungsgeschwindigkeit der Welle von dem Durchmesser der Räder und von der Länge der Schwungkugelarme abhängig ist, je größer ihre Masse und ihre Dimensionen sind; mit andern Worten: je größer ihre lebendige Kraft ist. Denn sowohl die Zunahme an dieser — in Folge einer Vermehrung der bewegenden Kraft oder einer Verminderung des Widerstandes —, als auch die Abnahme an derselben — in Folge einer Verminderung der bewegenden Kraft oder einer Vermehrung des Widerstandes — ist um so weniger fühlbar, einen je kleinern Bruchtheil sie von der bereits in der Maschine vorhandenen lebendigen Kraft ausmacht. — Da durch die Vergrößerung des Gewichts der Schwungräder und Schwungkugeln der Druck auf die Zapfenlager und in Folge dessen die Reibung — wenn auch im Ganzen unbedeutend — vermehrt wird, so zieht man es vor, statt der Masse, wofern es die Räumlichkeiten gestatten und die Festigkeit nicht darunter leidet, die Dimensionen derselben

zu vergrößern, wenn man ihre Wirkung erhöhen will. Damit kein einseitiger Druck auf die Welle entstehe, muß man bei der Construktion dieser Maschinentheile besonders darauf achten, daß ihr Schwerpunkt genau in die Axe der Welle falle.

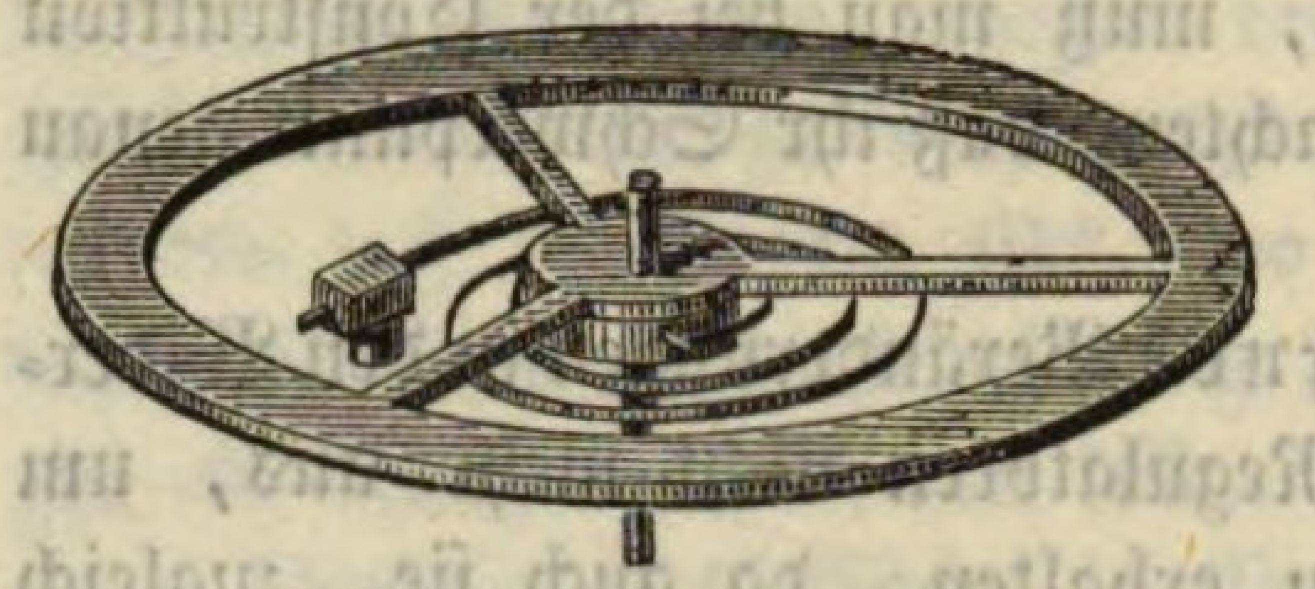
Treten größere, länger andauernde Veränderungen in den Widerständen ein, so reichen die genannten Regulatoren nicht mehr aus, um den Gang der Maschine gleichförmig zu erhalten, da auch sie, zugleich mit der ganzen übrigen Maschine, allmälig eine veränderte Geschwindigkeit annehmen. In einem solchen Fall muß vielmehr die Kraft selbst in das richtige Verhältniß zu den Widerständen gesetzt werden, d. h. bei zunehmenden Widerständen muß die bewegende Kraft vermehrt und im umgekehrten Fall beschränkt werden. Dieß kann z. B. bei Wasserrädern dadurch geschehen, daß der Zufluß des Wassers vermehrt oder beschränkt wird; bei Dampfmaschinen durch vermehrte oder verminderte Feuerung, durch Oeffnen oder Schließen der Dampfklappe u. s. w. Der zu diesem Zweck im allgemeinsten Gebrauch stehende Regulator ist das Centrifugalpendel, das in nebenstehender Figur abgebildet ist, und das wir schon früher kennen gelernt haben.



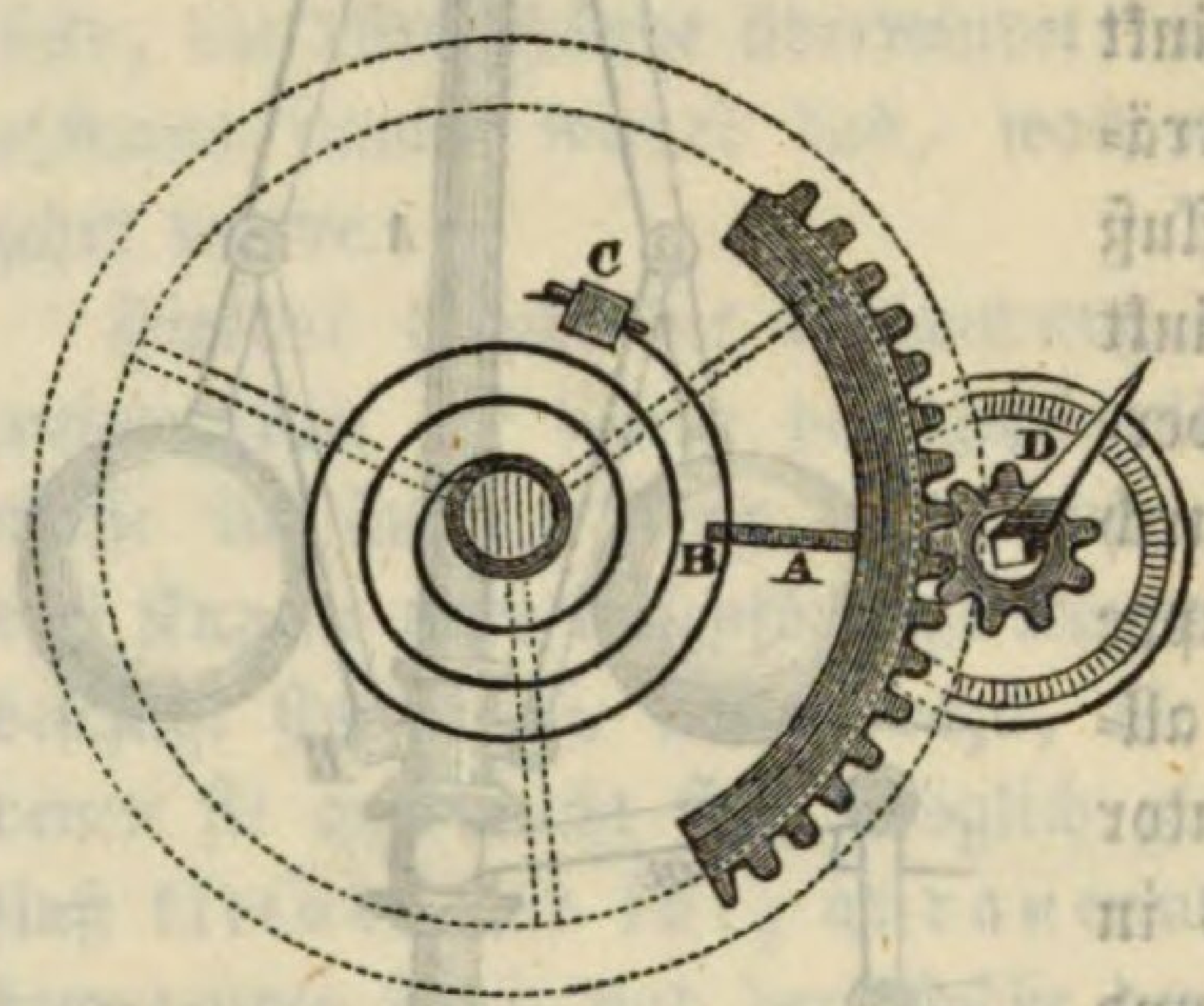
Nimmt nämlich die Maschine aus irgend einer Ursache einen beschleunigten Gang an, so dreht sich auch die damit in Verbindung stehende Axe des Pendels rascher, und in Folge dessen heben sich (s. Seite 89) die Kugeln des Pendels. Die Arme der Kugeln stehen aber mit einer auf der Axe A verschiebbaren Hülse H in Verbindung, in die der Arm m eines Winkelhebels eingreift; heben sich die Kugeln, so hebt sich auch die Hülse und mit ihr der Arm m. Ist nun mit dem Ende des zweiten Hebelarms mittelst einer Stange n die Stellfalle des Wassers, die Klappe des Dampfrohrs ꝛc. in Verbindung gesetzt, so kann hiedurch der Zufluß des bewegenden Elements und damit der Gang der Maschine gehemmt werden. Ebenso kann im Fall einer verzögerten Bewegung durch diese Vorrichtung die bewegende Kraft vermehrt werden, bis zwischen ihr und den Widerständen das richtige Verhältniß wieder hergestellt ist.

Eine besondere Gruppe bilden die bei Uhrwerken angewandten Regulatoren, welche durch die sogenannten Hemmungen (Echappements) (s. Seite 43) mit dem übrigen Räderwerk in Verbindung stehen.

Der seit alter Zeit und heutzutage noch im Gebrauch stehende Regulator für Taschenuhren ist die sogenannte Unruhe, ein kleines Schwungrädchen, das eine hin- und hergehende Bewegung hat, die durch eine sehr feine Spiralfeder unterstützt und geregelt wird (s. die beigedruckte Figur).



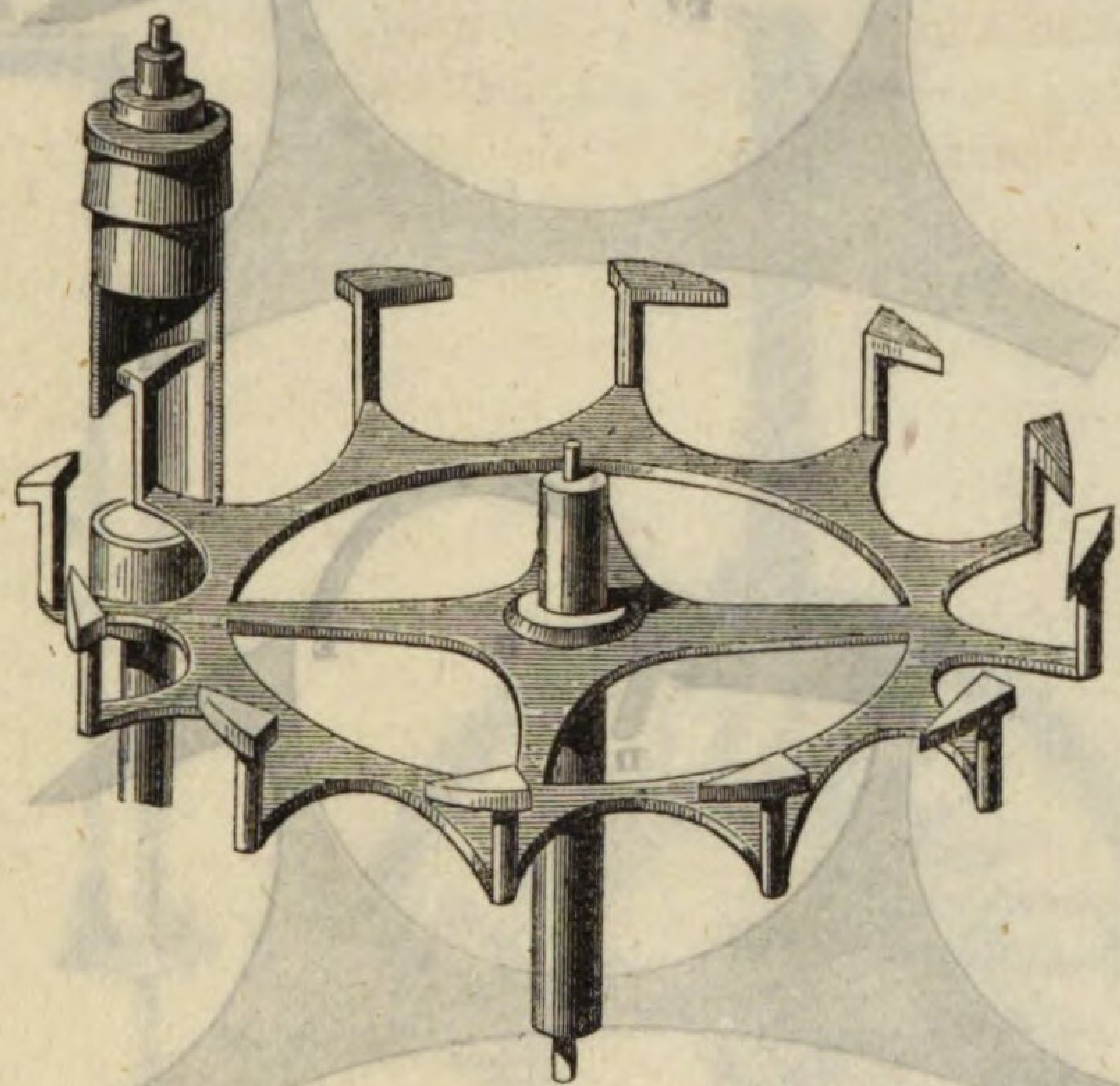
Die Schwingungsdauer der Unruhe hängt einerseits von der Gestalt und Größe des Schwungrädchens, anderseits von der Stärke der Spiralfeder ab. Soll daher bei einem zu raschen oder zu langsamen Gang der Uhr auf diesen Regulator eingewirkt, d. h. soll seine Schwingungsdauer verlängert oder verkürzt werden, so kann dieß nur dadurch geschehen, daß man die Kraft der Spiralfeder ändert, indem man diese länger oder kürzer macht. Zu diesem Zweck ist in der Nähe ihres festen Endes C ein kleiner, mit einem Ausschnitt oder mit zwei nahe bei einander stehenden Stiftchen (B) versehener Arm A, der sogenannte Korrektionsrechen, angebracht, der auf der innern Seite eines Zahnradstücks sitzt und zugleich mit diesem mittelst eines Getriebes um die Achse des Schwungrädchens gedreht, und dadurch dem festen Ende entweder näher gerückt oder von demselben entfernt werden kann (der Zeiger D auf der Rückseite der Uhr dient als Drehungshebel). Die Spiralfeder geht durch den Ausschnitt des Stücks A; sie verändert daher, wenn sie hin- und herschwingt, erst von diesem Punkt an ihre Form, so daß es gerade ist, als wenn sie in B fest gemacht, und also das Stück B C gar nicht vorhanden wäre. Durch Hin- und Herrücken dieses Punktes erhält somit der schwingende und zugleich wirksame Theil der Spirale verschiedene Länge, wodurch der Gang der Uhr beschleunigt oder verzögert wird.



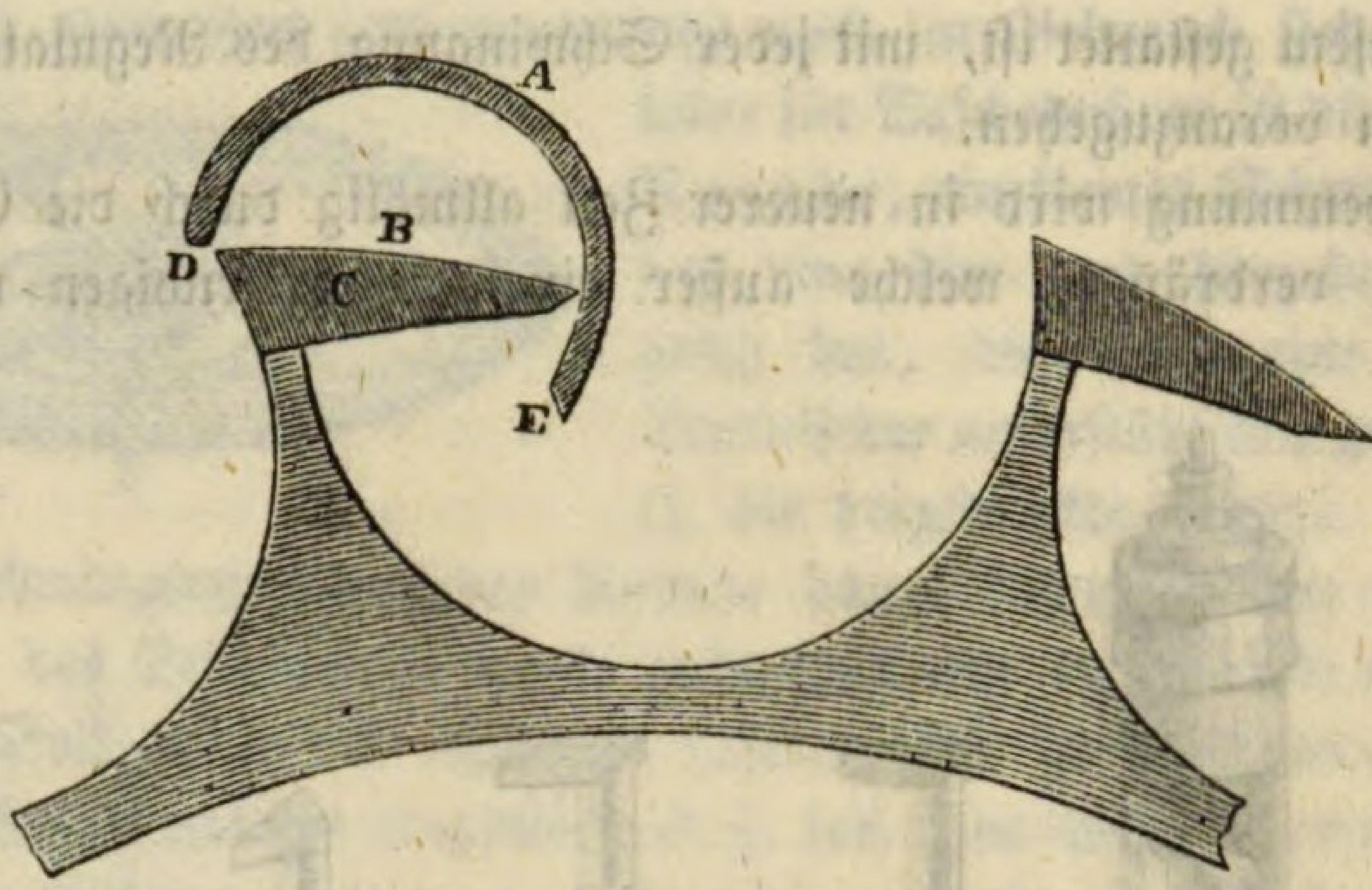
Die Hemmung bildet entweder, wie sie bei allen ältern und jetzt noch bei den gewöhnlichen Taschenuhren angewendet wird, die schon S. 43 angegebene Lappenhemmung, welche aus zwei Läppchen besteht, die auf der Axe der Unruhe — der Spindel — so angebracht sind, daß sie einen Abstand gleich dem Durchmesser des Steigrads von einander haben, und daß ihre Richtungen einen Rechtwinkel mit einander bilden. Mit jeder Schwingung der Unruhe greift ein Läppchen in das Steigrad ein und das andere tritt aus, das eine am obern, das andere am untern Theil des Rades,

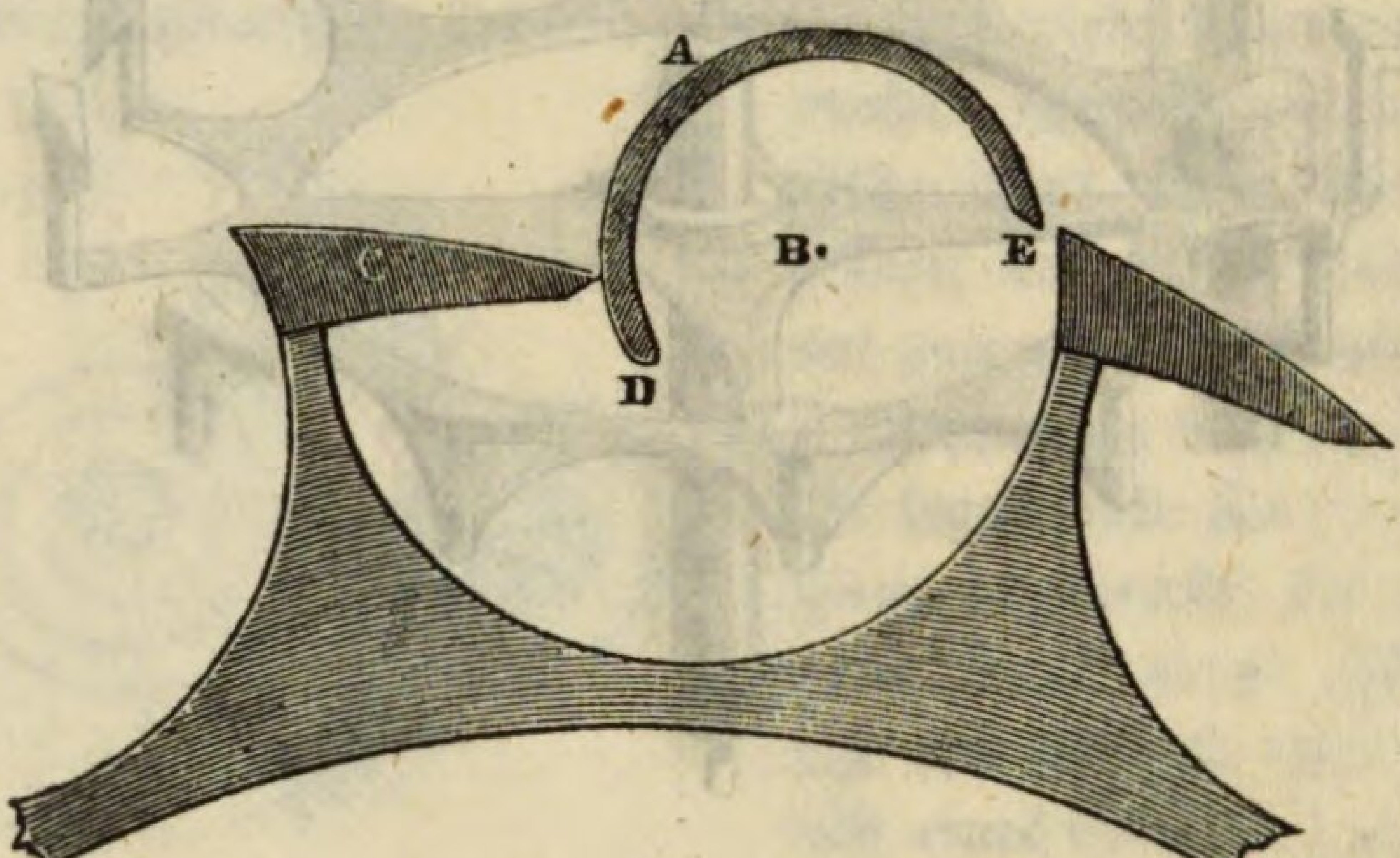
wodurch diesem gestattet ist, mit jeder Schwingung des Regulators nur um einen Zahn voranzugehen.

Diese Hemmung wird in neuerer Zeit allmälig durch die Cylinderhemmung verdrängt, welche außer einem ganz ruhigen und sichern



Gang noch den Vortheil hat, daß sie eine sehr flache und elegante Gestalt der Uhren gestattet, da das senkrecht stehende Steigrad der gewöhnlichen Uhren bei ihr durch das horizontalliegende Cylinderrad vertreten ist und die Schnecke (s. S. 43) ganz wegbleiben kann. Sie hat ihren Namen von einem kleinen, auf der Axe der Unruhe angebrachten ausgehöhlten cylinderförmigen Stück, welches einen eigenthümlich geformten Ausschnitt hat, wie ihn die vorstehende Figur zeigt. Eine ebenso eigenthümliche Gestalt haben auch die Zähne des Cylinderrads. Der Cylinder, welcher einen Theil von der Axe der Unruhe bildet, schwingt mit dieser hin und her, wobei sich ein Zahn um den andern in seiner Höhlung fängt, und wieder aus derselben austritt. Die erste der beiden nachstehenden Figuren stellt den Punkt dar, wo der Zahn C, über den Rand D des Cylinders hinweggleitend, eben in den hohlen Theil eingetreten ist; schwingt nun der Cylinder in die Lage zurück, wie sie die zweite Figur zeigt, so tritt der Zahn C bei E aus, während zu gleicher Zeit der nächste Zahn am äußern Rande des Cylinders nahe bei D ankommt, um in dieser Stellung den Augenblick abzuwarten, wo durch eine neue Schwingung des Cylinders der Punkt D so weit nach oben zurückweicht, daß ihm der Eintritt ins In-



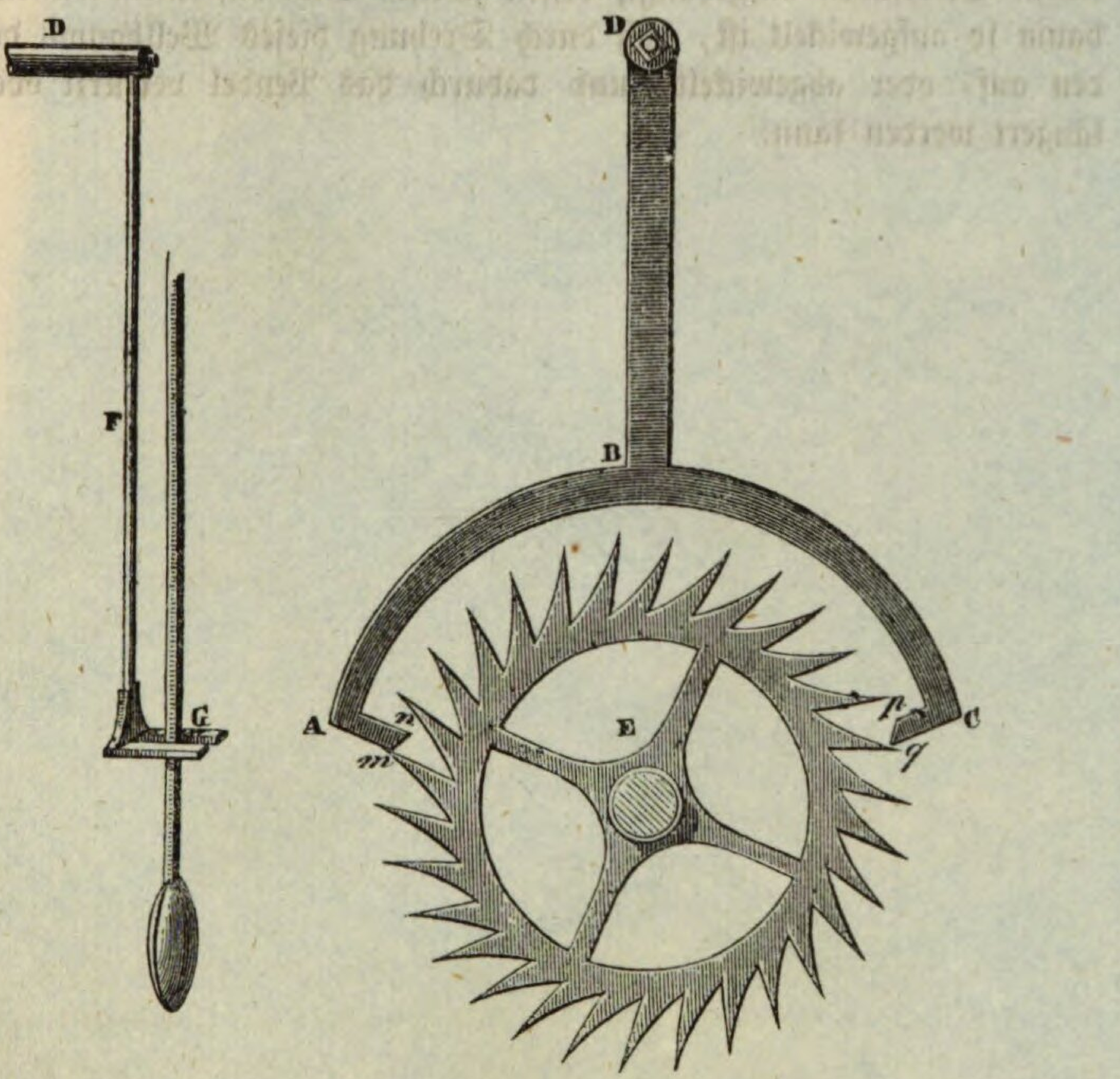


nere des Cylinders gestattet wird; mit je zwei Schwingungen des Regulators geht also ein Zahn des Cylinderrads durch die Hemmung hindurch.

Das Pendel endlich ist durch seine regelmäßigen Schwingungen zum Regulator an Uhrwerken vorzüglich geeignet, und deßhalb auch bei feststehenden Uhren im allgemeinsten Gebrauch. Als Hemmung wird hiebei gewöhnlich der Hacken oder Anker (ABCD der nachstehenden Figur) angewendet. Das schwingende Pendel — s. die Figur links — ertheilt vermittelst des Stücks F G der Welle D und zugleich dem auf ihr befestigten Anker eine hin- und hergehende Bewegung. Wenn alsdann das Steigrad E sich in der Richtung A B C dreht, so wird es in seiner Bewegung durch den Anker gehemmt, indem seine Zähne abwechselungsweise durch die Hacken A m und C q aufgehalten und wieder freigegeben werden. So oft der Anker zwei Schwingungen — einen Hin- und einen Hergang — macht, geht das Steigrad um einen Zahn voran.

Da der Anker vom Pendel in Bewegung gesetzt wird, so hängt der raschere oder langsamere Gang der Uhr von der Schwingungsdauer des

Pendels ab. Diese Schwingungsdauer ist aber, wie wir früher (Seite 86 und 87) gesehen haben, neben der Stärke der Schwerkraft einzig und allein von der Länge des zu Grunde liegenden einfachen Pendels abhängig. Wenn daher auch der Motor, welcher das Uhrwerk in Bewegung setzt



(das angehängte Gewicht oder die Uhrfeder), insofern auf die Bewegung des Pendels von Einfluß ist, als er durch das Steigrad dem Anker, und durch diesen dem Pendel selbst, mit jedem Zahn einen neuen Antrieb gibt, und dadurch verhindert, daß die Schwingungen des Pendels kleiner werden, und dieses endlich ganz zur Ruhe komme; so beruht dagegen die Schwingungsdauer des Pendels nur auf seiner Länge. Durch ein größeres Gewicht oder eine stärkere Uhrfeder kann man also z. B. den Gang der Uhr nicht beschleunigen, so lange die Länge des Pendels gleich bleibt. Demnach hat man, um einer Pendeluhr einen langsamern Gang zu geben, kein anderes Mittel, als den Schwingungspunkt des Pendels dadurch weiter vom Aufhängepunkt zu entfernen, d. h. das zu Grunde liegende einfache Pendel zu verlängern, daß man die Kugel oder die

Scheibe, die zu diesem Zweck verschiebbar befestigt ist, niedriger stellt; geht die Uhr zu langsam, so schiebt man umgekehrt die Scheibe etwas in die Höhe. Bei kleinen Standuhren ist die Scheibe des Pendels in der Regel an der Stange fest angemacht; dagegen ist alsdann diese an einem Seidefaden aufgehängt, dessen zweites Ende auf einem kleinen Wellbaum so aufgewickelt ist, daß durch Drehung dieses Wellbaums der Faden auf= oder abgewickelt, und dadurch das Pendel verkürzt oder verlängert werden kann.

Blum, Ludw.

Volks-Naturlehre für Schule und Haus, mit besonderer Rücksicht auf Gewerbe, Künste u. die Bedürfnisse des bürgerlichen Lebens

Bd.: 2

Stuttgart 1854-55